ARCHIV FÜR METEOROLOGIE, GEOPHYSIK UND BIOKLIMATOLOGIE

HERAUSGEGEBEN VON

DOZENT DR. W. MÖRIKOFER
PHYSIKALISCH-METEOROLOGISCHES OBSERVATORIUM
DAVOS

PROF. DR. F. STEINHAUSER
ZENTRALANSTALT FÜR METEOROLOGIE UND GEODYNAMIK
WIEN

SERIE A
METEOROLOGIE UND GEOPHYSIK

BAND 7
MIT 157 TEXTABBILDUNGEN
(ABGESCHLOSSEN AM 30. JUNI 1954)

WIEN
SPRINGER-VERLAG
1954

Arch. Met. Geoph. Biokl. A.

Serie A, Band 7

Inhaltsverzeichnis

Seite

Sutcliffe, R. C. Predictability in Meteorology 3

Van Mieghem, J. La forme rotationnelle des équations de la dynamique atmosphérique et les invariants du mouvement de l'air 16

Platzman, G. W. The Computational Stability of Boundary Conditions in Numerical Integration of the Vorticity Equation. (With 5 Figures) 29

Bjerknes, J. The Difluent Upper Trough. (With 2 Figures) 41

Raethjen, P. Dynamische Zyklogenesis. (Mit 3 Textabbildungen) 47

Riehl, H. Jet Stream Flight, March 23, 1953. (With 8 Figures) 56

Koschmieder, H. Die Isobarenbrechung an Luftmassengrenzen. (Mit 8 Textabbildungen) 67

Palmén, E. On the Relationship between Meridional Eddy Transfer of Angular Momentum and Meridional Circulations in the Earth's Atmosphere 80

Flohn, H. und **H. Trenkle.** Zur Kenntnis des atmosphärischen Meridionalaustausches. (Mit 2 Textabbildungen) 85

Nyberg, Alf. Meridional Heat Transport on a Part of the Northern Hemisphere in November 1947, July 1949, and February 1950. (With 6 Figures) 99

Sheppard. P. A. The Vertical Transfer of Momentum in the General Circulation. (With 1 Figure) 114

Montgomery, R. B. Convection of Heat 125

Lettau, H. A Study of the Mass, Momentum and Energy Budget of the Atmosphere. (With 8 Figures) 133

Möller, F. Ein Kurzverfahren zur Bestimmung der langwelligen Ausstrahlung dicker Atmosphärenschichten. (Mit 4 Textabbildungen) ... 158

Kuhlbrodt, E. Schichtung der Hauptluftströmungen über dem atlantischen Gebiet 5° N bis 9° S, 10° W bis 5° E. (Mit 5 Textabbildungen) 170

Baur, F. Die Bestätigung bisheriger Ergebnisse der Großwetterforschung durch den Winter 1953/54. (Mit 1 Textabbildung) 188

Fuchs, J. Der 12 Tage-Rhythmus im europäischen Großwetter. (Mit 6 Textabbildungen) 199

Landsberg, H. Some Observations of the p_H of Precipitation Elements. (With 3 Figures) 219

Dufour, L. Sur la chaleur de vaporisation d'une gouttelette de solution en suspension dans l'atmosphère 227

Untersteiner, N. Über die Feinbänderung und Bewegung des Gletschereises. (Mit 5 Textabbildungen) 231

Gutenberg, B. Postglacial Uplift in the Great Lakes Region. (With 2 Figures) 243

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

Albert Defant

Professor für Meteorologie und Geophysik an der Universität Innsbruck

in dankbarer Würdigung seiner vielseitigen und erfolgreichen Forschungen auf den Gebieten der Meteorologie und Klimatologie, der Ozeanographie und Geophysik

zum 70. Geburtstag

am 12. Juli 1954

gewidmet von den Herausgebern, den Mitarbeitern und dem Verlag

W. Mörikofer *F. Steinhauser*

Springer-Verlag

551.509.3

(Meteorological Office, London.)

Predictability in Meteorology.

By

R. C. Sutcliffe.

Summary. Prediction in any science, in the sense of foretelling the future, must be expressed in terms of the properties of real physical systems and predictability depends on the nature of the systems and the properties of interest. There is a hierarchy of meteorological systems and sub-systems from the whole atmosphere down to micro-meteorological systems. A definite prediction of the behaviour of a system is possible only if the system exists and is observable in sufficient detail. This effectively limits the period of prediction on any scale to a time during which unborn or unobservable systems on that scale are not important. Beyond this period it is necessary to pass to the prediction of larger systems whose properties include the statistical-probability effects of sub-systems. This provides in general four types of practicable forecasts

1. for a period of order one hour, definite for sub-synoptic systems (e. g. showers);

2. for a period of order one day, definite for small synoptic systems and including statistical-probability effects of sub-synoptic systems;

3. for a period of a few days, definite for large synoptic systems and including statistical-probability effects of the smaller scale systems;

4. more extended forecasts, depending on the discovery of regularities in the fluctuating behaviour of the whole atmospheric system which is in a quasi-steady state and has no obvious natural rhythms other than the average seasonal changes.

Forecasters should distinguish between scientifically justifiable and definite forecasts of the behaviour of known observable systems and a statistical-probability forecast depending on the behaviour of unborn or unobservable sub-systems in a larger system. There is no prospect of extending to longer periods the types of forecasts justifiable for shorter periods and there is no inherent reason why more fundamental scientific methods should necessarily be an improvement on more empirical methods. Requirement is for systematic and less subjective methods of dealing with the integral, statistical and probability problems inherent in all forecasting of macro-systems which include individually unpredictable sub-systems.

Zusammenfassung. Eine Vorhersage im Sinne einer Voraussage der Zukunft muß sich in jeder Naturwissenschaft auf die Eigenschaften reeller

physikalischer Systeme stützen, und die Möglichkeit einer Vorhersage ist durch das Wesen der in Frage stehenden Systeme und Eigenschaften bedingt. Bei den meteorologischen Systemen und Teilsystemen besteht eine Rangfolge von der Atmosphäre als Ganzem herab bis zu mikrometeorologischen Systemen. Eine bestimmte Vorhersage über das Verhalten eines Systems ist nur möglich, wenn ein solches System existiert und der Detailbeobachtung zugänglich ist; dadurch wird die Vorhersagedauer von irgendeiner Größenordnung begrenzt bis herab zu einer Zeit, während welcher noch nicht entstandene oder nicht beobachtbare Systeme dieser Größenordnung noch ohne Bedeutung sind. Jenseits dieser Periode ist es notwendig, zur Vorhersage größerer Systeme überzugehen, deren Eigenschaften die wahrscheinlichkeitsstatistischen Effekte von Teilsystemen einschließen. Dadurch entstehen im allgemeinen vier Typen von Wetterprognosen:

1. für die Dauer einer Stunde, gültig für subsynoptische Systeme (z. B. Schauer);

2. für die Dauer eines Tages, gültig für kleine synoptische Systeme unter Einbezug wahrscheinlichkeitsstatistischer Effekte subsynoptischer Systeme;

3. für die Dauer von mehreren Tagen, gültig für Großwetterlagen unter Einbezug wahrscheinlichkeitsstatistischer Effekte niedrigerer Systeme;

4. Langfristprognosen, die von der Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten in den Schwankungsvorgängen der gesamten Atmosphäre bedingt sind, welche sich in einem quasi-stationären Zustand befindet und außer den durchschnittlichen Jahreszeitenschwankungen keine eindeutigen natürlichen Rhythmen erkennen läßt.

Prognostiker sollten einen Unterschied machen zwischen wissenschaftlich begründeten und eindeutigen Vorhersagen über das Verhalten bekannter beobachtungsfähiger Systeme und wahrscheinlichkeitsstatistischen Vorhersagen, die auf dem Verhalten noch nicht entstandener oder nicht beobachtbarer Teilsysteme von größeren Systemen beruhen. Es besteht keine Aussicht, Prognosenmethoden, die sich für kürzere Perioden bewährt haben, auf längere Prognosendauer ausdehnen zu können, und es gibt keinen zwingenden Grund, weshalb ein Fortschritt der wissenschaftlichen Grundlagenforschung notwendigerweise zu einer Verbesserung der vorwiegend empirischen Methoden führen müßte. Für die Erzielung systematischer und weniger subjektiver Methoden ist eine Behandlung der Integral-, der statistischen und der Wahrscheinlichkeitsprobleme notwendig, die bei jeder Vorhersage von Makrosystemen auftreten, wobei im einzelnen nicht vorhersagbare Teilsysteme eingeschlossen sein können.

Résumé. Dans toute science une prévision, comprise dans le sens de prédire l'avenir, doit s'exprimer dans des termes qui sont basés sur les propriétés de systèmes physiques réels. En outre la possibilité de prédire dépend de la nature des systèmes et des propriétés en question. Il y a toute une hiérarchie de systèmes et de sous-systèmes météorologiques, en partant de l'atmosphère prise en entier jusqu'aux systèmes microclimatologiques. Une prévision définie du développement d'un système n'est possible que lorsque le système existe et qu'il est accessible à l'observation de détail. De cette façon en effet, la durée de prévision, à n'importe quelle échelle, est limitée à une durée, où des systèmes, qui n'existent pas encore ou qui, dans cet ordre de grandeur, sont inobservables, n'importent pas. Au delà de cette période il faut passer à la prévision de plus grands systèmes, dont les propriétés incluent les effets de probabilité statistique des sous-systèmes.

De cette facon on peut établir quatre types généraux de prévision:

1. pour une période de l'ordre d'une heure, valable pour des systèmes sous-synoptiques (p. ex. des averses);

2. pour une période de l'ordre d'un jour, valable pour de petits systèmes synoptiques incluant les effets de probabilité statistique des systèmes sous-synoptiques;

3. pour une période de quelques jours, valable pour des systèmes synoptiques à l'échelle continentale incluant les effets de probabilité statistique des systèmes à plus petite échelle;

4. des prévisions à longue échéance, dépendant de la découverte de régularités dans les fluctuations de l'état de l'atmosphère toute entière, qui se trouve être en quelque sorte dans un état quasi-stationnaire et qui n'a d'autre rythme naturel distinct que les variations moyennes saisonnières.

Les prévisionnistes devraient distinguer les prévisions définies et fondées sur des lois de la science, appliquées à l'état de système connus et observables, de prévisions basées sur la probabilité statistique et dépendant des effets de sous-systèmes non-établis ou inobservables à l'intérieur d'un plus grand système. Il n'y a pas lieu de vouloir étendre à de plus longues périodes les types de prévisions correctement valables pour de plus courtes périodes, et il n'y a pas de raison qui permette de supposer que des méthodes de science de base pourraient conduire nécessairement à une amélioration de méthodes plutôt empiriques. Pour arriver à des méthodes systématiques et moins subjectives, il est indispensable de s'occuper des problèmes intégraux, statistiques et de probabilité inhérents dans toute prévision de macrosystèmes comprenant des sous-systèmes que l'on ne peut prédire individuellement.

I. Introduction.

Prediction, in a general sense, is the aim of all science but in the restricted and popular sense of foretelling the future it plays a more prominent part in meteorology than perhaps in any other branch of science; so much so that to admit to being a meteorologist is almost to invite a request for a weather forecast. But, despite the fact that synoptic weather forecasting is entirely a product of the last hundred years while meteorology is a much older science, it is largely true that the practice of forecasting has rested mainly on empirical methods discovered by the working forecaster and that much useful progress was made with little fundamental understanding. In the early days only a very modest scientific training was necessary to evolve techniques of weather-mapping and extrapolation of trends. These were undoubtedly of practical utility but they contained little in themselves of intellectual interest to the academic mind and in the absence of data from the upper atmosphere on which to rest and test basic theories the research scientist was little attracted to the subject.

In recent decades, however, the position has been revolutionized and while much still remains obscure, we have gone a long way towards a three-dimensional descriptive meteorology and, over the whole range from general circulation problems to micro-meteorology, much progress has been made towards an understanding of the observed processes and phenomena.

It seems, therefore, that it should be possible now for the forecaster to survey his practical professional activities from a scientific standpoint and, no longer content merely to forecast as well as he is able, trusting that further experience and research will in time resolve his difficulties, to ask himself some new questions. Why am I able to predict as successfully as I am? Why do certain problems seem so difficult and come no nearer to solution in spite of much research? Is it possible to distinguish objectively between what is and what is not a legitimate field of prediction? If the forecaster has a rational scientific philosophy about his profession instead of a vague optimism or pessimism according to his experience and feelings and is able to distinguish between expert judgment and hopeful guesswork, he will be in a far better position to judge how his knowledge may be most efficiently applied for the good of the community.

The present essay is an attempt to clarify the position a little. Some of the conclusions will be accepted by all scientists, some will be open to argument, but if these lead only to refutation as the result of more enlightened analysis of the problems they will have served a useful purpose.

II. General Remarks on Predictability.

1. Scientists generally have been little attracted by discussions on the limitations of science for the very good reason that so many important steps in progress have seemed impossible to some authorities until they were accomplished and there were always problems to hand. There is also a deeper-seated philosophical reason. The enlightenment following from Newtonian dynamics led to a far-reaching sense of confidence as expressed in the famous Laplacian dictum on complete predictability for the physical universe in principle. And since what was possible in principle could only be more or less difficult in practice, there was no problem which might not yield to attack. Although modern ideas emerging from fundamental physics have stormed this stronghold probably beyond hope of recovery, it is still a tenable position that all processes and behaviours in the physical universe are in principle derivable from a few fundamental truths and that macro-physical problems stand in much the same position as before.

But the practical scientist concerned with real problems cannot afford to be too much concerned with sweeping philosophical principles which, however true, seem to say nothing about his special field of study. The most cursory glance will convince him that some things are predictable to a very high degree of accuracy, for example the time of moonrise years ahead; others are predictable with but limited accuracy, for example the time of high tide even a day ahead; others cannot be predicted with any useful accuracy at all, for example the locality to be affected by the next severe tornado, the severity of the next major earthquake, the eruption of a long-quiescent volcano and so on. There are evidently degrees of practical predictability which may be analysed further.

A real problem of prediction must be formulated in terms of properties of a specified physical system, and predictability in practice depends on the properties of interest and the structure, organisation and behaviour of the system. This is true not only in physical science but throughout natural science, including the biological and social sciences; indeed the distinction between one branch of science and another lies in the systems and system-properties which are taken as the field of study.

2. Properties of natural systems.

There are three properties common to many, if not all, natural systems in any science and which have an important bearing on predictability. These are:

They are open systems. Without attempting strict definitions we mean that the systems exist in an environment and that there is transference of substance across the boundary of the system. The system is defined by coherence in structure or organization; the similarity between a biological organism and a natural snow crystal or thunderstorm is obvious. This property implies that to some extent the predictability of a system is dependent on the predictability of the environment, or larger containing system.

They have a finite life-span; that is to say they experience creation and death. Although it may be difficult to say precisely at what instant a man or a mountain or a monsoon came into existence, we may be certain that there was a time when each did not exist. It is impossible to formulate a definite problem on the future behaviour of a system if its existence is not detectable from the observations. Thus the detailed behaviour of a shower which will form in what is now a cloudless sky cannot be predicted. The degree to which it may be possible to detect the early stages of a new system of organisation depends on the nature of the system but, in physical and biological systems alike, the process of creation or development is generally catastrophic, a self-generating process which in physical systems is fairly described as an instability development from a small beginning. Generally the process in the real individual case will defy detailed analysis and be unpredictable in detail.

They are complex; that is to say each system may be broken down into natural sub-systems of smaller scale and, generally, with shorter individual lives. This means that the structure of the system cannot be completely specified unless the sub-systems can be specified likewise. Since the sub-systems are individually unpredictable before they become observable as such, the prediction of the behaviour of the supra-system can at best comprise only such integral, statistical or probability properties of the sub-systems as may be discoverable by any methods.

3. A hierarchy in predictability.

The existence of a hierarchy of systems and sub-systems sets a hierarchy in predictability, and predictability at any level of detail may fail either because the detail is not observable or because unborn systems,

previously undetectable, emerge and develop. In problems of classical or macro-physics the molecular and sub-molecular systems are individually unobservable and so individually unpredictable. We deal with larger systems and take account only of the statistical and integral effects with such properties as temperature, pressure, density, viscosity, current-velocity and the like. This is no loss but is a great advantage since these are the properties in which we are interested; the "fundamental" laws of macro-physics are statistical laws, largely empirical.

But in meteorology it is necessary to go a step, indeed several steps, further than this. It is quite inconceivable that we can ever know the basic physical properties of the atmosphere everywhere in full detail, and to state the problem of prediction as that of forecasting these properties is unrealistic and worthless. We are concerned with waterdroplets, clouds, thunderstorms, cyclones and anticyclones, monsoons and the general circulation of the atmosphere as a whole.

The limitations of observability do not end with molecular systems but extend far into the hierarchy of systems so that individual prediction in practical meteorology does not become possible until we reach the scale of synoptic systems. The properties which we need to predict are not the basic physical point-properties but various integral or smoothed values with statistical measures of variability. As the prediction period is extended and smaller systems become individually unpredictable on account of new developments, new statistical concepts are necessary and the possible predictions become more general.

Thus to a large extent predictability is determined, or circumscribed, by the nature of the systems and not only by our theoretical understanding of their behaviour; the latter could be almost perfect without radically affecting practical possibilities. This is the real explanation of the fact, widely recognised, that forecasting success does not advance in step with theoretical understanding. A few remarks of the scope of theory may be worthwhile.

4. Theoretical understanding.

The main practical value of theoretical understanding for the prediction problem is to indicate what may or may not be predictable rather than necessarily to provide a method of prediction. From our knowledge of the theory of showers, fogs or cyclones we may say something positive about the limitations to prediction which we could not say without understanding. But it is a fallacy to suppose that, because a known fundamental method of prediction fails on account of difficulty and complexity, another empirical method cannot be found. It is also a fallacy to suppose that a fundamental method is necessarily better than an empirical method–as some theoreticians would have us believe. To take an example, it may perhaps be shown that visibility depends on the number, size and nature of the non-gaseous particles in the atmosphere. We may then easily convince ourselves that these quantities are utterly unpredictable on account of the complexity of the processes and so

conclude that fog is unpredictable. But a fog is a relatively large system with statistical and integral properties which may usefully be studied in their own right to yield prediction rules of considerable reliability.

As we move upwards to larger and more complex systems truly fundamental methods become more and more difficult to apply and the physicist trained intensively to study fundamental processes and fundamental theories may not have the best approach for the discovery of predictable regularities in complex macro-systems. All science rests ultimately on empiricism and it is justifiable for every branch of science to develop its own empirical basis for the complex properties with which it deals. The concepts which arise in meteorology, visibility, cloudiness, rainfall and the various space and time means and variabilities of temperatures, winds and so forth, are all complex concepts and it is not surprising if their predictable regularities are discovered and best expressed at a level of empiricism above that of classical fundamental physics. All we can ask of a method of prediction which is not "understood" and derivable from well-established truths is that it shall be verified in its own right by adequate tests: this elementary demand is not always met and the science loses repute thereby.

III. A Selection of Meteorological Systems.

We now pass on to comment briefly on a few selected meteorological systems. The number of systems is very large and no present purpose would be served by an attempt to catalogue and classify them. The object is merely to illustrate principles and for this purpose brief remarks on the following will suffice.

a) *Micro-meteorological systems:* typified by cloud elements and individual dynamical elements in turbulent motion.

b) *Sub-synoptic systems:* typified by shower and thunderstorm systems such as are important in synoptic weather but cannot be studied in detail by synoptic methods.

c) *Small synoptic systems:* typified by the smaller-scale cyclones and anticyclones of extra-tropical latitudes and by tropical cyclones.

d) *Large synoptic systems:* typified by the large semi-permanent anticyclones and depressions associated with the long-wave features of the upper westerlies.

e) *The atmospheric system as a whole:* which is the system studied in problems of the general circulation of the atmosphere.

1. Micro-meteorological systems.

Under this heading may be included the many very small-scale physical and dynamical systems, from ice-crystals and water drops to the short-lived eddies which go to make up small-scale turbulence. As single systems they have no interest for practical prediction but they are worth mentioning because they show the limitations of predictability in a way which is readily accepted and therefore illustrate very clearly

the sort of considerations which, it will be shown, arise also in macro-systems with little difference in principle. An individual droplet has a short and complex life and it is obvious that no one would imagine that, with the greatest advance in understanding of the process of condensation on a nucleus, it would be possible to follow through by calculation the detailed movements of the molecules which form the droplet or to determine when and where the next individual would form. The individual prediction problem is therefore unsolvable for scientific reasons: not because it is not "understood" but because it is too complex. Also, of course, it is unpredictable because it is impracticable to make the necessarily very detailed observations which would be necessary to formulate the problem of individual drop-formation: the phenomena cannot be described either before or after the event.

Although the individual problem can neither be formulated nor solved if it were, there may of course be statistical properties which may be usefully predicted, either by making use of regularities discovered empirically or by inferences based on the physics. These statistical properties are essentially properties not of the individual systems but of the larger system which contains them as sub-systems and cannot be inferred from a knowledge only of the behaviour of the single system in isolation.

2. Sub-synoptic systems.

The term sub-synoptic system is conveniently used for such phenomena as showers and thunderstorms or local topographical systems which are important individually as factors in "weather" but which cannot be represented in detail by the synoptic method because of their small space-scale and life-span and the economic impracticability of making more than very sketchy observations of their behaviour and structure except at great expense for research purposes. We are at once brought up against the first limitation on predictability due to lack of data and this position is generally accepted by forecasters. The second limitation on predictability, due to the impracticability of handling the individual system even in principle until it has become identifiable as a system, is also serious and we have no reason to suppose that we could predict the time, locality and individual structure of an unborn system even if we had all the observations required to analyse the problem: this sets a limit, in the order of minutes or a few hours at most, to individual prediction of these sub-synoptic systems, and statistical statements only are to be aimed at beyond such a period. These statistical statements on localities, frequencies, intensities and other characteristics of the systems may be based on pure empiricism or on properties of the environment–of the containing larger system–and physical reasoning.

The important point to notice is that a detailed forecast on the sub-synoptic scale is possible only for a short time ahead and that for periods of more than an hour or two ahead only a more generalised forecast can justifiably be attempted now or, it is a reasonable conjecture, at any time.

3. Small synoptic systems.

The early successes of synoptic weather forecasting were made possible because the atmosphere was found to organise itself into pressure-wind patterns on a scale in space and time which rendered an extrapolation–by pure empiricism–practicable for a period in the order of 24 hours. These systems were noticed to emerge from small beginnings over periods of some hours and the empirical method was quite incapable of handling a system until its existence could be diagnosed. Since the systems were found to fall into rather well-defined types it was possible to make a shrewd estimate of the type from only a very little observational evidence and useful forecasts were possible even when three-dimensional analysis was out of the question.

While the provision of many more data has permitted much more detailed analysis of the individual case and while theory has usefully supplemented empiricism, it is an accepted fact that the forecaster today is ultimately limited in much the same way as were the pioneers: he still has no effective way of handling a depression before he knows from observations that it exists and new developments can only be treated according to probabilities. He is in fact limited by the birth of new systems and there is little evidence that he will discover ways of overcoming this limitation.

Thus a forecast which depends on specifying the individual behaviour of these small synoptic systems is limited to a period of some 6–24 hours ahead according to the known probabilities of a new system developing in the interval to affect the area. Of course, if we have knowledge, resting on either theory or empiricism, that no new development will occur, a longer period may be reasonably attempted but this is to use a statistical, not an individual, property of the systems.

Prediction of these systems from basic dynamical theory is in very recent years showing promise. It is, however, known that gradients of vorticity need to be known to solve the hydrodynamical problem by fundamental methods and if we assume that geostrophic vorticity will serve, we may fit a cubic polynomial to the pressure field to define a mean gradient. This requires some nine fixes and if we are to distinguish the processes on a space scale of 1000 km (which is very coarse) we need a 300 km-network of upper-air reports. It is quite evident that this is at present attainable only in much favoured regions and cannot be looked for over the large oceans and undeveloped land areas.

Perhaps it is worth while to stress, again in this context, that a more fundamental, less empirical, method is not necessarily a practical improvement, however helpful it may be to understanding. In section 2 this point was illustrated by remarks on fog formation. In the general synoptic-dynamical problem the fundamental method demands a network of surface and upper air observations and an elaborate procedure of numerical work. Modern techniques using electronic aids may render the labour of calculation insignificant, but the procedure still rests on

the availability of sufficient data of sufficient accuracy to formulate a definite three-dimensional problem, whereas empirical knowledge of the behaviour of the systems may enable much to be done with a few surface observations alone.

One may of course envisage some sort of objective numerical method replacing empirically-based judgement; it is sufficient for this that the empirical rules hitherto used subjectively be formulated quantitatively and used systematically. But this is not to say that *fundamental* dynamical methods can usefully replace the empiricism itself. As a result of much painstaking empiricism the paleontologist may do much with a jaw-bone; synoptic forecasting has developed largely on the recognition of systems, of known type and known behaviour, from a few bones of information and it is far from certain that the direct and fundamental dynamical approach is the one best calculated to deal with the weighing of scanty evidence. Inherently a fundamental method is for practical use neither better nor worse than a more empirical method; each case must be judged by results and although one is entitled to hope for improvements by the adoption of a fundamental dynamical method in synoptic forecasting, there is no evidence whatever that it will be capable of handling the case of the unborn system. This is not a definite problem because, owing to observational limitations, it cannot be formulated. It is a statistical problem and, whether it is treated objectively or subjectively, it must be treated differently.

4. The large-scale synoptic systems.

Although there is no clear-cut break in the spectrum of scales of synoptic systems, it is generally possible, in extratropical latitudes, to distinguish two scales at any one time with the smaller-scale systems moving through the larger-scale. This fact of organisation is largely responsible for the conception of large-scale synoptic types which persist usually for a few days and may persist for weeks.

The large-scale or long-wave pattern is associated with the major cyclones and anticyclones. These are very open systems especially in the upper air and the interactions are such that it may be more satisfactory to consider the whole hemispherical pattern on a field basis than to think in terms of separate systems. But the system-analysis is convenient in discussing predictability because it is obvious that new features of organisation arise from small beginnings and are likely to be unpredictable in detail until they have reached a stage which throws them open to analysis.

Much of what was said in the last section applies here too. Unless it is possible to say that no new development will occur, it will not be practicable to determine a definite solution with any useful accuracy beyond a day or two ahead. We may pass then from the definite prediction (with a tolerable probable error) to an indefinite prediction based on statistical probabilities, if any method can be discovered.

5. The atmospheric system as a whole.

The atmosphere as a whole has a lifespan on the astronomical time-scale and meteorologists are not concerned with its creation as a system. It has attained a steady state but its structure varies in three ways at least:

a) by the development and decay of smaller-scale sub-systems. Since these are not predictable individually except at short time-range, their effects introduce statistical variability into the larger system;

b) natural free-oscillations or inherent fluctuations;

c) forced fluctuations due to varying environmental conditions.

Climatological studies have revealed many important regularities of structure with respect to geographical position and season of the year: climate, including synoptic climate, is in one sense of enormous prediction value. But we are so accustomed to these regularities that prediction tends to be measured by "improvement on climate". It is not of much credit to the forecaster to be able to distinguish January from July or the tropics from the poles and if he cannot, as the climatologist cannot, distinguish July 1955 from July 1965, he can hardly claim to make a forecast. In other words our greatest prediction tool is so familiar that we are interested only in predicting the anomalies measured from the climatic factors for the season.

The fundamental approach, although in a sense well understood physically, is at present hopelessly difficult. The flux of energy and of water vapour (which is a major vehicle of energy) through the system and its boundaries in the course of even a few weeks is so much larger than any residual anomaly that highly refined calculations would be necessary to render a balance sheet–and only quite crude estimates can yet be made. Bearing in mind the variability in the external factors themselves and the very awkward reactions of the system on the boundary conditions (effect of cloudiness on radiation, of synoptic systems on precipitation and evaporation etc.) we may reconcile ourselves to unpredictability of anomalies by this fundamental method.

Another fundamental method is to treat the steady-state problem of an open system. This may be of great value in pointing towards the boundary or environment conditions which control the anomalies. But there is obviously still a long way to go. When someone succeeds in deriving from this method a useful first quantitative approximation to the mean distribution of temperature and winds over the globe, it will mark a major advance in the science. To pass from this to an explanation of a seasonal anomaly and then to make the further step to prediction will raise even greater difficulties and the practical forecaster must be excused for looking in other directions for present help.

Fundamental methods failing, one may always hope to discover regularities in behaviour by more empirical methods. Inspired by such a hope many meteorologists have searched for prediction rules and some have convinced themselves of success; few, unfortunately, have convinced their critical colleagues and it is no part of our present purpose to offer a judgement.

Since our understanding is so limited we have no basis for a scientific assessment of predictability but we may make a few comments.

a) There is no known reason why prediction should be either possible or impossible within the limits of uncertainty set by the unpredictable finer structure (smaller, temporary sub-systems).

b) It is most probable that the understanding of anomalies in this open system will depend on the study of environmental (boundary) conditions, terrestrial or extra-terrestrial.

c) It is possible that seasonal anomalies will remain unpredictable for all time (in the sense of distinguishing one year from the next) except on the short-term basis of persistence. It may be that the atmosphere has no one steady state, averaged over one season, but may slip indifferently into, say, a zonal or a blocked circulation type under the chance perturbation of some smaller scale instability development. Open systems having more than one possible steady state are well known and it remains to be shown that the atmosphere is not such a one.

IV. Recapitulation — the Scope of Prediction.

The organisation and behaviour of the atmosphere and the nature of the systems which appear, set a natural basis of weather description and weather prediction.

In general it is possible to attempt a *definite* forecast with a certain scale of detail only in so far as systems on that scale are defined and recognisable by an analysis of the observations. A definite forecast depending on the behaviour of known systems will of course be subject to a degree of probable error but a unique solution may be attempted.

For a period of time longer than that set by the behaviour of known systems the definite forecast fails and a different type of forecast based on statistical behaviours of such systems is required. These statistical properties are essentially properties of the larger containing system and will depend on the nature of the larger system.

The behaviour of the larger system sets a new space and time scale which permits a new type of *definite* prediction, more or less accurate, over a greater period of time determined by the life-span of these systems. This prediction may be *definite* as regards mean or integral values of the physical properties and the statistical effects of the smaller scale behaviours. It in turn becomes *indefinite* and must be abandoned beyond a characteristic period of time.

The first practical scale in meteorology is that called the sub-synoptic. It concerns detail on the space-scale of order 1–10 km and prediction may, given the necessary data, be practicable for a time period of order 1 hour. In such a period the prediction can be *definite* but it must contain of course a statistical treatment for the smaller micro-meteorological scale. This scale of forecasting is barely practicable because of observational difficulties and could only be attempted in restricted localities.

The second natural scale is the small synoptic scale. This concerns structure on the scale of 100–1000 km and may be practicable for a time of order 1 day, more or less. On this basis the prediction can justifiably be *definite* and unique with a certain probable error. Smaller scale phenomena (e. g. showers and thunderstorms) can be handled only statistically.

The third natural scale is the large synoptic scale dealing with structure on the space-scale of order 10.000 km, and the behaviour may be predictable for a few days on a definite and unique basis. The small-synoptic and sub-synoptic systems must be handled statistically by probabilities and frequencies.

There is no obvious system of still larger scale and smaller than the atmosphere as a whole, so that longer period variability depends on regularities in the anomalies of the general circulation of the atmosphere. Fundamental methods have so far failed to reveal useful regularities and empiricism reigns supreme–over a disorderly empire.

For intelligent, scientific forecasting it is important for the forecaster to realise when he is justified in making a definite judgement of the behaviour of unique systems (although not necessarily with great accuracy) and when he should abandon the attempt and be reconciled to a statistically verifiable statement. Generally speaking a *definite* forecast should not be attempted except in so far as it depends on the behaviours of systems which can be identified from the data.

There is no prospect of ever being able to extend to 24 hours the detail justified for 1 hour ahead; there is no prospect of ever extending to several days or even two days the precision which is frequently justifiable in a forecast of 12–24 hours at the present time. There is no prospect of extending to a longer period the detail which is justifiable in a general outlook for a few days. These natural limitations have every appearance of being inherent and insurmountable.

Progress seems therefore likely to be limited to

a) Increasing to some extent the accuracies of forecasts of the type with which we are familiar without any revolutionary advances.

b) Systematizing, one may hope by objective methods, the statistical judgements which are incorporated in the vague phraseology of current forecasts. This is almost an unworked field and calls for new techniques of statistical synoptics or statistical dynamics.

c) Establishing for long period forecasting predictable regularities in the anomalies of the general circulation. There is no known fundamental reason why predictable regularities should not exist on any particular time-scale and discoveries are likely to rest mainly on empiricism.

551.511

(Institut Royal Météorologique de Belgique et Université de Bruxelles.)

La forme rotationnelle des équations de la dynamique atmosphérique et les invariants du mouvement de l'air.

Par

J. Van Mieghem.

Résumé. Après avoir rappelé quelques notions de calcul tensoriel et les équations de la dynamique atmosphérique en coordonnées généralisées, l'auteur établit l'équation fondamentale de la rotationnelle absolue de l'air. Diverses formes de cette équation sont mentionnées. La première de ces formes est celle d'un bilan qui permet de définir le transport et le taux de production de la rotationnelle absolue de l'air. De la forme particulière de ce transport, il résulte que ce bilan se réduit à un bilan dans un espace à deux dimensions. Deux exemples illustrent les formules générales, le premier, en coordonnées sphériques (λ, φ, r), le second, en coordonnées (λ, φ, ψ) où ψ est un scalaire quelconque (pression atmosphérique, température potentielle, ...). Une autre forme de l'équation fondamentale est celle qui donne le taux d'accroissement individuel d'une composante de la rotationnelle absolue. Cette forme conduit à l'équation d'Ertel. En terminant, l'auteur généralise l'invariant d'Ertel-Rossby.

Zusammenfassung. Nach einer Rekapitulation einiger Resultate der Tensorrechnung und der atmosphärischen Bewegungsgleichungen in generalisierten Koordinaten wird die absolute Wirbelgleichung aufgestellt und es werden verschiedene Formen dieser Gleichung erwähnt. Eine derselben ist die Bilanzformel, aus der die Definition des Wirbeltransports und der Anteil der Wirbelbildung abgeleitet werden können. Es wird gezeigt, daß die Bilanzgleichung des absoluten Wirbels auf eine Bilanzgleichung im zweidimensionalen Raum reduziert werden kann. Die allgemeinen Formeln werden durch zwei Beispiele erläutert: das erste in Kugelkoordinaten (λ, φ, r), das zweite in den Koordinaten (λ, φ, ψ), wo ψ eine beliebige skalare Größe (Luftdruck, potentielle Temperatur usw.) darstellt. Eine andere Form der absoluten Wirbelgleichung gibt die individuelle Zunahme einer beliebigen Komponente der absoluten Wirbelstärke wieder; diese Form führt zur Ertelschen Gleichung. Zum Schlusse wird die Ertel-Rossbysche Invariante verallgemeinert.

Summary. Having recalled some results of the tensor analysis and the equations of atmospheric motion in general coordinates, the writer establishes

the fundamental equation of the absolute vorticity. Different forms of this equation are mentioned. One of these is the equation of balance from which it is possible to deduce the definition of transport and production of vorticity. It is shown that the equation of balance of the absolute vorticity may be reduced to an equation of balance in two-dimensional space. Two examples illustrate the general equations and formulas: the first example, in spherical coordinates (λ, φ, r), the second one in the coordinates (λ, φ, ψ) where ψ is an arbitrary single-valued scalar quantity (pressure, potentiel temperature, ...). Another form of the absolute vorticity equation expresses the individual change of an arbitrary component of the absolute vorticity. This form leads to Ertel's equation. Finally, the writer generalizes the Ertel-Rossby invariant.

1⁰ Rapportons l'atmosphère à un système de coordonnées curvilignes quelconques x^1, x^2, x^3, animé d'un mouvement arbitraire. Nous supposerons que le mouvement de ce système de coordonnées est non seulement variable d'un instant à un autre, mais aussi d'un point à un autre. Le mouvement du référentiel $x^1\, x^2\, x^3$ par rapport au référentiel inertial ou galiléen (système de coordonnées géocentrique fixe en météorologie dynamique) est donc, en général, un mouvement accéléré au cours duquel le référentiel considéré se déforme.

Soient $\gamma_{ij} \equiv \gamma_{ji}$, $(i, j = 1, 2, 3)$ les coefficients de la métrique en variables x^i et $\gamma^{ij} \equiv \gamma^{ji}$ les mineurs algébriques normés des éléments γ_{ij} du déterminant $\gamma \equiv |\gamma_{ij}|$. Les γ_{ij}, γ^{ij} et γ sont des fonctions des x^i et aussi du temps t lorsque le référentiel $x^1\, x^2\, x^3$ se déforme tout en se déplaçant. Par contre, lorsque ce référentiel se meut à la manière d'un corps solide, les γ_{ij}, γ^{ij} et γ sont indépendants du temps t [5]. Rappelons que l'élément de volume $\delta\tau$ en variables x^i est défini par $\delta\tau \equiv \equiv \sqrt{\gamma}\, \delta x^1\, \delta x^2\, \delta x^3$.

Soient $\Theta_{(i)}$ la tangente à la ligne coordonnée x^i = variable, au point et à l'instant considérés et $\nu_{(i)}$ la normale à la surface coordonnée x^i = constante, passant par le même point, au même instant. Le sens positif de la tangente $\Theta_{(i)}$ et de la normale $\nu_{(i)}$ est celui des valeurs croissantes de x^i. Suivant que les trièdres $\Theta_{(1)}\, \Theta_{(2)}\, \Theta_{(3)}$ et $\nu_{(1)}\, \nu_{(2)}\, \nu_{(3)}$ sont dextrogyres ou lévogyres, il faut adopter le signe + ou le signe — devant le radical $\sqrt{\gamma}$. Ainsi, par exemple, si l'on utilise les coordonnées sphériques λ, φ, r [$\lambda \equiv$ longitude, $\varphi \equiv$ latitude et $r \equiv$ rayon vecteur au centre de la terre], fixes par rapport à la terre, il faut adopter le signe +; par contre, si l'on substitue la pression atmosphérique p à r, c'est-à-dire si l'on utilise les coordonnées λ, φ, p, il faut adopter le signe —.

D'une manière générale, en variables x^i, nous représenterons par A^i les composantes contravariantes et par A_i les composantes covariantes d'un vecteur quelconque $\boldsymbol{A}$. On sait que $A_i \equiv \gamma_{ij}\, A^j$ et $A^i \equiv \gamma^{ij}\, A_j$. Dans ces deux relations, nous avons adopté la convention de l'indice muet: tout indice répété (j) doit être considéré comme un indice de sommation. Nous ferons, dans la suite, un usage constant de cette convention d'écriture.

Les projections orthogonales $A_{\nu_{(i)}}$ et $A_{\Theta_{(i)}}$ du vecteur $\boldsymbol{A}$ respectivement sur la normale $\nu_{(i)}$ et la tangente $\Theta_{(i)}$ sont définies par $A^i = A_{\nu_{(i)}} \sqrt{\gamma^{ii}}$ et $A_i = A_{\Theta_{(i)}} \sqrt{\gamma_{ii}}$ [6].

Introduisons ensuite la divergence (div$\boldsymbol{A}$) et la rotationnelle (rot$\boldsymbol{A}$) du vecteur $\boldsymbol{A}$; on sait que

$$\operatorname{div}\boldsymbol{A} \equiv \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\, A^i)}{\partial x^i}$$

et que les A_{ij},

$$A_{ij} \equiv \frac{\partial A_j}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^j} = -A_{ji},$$

représentent les composantes covariantes antisymétriques du vecteur rot$\boldsymbol{A}$ [6].

Rappelons enfin que l'élément de surface $\delta\sigma$, plongé dans l'espace (x^1, x^2, x^3) dont la métrique a été définie ci-dessus, est donné par $N_k\, \delta\sigma = \sqrt{\gamma}\, \delta x^i\, \delta x^j$ où (i, j, k) désigne une permutation tournante de la suite (1, 2, 3) et où les N_k représentent les composantes covariantes du vecteur-unité $\boldsymbol{N}$ normal à $\delta\sigma$.

Cela étant, désignons respectivement par V_i, v_i, W_i les composantes covariantes en variables x^i de la vitesse $\boldsymbol{V}$ de l'air par rapport au système de référence inertial *(vitesse absolue de l'air)*, de la vitesse $\boldsymbol{v}$ de l'air par rapport au système de référence mobile $x^1\, x^2\, x^3$ *(vitesse relative de l'air)* et de la vitesse $\boldsymbol{W}$ du référentiel mobile $x^1\, x^2\, x^3$ par rapport au référentiel inertial *(vitesse d'entraînement de l'air)*. Nous désignerons par V^i, v^i et W^i les composantes contravariantes correspondantes. Rappelons que $v^i \equiv \equiv \frac{dx^i}{dt} \equiv \dot{x}^i$ et que $V_i = W_i + v_i$, $V^i = W^i + v^i$ et, par suite, que $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{W} + \boldsymbol{v}$ en tout point de coordonnées x^1, x^2, x^3 au même instant t. Notons encore que $\frac{1}{2}(\boldsymbol{V})^2 \equiv \frac{1}{2}\gamma_{ij}\, v^i\, v^j + W_i\, v^i + \frac{1}{2}(\boldsymbol{W})^2$ représente l'énergie cinétique par unité de masse du mouvement absolu.

Les composantes contravariantes Q^k de la rotationnelle absolue rot $\boldsymbol{V}$ sont définies par

$$\sqrt{\gamma}\, Q^k \equiv V_{ij} = \frac{\partial V_j}{\partial x^i} - \frac{\partial V_i}{\partial x^j} \equiv -V_{ji}, \tag{1.1}$$

où (i, j, k) désigne une permutation tournante de (1, 2, 3). Rappelons encore l'idendité évidente en x^i et t,

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\, Q^k)}{\partial x^k} \equiv \operatorname{div}(\operatorname{rot}\boldsymbol{V}) \equiv 0, \tag{1.2}$$

ainsi que la relation

$$\operatorname{div}\boldsymbol{W} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial\sqrt{\gamma}}{\partial t}.$$

Enfin, soient p la pression atmosphérique, α le volume spécifique de l'air et F_i les composantes covariantes en variables x^i de la force de frottement $\boldsymbol{F}$. Posons

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x^i}\frac{\partial \alpha}{\partial x^j} - \frac{\partial p}{\partial x^j}\frac{\partial \alpha}{\partial x^i} &\equiv \sqrt{\gamma}\, s^k \\ \text{et} \qquad F_{ij} \equiv \frac{\partial F_j}{\partial x^i} - \frac{\partial F_i}{\partial x^j} &\equiv \sqrt{\gamma}\, f^k, \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

où, comme dans (1.1), (i, j, k) est une des trois permutations tournantes déduites de (1, 2, 3). Les s^k sont les composantes contravariantes en variables x^i du vecteur solénoïdal $\boldsymbol{s} \equiv \nabla p \times \nabla \alpha$ et les f^k les composantes contravariantes en variables x^i du vecteur rot $\boldsymbol{F}$.

2^0 Les équations eulériennes de la dynamique atmosphérique en variables x^i et t s'écrivent, [1, 5, 6],

$$\begin{aligned} \frac{dv_k}{dt} - \frac{1}{2}\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial x^k} v^i v^j + W_{ik} v^i = -\alpha \frac{\partial p}{\partial x^k} + F_k - \\ - \frac{\partial}{\partial x^k}\left[\Phi_{(a)} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{W})^2\right] - \frac{\partial W_k}{\partial t}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

où $\Phi_{(a)}$ représente le potentiel de l'attraction newtonienne de la terre. Rappelons que $\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v^i \frac{\partial}{\partial x^i}$.

Transformons l'expression des composantes covariantes a_k de l'accélération relative $\boldsymbol{a}$ de l'air (accélération de l'air par rapport au référentiel mobile et déformable); on trouve successivement

$$\begin{aligned} a_k \equiv \frac{dv_k}{dt} - \frac{1}{2}\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial x^k} v^i v^j \equiv \frac{\partial v_k}{\partial t} + \left(\frac{\partial v_k}{\partial x^i} - \frac{\partial v_i}{\partial x^k}\right) v^i + \\ + \frac{\partial v_i}{\partial x^k} v^i - \frac{1}{2}\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial x^k} v^i v^j \end{aligned}$$

et par suite,

$$a_k = \frac{\partial v_k}{\partial t} + v_{ik} v^i + \frac{\partial}{\partial x^k}\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{v})^2\right], \tag{2.2}$$

où $\frac{1}{2}(\boldsymbol{v})^2 \equiv \frac{1}{2}\gamma_{ij} v^i v^j \equiv \frac{1}{2}\gamma^{ij} v_i v_j$ représente l'énergie cinétique du mouvement relatif de l'air. La relation tensorielle (2.2) est équivalente à la relation vectorielle bien connue

$$\boldsymbol{a} \equiv \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \operatorname{rot} \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v} + \nabla \frac{1}{2}(\boldsymbol{v})^2. \tag{2.2a}$$

Substituons (2.2) dans (2.1); d'où,

$$\frac{\partial V_k}{\partial t} + V_{ik} v^i = -\alpha \frac{\partial p}{\partial x^k} - \frac{\partial}{\partial x^k}\left[\Phi_{(a)} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{W})^2 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{v})^2\right] + F_k, \tag{2.3}$$

ou encore, sous forme vectorielle,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \operatorname{rot} \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{v} = -\alpha \nabla p - \nabla\left[\Phi_{(a)} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{W})^2 + \frac{1}{2}(\boldsymbol{v})^2\right] + \boldsymbol{F}. \tag{2.3a}$$

Pour obtenir la forme rotationnelle des équations de la dynamique atmosphérique, il suffit de dériver la $j^{\text{ième}}$ équation (2.3) pour x^i et la $i^{\text{ième}}$ équation (2.3) pour x^j, puis de soustraire les relations ainsi obtenues, d'où,

$$\frac{dV_{ij}}{dt} + \frac{\partial v^k}{\partial x^i} V_{kj} + \frac{\partial v^k}{\partial x^j} V_{ik} = \frac{\partial p}{\partial x^i}\frac{\partial \alpha}{\partial x^j} - \frac{\partial p}{\partial x^j}\frac{\partial \alpha}{\partial x^i} + F_{ij}, \quad (2.4)$$

compte tenu de l'identité évidente

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial x^i} + \frac{\partial V_{ki}}{\partial x^j} + \frac{\partial V_{ij}}{\partial x^k} \equiv 0,$$

où (i, j, k) représente une permutation tournante des indices (1, 2, 3).

Finalement, introduisons dans (2.4) les composantes contravariantes Q^k de la rotationnelle absolue rot $\boldsymbol{V}$, définies en (1.1); on trouve *l'équation fondamentale de la rotationnelle absolue* [7],

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{d(\sqrt{\gamma}\,Q^k)}{dt} + \frac{\partial v^i}{\partial x^i} Q^k - \frac{\partial v^k}{\partial x^i} Q^i = s^k + f^k,} \quad (2.5)$$

$$(i, k = 1, 2, 3)$$

où, rappelons-le,

$$Q^k \equiv \sqrt{\gamma^{kk}}\,\mathrm{rot}_{v_{(k)}} \boldsymbol{V}.$$

3° Proposons-nous maintenant de montrer que l'équation fondamentale (2.5) peut prendre la forme d'un bilan. En combinant les deux premiers termes du premier membre de cette équation, après avoir effectué l'opération de dérivation individuelle dans le système de référence $x^1\, x^2\, x^3$, on trouve

$$\frac{\partial(\sqrt{\gamma}\,Q^k)}{\partial t} + \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\,Q^k v^i)}{\partial x^i} - \frac{\partial v^k}{\partial x^i}(\sqrt{\gamma}\,Q^i) = \sqrt{\gamma}\,(s^k + f^k);$$

d'où, compte tenu de l'identité (1.2), le bilan

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial(\sqrt{\gamma}\,Q^k)}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial[\sqrt{\gamma}\,(Q^k v^i - Q^i v^k)]}{\partial x^i} = s^k + f^k, \quad (3.1)$$

ou encore, sous forme vectorielle [7, 8],

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\frac{\partial(\sqrt{\gamma}\,Q^k)}{\partial t} + \mathrm{div}\,(Q^k \boldsymbol{v} - v^k \boldsymbol{Q}) = s^k + f^k,} \quad (3.1\,a)$$

où $\boldsymbol{Q} \equiv \mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}$.

Notons que, dans (3.1 et 1a), la dérivée partielle $\frac{\partial}{\partial t}$ par rapport au temps t représente la variation locale dans le temps pour un observateur attaché au système de référence mobile $x^1\, x^2\, x^3$. Il en résulte que l'opération $\frac{\partial}{\partial t}$ doit être effectuée à x^1, x^2 et x^3 constants.

Le bilan (3.1 ou la) exprime que *la variation locale dans le temps de la composante* $Q^k \equiv \sqrt{\gamma^{kk}}\ \mathrm{rot}_{v(k)}\ \boldsymbol{V}$ *de la rotationnelle absolue* $\boldsymbol{Q} \equiv \mathrm{rot}\ \boldsymbol{V}$, *par unité de volume et pour un observateur solidaire du référentiel* $x^1\ x^2\ x^3$, *résulte*:

a) *d'un transport de rotationnelle* $Q^k\ \boldsymbol{v} - v^k\ \boldsymbol{Q}$ *à travers la surface extérieure de l'unité de volume considérée*,

b) *d'une production de rotationnelle dans ce volume*. Le taux de production est exprimé par $s^k + f^k$; il dépend donc de la «densité» des solénoïdes isobares-isostères et des tubes de tourbillon de la force de frottement.

Le transport de la composante Q^k de la rotationnelle absolue est défini par les composantes contravariantes antisymétriques

$$C^{ki} \equiv Q^k\ v^i - v^k\ Q^i = -\ C^{ik},$$

$$C^{kk} = 0.$$

Il en résulte que *le transport de la composante* Q^k *de la rotationnelle absolue n'a pas de composante normale à la surface* $x^k = \text{constante}$ [7].

On peut décomposer le transport C^{ki} de la composante Q^k de la rotationnelle absolue en un *transport convectif* $Q^k v^i$ et en un *transport non convectif* $-\ v^k\ Q^i$, lequel provient du flux d'air ($v^k \neq 0$) à travers la surface $x^k = \text{constante}$. Remarquons que la composante i du transport convectif de la composante k de la rotationnelle absolue (c'est-à-dire $Q^k v^i$) est égale et de signe contraire à la composante k du transport non convectif de la composante i de la rotationnelle absolue (c'est-à-dire $-\ v^i\ Q^k$). De même, la composante i du transport non convectif de la composante k de la rotationnelle absolue (c'est-à-dire $-\ v^k\ Q^i$) est égale et de signe contraire à la composante k du transport convectif de la composante i de la rotationnelle absolue (c'est-à-dire $Q^i v^k$). En dehors de la surface $x^k = \text{constante}$, les deux transports composants de Q^k se compensent l'un l'autre, car les composantes k du transport convectif et du transport non convectif de la composante k de la rotationnelle absolue sont égales et de signes contraires de sorte que le transport résultant de la composante Q^k de la rotationnelle absolue n'a pas de composante normale à la surface $x^k = \text{constante}$. Par conséquent, *les lignes de transport de la composante* Q^k *de la rotationnelle absolue se trouvent dans les surfaces* $x^k = \text{constante}$. Cette circonstance permet de transformer le bilan (3.1 ou la) dans l'espace à trois dimensions (x^1, x^2, x^3) en un bilan dans l'espace à deux dimensions (x^i, x^j) où les indices i et j forment avec k une permutation tournante de (1, 2, 3) [9]. C'est ce que nous ferons au paragraphe 4.

Lorsque les surfaces $x^3 = \text{constante}$ sont des surfaces substantielles, on a $v^k \equiv \dot{x}^k \equiv 0$ et par suite, dans ce cas, le transport non convectif de la composante Q^k de la rotationnelle absolue est identiquement nul. Il en est de même de la composante normale à la surface $x^k = \text{constante}$ du transport convectif de Q^k. Par suite, *lorsque les surfaces* $x^k = \text{constante}$ *sont des surfaces substantielles, les lignes de transport de la composante* Q^k *de la rotationnelle absolue coïncident avec les lignes de courant, lesquelles sont évidemment situées dans les surfaces* $x^3 = \text{constante}$.

Le transport convectif de la composante Q^k de la rotationnelle absolue provient du transport avec l'air, dans les surfaces $x^k = \text{constante}$, de la rotation absolue instantanée de l'air autour de la normale $\nu_{(k)}$ à la surface $x^k = \text{constante}$. Le transport non convectif est dû à la rotation absolue instantanée de l'air qui souffle à travers les surfaces $x^k = \text{constante}$.

4⁰ Avant de procéder à la transformation du bilan (3.1) en un bilan dans un espace à deux dimensions, faisons remarquer que les composantes covariantes du vecteur-unité normal en un point à la surface $x^k = \text{constante}$ passant par ce point sont données par $N_i \equiv 0$ lorsque $i \neq k$ et par $N_k \equiv \frac{1}{\sqrt{\gamma^{kk}}}$. Il en résulte que l'élément d'aire $\delta\sigma_{(k)}$ de la surface $x^k = \text{constante}$ est définie par $\delta\sigma_{(k)} \equiv \sqrt{\gamma\gamma^{kk}}\,\delta x^i\,\delta x^j$, où (i, j, k), comme ci-dessus, représente une permutation tournante de $(1, 2, 3)$.

Cela étant, remplaçons, dans (3.1), Q^k et v^k par leurs valeurs respectives $\sqrt{\gamma^{kk}}\,\mathrm{rot}_{\nu_{(k)}}\boldsymbol{V}$ et $\sqrt{\gamma^{kk}}\,v_{\nu_{(k)}}$ où $\mathrm{rot}_{\nu_{(k)}}\boldsymbol{V}$ et $v_{\nu_{(k)}}$ ne sont autres que les composantes normales à la surface $x^k = \text{constante}$, passant par le point considéré, de la rotationnelle absolue $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}$ et de la vitesse relative $\boldsymbol{v}$ de l'air; on trouve

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}}\frac{\partial(\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}\,\mathrm{rot}_{\nu_{(k)}}\boldsymbol{V})}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}}\frac{\partial}{\partial x^i}\left[\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}\left(v^i\,\mathrm{rot}_{\nu_{(k)}}\boldsymbol{V} - v_{\nu_{(k)}}Q^i\right)\right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}}\frac{\partial}{\partial x^j}\left[\sqrt{\gamma\gamma^{kk}}\left(v^j\,\mathrm{rot}_{\nu_{(k)}}\boldsymbol{V} - v_{\nu_{(k)}}Q^j\right)\right] = s_{\nu_{(k)}} + f_{\nu_{(k)}}, \qquad (4.1)$$

où l'on ne peut considérer les indices i et j comme étant des indices muets mais, au contraire, comme constituant avec l'indice k une permutation tournante des indices $(1, 2, 3)$. A titre d'exemple, supposons que $k = 3$, alors le bilan (4.1) s'écrit

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{33}}}\frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{\gamma\gamma^{33}}\,\mathrm{rot}_{\nu_{(3)}}\boldsymbol{V}\right) + \frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{33}}}\frac{\partial}{\partial x^1}\left[\sqrt{\gamma\gamma^{33}}\left(v^1\,\mathrm{rot}_{\nu_{(3)}}\boldsymbol{V} - v_{\nu_{(3)}}Q^1\right)\right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{\gamma\gamma^{33}}}\frac{\partial}{\partial x^2}\left[\sqrt{\gamma\gamma^{33}}\left(v^2\,\mathrm{rot}_{\nu_{(3)}}\boldsymbol{V} - v_{\nu_{(3)}}Q^2\right)\right] = s_{\nu_{(3)}} + f_{\nu_{(3)}}. \qquad (4.1')$$

5⁰ Illustrons ces formules générales à l'aide d'un exemple simple. A cet effet, envisageons le cas des coordonnées sphériques (λ, φ, r), où λ désigne la longitude, φ la latitude et r le rayon vecteur au centre de la terre. Posons: $\lambda \equiv x^1$, $\varphi \equiv x^2$, $r \equiv x^3$. Alors, on a: $\gamma_{11} \equiv (r\cos\varphi)^2$, $\gamma_{22} \equiv (r)^2$, $\gamma_{33} \equiv 1$, $\gamma_{ij} \equiv 0$ lorsque $i \neq j$, $\gamma = [(r)^2\cos\varphi]^2$ avec $\sqrt{\gamma} = +(r)^2\cos\varphi$ et $\gamma^{11} \equiv \frac{1}{(r\cos\varphi)^2}$, $\gamma^{22} \equiv \frac{1}{(r)^2}$, $\gamma^{33} \equiv 1$, $\gamma^{ij} \equiv 0$ lorsque $i \neq j$.

Aux composantes contravariantes $v^1 \equiv \dot\lambda$, $v^2 \equiv \dot\varphi$, $v^3 \equiv \dot r$ correspondent les composantes covariantes $v_1 \equiv (r\cos\varphi)^2\,\dot\lambda$, $v_2 \equiv (r)^2\,\dot\varphi$, $v_3 \equiv \dot r$ de la vitesse $\boldsymbol{v}$ de l'air par rapport à la terre (vent). Soient x la tangente au parallèle passant par un point quelconque et orientée de l'W vers l'E,

y la tangente au méridien passant par ce point et orientée du S vers le N, z la verticale ascendante au même point. Les composantes coordonnées u, v, w de la vitesse $\boldsymbol{v}$, au point considéré, dans le trièdre trirectangle dextrogyre $x\,y\,z$ sont

$$u \equiv r\cos\varphi\cdot\dot{\lambda},\quad v \equiv r\,\dot{\varphi},\quad w \equiv \dot{r}.$$

Quant aux composantes contravariantes V^i de la vitesse absolue $\boldsymbol{V}$ de l'air en coordonnées sphériques, elles sont données par

$$V^1 \equiv \omega + \dot{\lambda},\quad V^2 \equiv \dot{\varphi},\quad V^3 \equiv \dot{r}.$$

On en déduit aisément les composantes covariantes V_i; d'où, les composantes covariantes antisymétriques V_{ij} de la rotationnelle absolue $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{Q}$.

$$V_{23} \equiv \frac{\partial\dot{r}}{\partial\varphi} - \frac{\partial[(r)^2\dot{\varphi}]}{\partial r} = (r)^2\cos\varphi\cdot Q^1,$$

$$V_{31} \equiv \frac{\partial}{\partial r}[(r\cos\varphi)^2(\omega+\dot{\lambda})] - \frac{\partial\dot{r}}{\partial\lambda} = (r)^2\cos\varphi\cdot Q^2,$$

$$V_{12} = \frac{\partial[(r)^2\dot{\varphi}]}{\partial\lambda} - \frac{\partial}{\partial\varphi}[(r\cos\varphi)^2(\omega+\dot{\lambda})] = (r)^2\cos\varphi\cdot Q^3$$

et les composantes coordonnées X, Y, Z de $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}$ dans le trièdre $x\,y\,z$,

$$\left.\begin{aligned} X &\equiv r\cos\varphi\cdot Q^1 \equiv \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{r},\\ Y &\equiv r\,Q^2 \equiv 2\,\omega\cos\varphi + \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u}{r},\\ Z &\equiv Q^3 \equiv 2\,\omega\sin\varphi + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{u\,\mathrm{tg}\,\varphi}{r}, \end{aligned}\right\} \qquad (5.1)$$

où nous avons posé

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \frac{1}{r\cos\varphi}\,\frac{\partial}{\partial\lambda},\qquad \frac{\partial}{\partial y} \equiv \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial\varphi},\qquad \frac{\partial}{\partial z} \equiv \frac{\partial}{\partial r}.$$

En se reportant à (4.1′), on trouve immédiatement le bilan de la composante verticale Z de la rotationnelle absolue $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{V}$ [8]

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[Z\,u - w\,X] + \frac{1}{r\cos\varphi}\,\frac{\partial}{\partial y}[r\cos\varphi\,(Z\,v - w\,Y)] = s_z + f_z, \quad (5.2)$$

ou encore, sous forme vectorielle,

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \mathrm{div}_h\,(Z\,\boldsymbol{v}_h - w\,\mathrm{rot}_h\,\boldsymbol{V}) = s_z + f_z, \qquad (5.2\,\mathrm{a})$$

où

$$s_z \equiv \frac{\partial p}{\partial x}\,\frac{\partial\alpha}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y}\,\frac{\partial\alpha}{\partial x}\ \text{ et }\ f_z \equiv \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} + \frac{F_x\,\mathrm{tg}\,\varphi}{r}$$

désignent respectivement le nombre de solénoïdes isobares-isostères et le nombre de tubes-unités de tourbillon de la force de frottement $\boldsymbol{F}$ (de composantes coordonnées F_x, F_y, F_z dans le trièdre $x\,y\,z$), par unité de surface horizontale et div_h la divergence horizontale.

Le bilan (5.2) ou (5.2a) montre que *le transport de la composante verticale de la rotationnelle absolue de l'air est défini par le vecteur horizontal* $\boldsymbol{C}$ *de composantes coordonnées*

$$C_x \equiv Z\,u - w\,X, \quad C_y \equiv Z\,v - w\,Y, \quad C_z \equiv 0,$$

dans le trièdre $x\,y\,z$.

6° En météorologie dynamique, il y a souvent avantage à substituer à la variable r une autre variable $\psi = \psi(\lambda, \varphi, r, t)$, par exemple: la pression atmosphérique p, la température potentielle Θ de l'air, ... Ecrivons $r \equiv a + z$, où a représente le rayon moyen de la terre (que nous supposerons sphérique) et admettons que l'on puisse résoudre $\psi = \psi(\lambda, \varphi, a + z, t)$ par rapport à z, d'où

$$z = z(\lambda, \varphi, \psi, t).$$

Désignons par $\frac{\delta}{\delta\lambda}, \frac{\delta}{\delta\varphi}, \frac{\delta}{\delta\psi}, \frac{\delta}{\delta t}$ les dérivées partielles lorsque les variables λ, φ, ψ, et t sont considérées comme étant indépendantes. Alors, dans le système de coordonnées $\lambda \equiv x^1, \varphi \equiv x^2$ et $\psi \equiv x^3$, on a:

$$\gamma_{11} \equiv (r\cos\varphi)^2\,(1 + z_x{}^2), \quad \gamma_{22} \equiv (r)^2\,(1 + z_y{}^2), \quad \gamma_{33} = (z_\psi)^2,$$

$$\gamma_{23} \equiv r\,z_y\,z_\psi, \qquad \gamma_{31} \equiv r\cos\varphi\,z_x\,z_\psi, \qquad \gamma_{12} \equiv (r)^2\cos\varphi\,z_x\,z_y,$$

$$\gamma \equiv [(r)^2\cos\varphi \cdot z_\psi]^2 = \left(\frac{(r)^2\cos\varphi}{\dfrac{\partial\psi}{\partial z}}\right)^2,$$

avec $\sqrt{\gamma} \equiv \pm \dfrac{(r)^2\cos\varphi}{\dfrac{\partial\psi}{\partial z}}$ (+ ou — suivant que ψ augmente ou diminue avec r ou z), et

$$\gamma^{11} \equiv \frac{1}{(r\cos\varphi)^2}, \qquad \gamma^{22} \equiv \frac{1}{(r)^2}, \qquad \gamma^{33} \equiv \frac{1 + (z_x)^2 + (z_y)^2}{(z_\psi)^2} \equiv (\nabla\psi)^2,$$

$$\gamma^{23} \equiv -\frac{z_y}{r\,z_\psi} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad \gamma^{31} \equiv -\frac{z_x}{r\cos\varphi\,z_\psi} = \frac{1}{r\cos\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial x}, \qquad \gamma^{12} \equiv 0,$$

où nous avons posé

$$z_x \equiv \frac{\delta z}{\delta x} \equiv \frac{1}{r\cos\varphi}\frac{\delta z}{\delta\lambda}, \qquad z_y \equiv \frac{\delta z}{\delta y} \equiv \frac{1}{r}\frac{\delta z}{\delta\varphi}, \qquad z_\psi \equiv \frac{\delta z}{\delta\psi},$$

et

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} \equiv \frac{1}{r\cos\varphi}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial y} \equiv \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial z} \equiv \frac{\partial\psi}{\partial r},$$

$\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}$, $\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$ et $\frac{\partial\psi}{\partial r}$ désignant les dérivées partielles par rapport à λ, φ et r de la fonction ψ des variables indépendantes λ, φ, r, t. En les nouvelles variables λ, φ, ψ, les composantes contravariantes v^i de la vitesse relative de l'air par rapport au référentiel $\lambda\,\varphi\,\psi$ sont: $v^1 \equiv \dot\lambda$, $v^2 \equiv \dot\varphi$, $v^3 \equiv \dot\psi$ et les composantes covariantes W_i de la vitesse d'entraînement $\boldsymbol{W}$ du référentiel (λ, φ, ψ) par rapport au système de référence géocentrique,

$$W_1 \equiv r\cos\varphi\,(\omega\,r\cos\varphi + z_t\,z_x), \qquad W_2 \equiv r\,z_t\,z_y, \qquad W_3 \equiv z_t\,z_\psi.$$

Il est alors aisé d'écrire les composantes covariantes $V_i \equiv \gamma_{ij} v^j + W_i$ de la vitesse absolue de l'air et d'en déduire les composantes covariantes antisymétriques V_{ij} ainsi que les composantes contravariantes Q^k de la rotationnelle absolue rot $\boldsymbol{V} \equiv \boldsymbol{Q}$. Mais, il est plus simple de déduire ces composantes Q^k des composantes Q^k du paragraphe précédent et cela grâce à la relation classique de contravariance [6]; on obtient immédiatement

$$Q^1 \equiv \frac{X}{r \cos \varphi}, \qquad Q^2 \equiv \frac{Y}{r}, \qquad Q^3 \equiv \nabla \psi \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}. \tag{6.1}$$

Désignons par Z_* et w_* les composantes normales de rot $\boldsymbol{V}$ et $\boldsymbol{v}$ à la surface $\psi =$ constante; on sait que

$$Z_* \equiv \frac{Q^3}{\sqrt{\gamma^{33}}} \equiv \frac{\nabla \psi}{|\nabla \psi|} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V},$$

et

$$w_* \equiv \frac{\dot{\psi}}{|\nabla \psi|}.$$

Notons que (u, v, w_*) et (X, Y, Z_*) sont les projections orthogonales des vecteurs $\boldsymbol{v}$ et rot $\boldsymbol{V}$ sur les arêtes du trièdre des normales aux surfaces de coordonnées $\lambda =$ constante, $\varphi =$ constante et $\psi =$ constante, au point considéré. Ce trièdre n'est pas trirectangle, il est dextrogyre lorsque ψ croît avec z, il est levogyre dans le cas contraire. Rappelons que $\boldsymbol{v}$ représente ici la vitesse de l'air par rapport au référentiel (λ, φ, ψ) et *non* par rapport à la terre.

De même, en se reportant au bilan (4.1'), on trouve aussitôt le bilan de la composante normale Z_* de la rotationnelle absolue rot $\boldsymbol{V}$ à la surface équiscalaire $\psi =$ constante; à savoir:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_*}} \frac{\delta(\sqrt{\gamma_*}\, Z_*)}{\delta t} + \frac{1}{\sqrt{\gamma_*}} \frac{\delta}{\delta \lambda} \left[\sqrt{\gamma_*} \left(Z_* \dot{\lambda} - w_* \frac{X}{r \cos \varphi} \right) \right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{\gamma_*}} \frac{\delta}{\delta \varphi} \left[\sqrt{\gamma_*} \left(Z_* \dot{\varphi} - w_* \frac{Y}{r} \right) \right] = s_* + f_* \tag{6.2}$$

où s_* et f_* représentent respectivement le nombre des solénoïdes isobares-isostères et le nombre de tubes-unités de tourbillon de la force de frottement, par unité d'aire de la surface $\psi =$ constante, et où nous avons posé

$$\gamma_* \equiv \gamma \gamma^{33} \equiv \left(\frac{(r)^2 \cos \varphi}{\dfrac{\partial \psi}{\partial z}} \right)^2 (\nabla \psi)^2.$$

Notons que $\delta \sigma_\psi \equiv \sqrt{\gamma_*}\, \delta \lambda\, \delta \varphi$ n'est autre que l'élément d'aire de la surface équiscalaire $\psi =$ constante. Remarquons encore que le bilan (6.2) prend la forme vectorielle

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_*}} \frac{\delta(\sqrt{\gamma_*}\, Z_*)}{\delta t} + \operatorname{div}_\psi (Z_* \boldsymbol{v} - w_* \operatorname{rot} \boldsymbol{V}) = s_* + f_*, \tag{6.2a}$$

où div_ψ désigne l'opération de la divergence dans la surface $\psi =$ constante. Lorsque les surfaces équiscalaires $\psi =$ constante sont des surfaces isobares ou des surfaces isentropiques, on a évidemment $s_* \equiv 0$.

Le bilan (6.2) ou (6.2a) montre que *le transport de la composante normale aux surfaces équiscalaires ψ = constante de la rotationnelle absolue de l'air est défini par le vecteur $\boldsymbol{C}$ dont les projections orthogonales sur les arêtes du trièdre des normales aux surfaces de coordonnées sont*

$$C_x \equiv Z_* u - w_* X, \quad C_y \equiv Z_* v - w_* Y, \quad C_{z*} \equiv 0,$$

où z^* désigne la normale à la surface ψ = constante dirigée dans le sens des valeurs croissantes de ψ. Les lignes de transport de Z_* sont donc des lignes de la surface ψ = constante. Enfin, *en l'absence de frottement, l'intégrale de surface*

$$\iint_{\sigma_\psi} Z_* \, \delta\sigma_\psi$$

est indépendante du temps t, lorsque les surfaces ψ = constante sont engendrées par des lignes isobares-isostères (surfaces isobares, isostères, isentropiques, isothermes) *et que l'aire de cette surface est délimitée par une ligne de courant du champ de vecteur $\boldsymbol{C}$* [9]. Cette ligne se confond avec une ligne de courant de l'air, lorsque $w_* \equiv 0$ (mouvement isobare, ou incompressible, ou adiabatique, ou isothermique).

7° Retournons à l'équation fondamentale (2.5) et substituons-y l'équation de continuité

$$\frac{\partial(\sqrt{\gamma}\, q)}{\partial t} + \frac{\partial(\sqrt{\gamma}\, q\, v^i)}{\partial x^i} = 0, \quad \text{ou encore,} \quad \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{d(\sqrt{\gamma}\, q)}{dt} + q \frac{\partial v^i}{\partial x^i} = 0,$$

où $q \equiv \frac{1}{\alpha}$ est la masse spécifique de l'air. On trouve [7]

$$\boxed{\frac{1}{\alpha} \frac{d(\alpha Q^k)}{dt} = \frac{\partial v^k}{\partial x^i} Q^i + s^k + f^k.} \tag{7.1}$$

Cela étant, considérons les coordonnées $x^1 \equiv \lambda$, $x^2 \equiv \varphi$, $x^3 \equiv \psi$ du paragraphe 6 et posons $k \equiv 3$ dans (7.1); d'où, grâce à (6.1), l'équation de H. Ertel [2]

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d}{dt} (\alpha \nabla\psi \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}) = \nabla\dot{\psi} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V} + \nabla\psi \cdot [\nabla p \times \nabla\alpha + \operatorname{rot} \boldsymbol{F}], \tag{7.2}$$

compte tenu du fait que la composante normale A_n d'un vecteur $\boldsymbol{A}$ à la surface équiscalaire ψ = constante est liée à la composante contravariante A^3 de ce vecteur par la relation: $A^3 = \sqrt{\gamma^{33}}\, A_n$, et par suite, $s^3 = \sqrt{\gamma^{33}}\, s_n = |\nabla\psi|\, (\nabla p \times \nabla\alpha)_n = \nabla\psi \cdot (\nabla p \times \nabla\alpha)$. On établirait de même que $f^3 \equiv \nabla\psi \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}$.

L'équation (7.2) prend aisément la forme

$$\frac{d}{dt} (\alpha \boldsymbol{Q} \cdot \nabla\psi) - (\alpha \boldsymbol{Q} \cdot \nabla) \frac{d\psi}{dt} = \nabla\psi \cdot [(\nabla p \times \nabla\alpha) + \operatorname{rot} \boldsymbol{F}], \tag{7.3}$$

où, rappelons-le, $\boldsymbol{Q} \equiv \operatorname{rot} \boldsymbol{V}$ et $\frac{d\psi}{dt} \equiv \dot{\psi}$. L'équation (7.3) montre que *les opérateurs* $\frac{d}{dt}$ et $\alpha \boldsymbol{Q} \cdot \nabla$ *sont permutables lorsque le fluide est barotrope et que la force de frottement dérive d'une fonction potentielle* (en particulier, lorsque cette force est nulle).

Lorsque $\psi \equiv \lg \Theta$, où Θ est la température potentielle de l'air, et en admettant qu'en l'absence de frottement ($\boldsymbol{F} \equiv 0$) l'air ne subit que des transformations adiabatiques ($\dot{\psi} \equiv \dot{\Theta} \equiv 0$), l'équation (7.2) se réduit à la relation d'invariance

$$\frac{d}{dt}\,(\alpha\, \nabla \psi \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}) = 0, \tag{7,2'}$$

laquelle exprime la conservation de $\left[\alpha\, \dfrac{\nabla \Theta}{\Theta} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}\right]$ le long du mouvement (*théorème d'*Ertel). Rappelons que $\dfrac{|\nabla \Theta|}{\Theta}$ n'est autre que la stabilité statique.

Le théorème de C. G. Rossby [*4*] se déduit aisément du théorème de H. Ertel. En effet, en posant $\psi \equiv \Theta$ (au lieu de $\lg \Theta$), l'invariant $[\alpha \nabla \Theta \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}]$ peut s'écrire, en première approximation, $\alpha \dfrac{\partial \Theta}{\partial z} \operatorname{rot}_z \boldsymbol{V} \cong -$ $- g \dfrac{\partial \Theta}{\partial p} \cdot \operatorname{rot}_z \boldsymbol{V}$. Ainsi, *en l'absence de frottement, le rapport* $\dfrac{\operatorname{rot}_z \boldsymbol{V}}{\Delta p}$, *où* Δp *est la différence de pression entre deux surfaces isentropiques, est un invariant dans le cas d'une transformation adiabatique de l'air.*

8° Enfin, retournons aux équations eulériennes (2.1) et aux équations rotationnelles (7.1). Multiplions les premières par $\alpha\, Q^k$, les secondes par $\alpha\, v_k$, additionnons les équations ainsi obtenues et substituons-y $(V_k - W_k)$ à v_k. Après quelques calculs, on trouve

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d}{dt}\,(\alpha\, \boldsymbol{V} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{V}) = -\operatorname{rot} \boldsymbol{V} \cdot \{\nabla\,[\Phi_{(a)} - {}^1\!/_2\,(\boldsymbol{V})^2] + \alpha\, \nabla p - \boldsymbol{F}\} + \\ + (\operatorname{rot} \boldsymbol{F} + \nabla p \times \nabla \alpha) \cdot \boldsymbol{V}. \tag{8.1}$$

Puis, en soustrayant membre à membre les équations (7.2) et (8.1), on obtient finalement,

$$\frac{d}{dt}\,[\alpha \operatorname{rot} \boldsymbol{V} \cdot (\boldsymbol{V} - \nabla \psi)] = \\ = -\alpha \operatorname{rot} \boldsymbol{V} \cdot \left\{\nabla\left[\Phi_{(a)} - \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{V})^2 + \frac{d\psi}{dt}\right] + \alpha\, \nabla p - \boldsymbol{F}\right\} + \\ + \alpha\,[(\nabla p \times \nabla \alpha) + \operatorname{rot} \boldsymbol{F}] \cdot [\boldsymbol{V} - \nabla \psi]. \tag{8.2}$$

Lorsque le fluide est barotrope et que la force de frottement $\boldsymbol{F}$ dérive d'une fonction potentielle, on a l'identité

$$\nabla p \times \nabla \alpha + \operatorname{rot} \boldsymbol{F} \equiv 0$$

et il existe alors une fonction Π telle que

$$\nabla \Pi = -\alpha\, \nabla p + \boldsymbol{F}.$$

Dans ces conditions, si le scalaire ψ satisfait à la relation

$$\frac{d\psi}{dt} = +\frac{1}{2}\,(\boldsymbol{V})^2 - \Phi_{(a)} + \Pi,$$

le mouvement du fluide admet l'invariant d'Ertel-Rossby $[\alpha \operatorname{rot} \boldsymbol{V} \cdot$ $\cdot (\boldsymbol{V} - \nabla \psi)]$, où ψ représente l'action hamiltonienne du fluide envisagé [*3*].

Bibliographie.

1. Ertel, H.: Die Arten der Unstetigkeiten des Windfeldes an der Tropopause. Meteorol. Z. **53**, 450—455 (1936).
2. — Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz. Meteorol. Z. **59**, 277—281 (1942).
3. Ertel, H. and C. G. Rossby: A new conservation-theorem of hydrodynamics. Geofis. pura e appl. **14**, 189—193 (1949).
4. Rossby, C. G.: Planetary flow patterns in the atmosphere. Quart. Journ. Roy. Met. Soc., Supplement Toronto **66**, 68—87 (1940).
5. Van Mieghem, J. et A. Vandenplas: Les équations de la dynamique atmosphérique en coordonnées généralisées. Application au cas des coordonnées sphériques. Mém. Inst. Roy. Météor. Belgique, **41**, 1—57 (1950).
6. Van Mieghem, J.: La stabilité du mouvement permanent horizontal et isobare de l'air atmosphérique. Mém. Inst. Roy. Météor. Belgique **28**, 5—33 (1948).
7. — Le bilan de la rotationnelle absolue dans l'atmosphère. Tellus, **3**, 297 à 300 (1951).
8. — Comments on the vorticity equation. Proc. Indian Academy Scienc. Sec. A, **37**, 204—212 (1953).
9. — Transport and production of vorticity in the atmosphere. Tellus (à l'impression).

551.511

(University of Chicago, Department of Meteorology, Chicago.)

The Computational Stability of Boundary Conditions in Numerical Integration of the Vorticity Equation.

By

G. W. Platzman*.

With 5 Figures.

Abstract. In forecasting large-scale flow patterns by numerical integration of the vorticity equation, errors are permitted near the boundaries of the region of integration. The magnitude of these errors depends upon the nature of the boundary conditions. Three simple types of boundary conditions are examined in this paper, and it is shown that two cases lead to computational instability while one is stable. The degree of instability is estimated in the former cases.

Zusammenfassung. Bei der Vorhersage großräumiger Strömungszustände durch numerische Integration der Vorticity-Gleichung sind an den Grenzen des Integrationsbereiches Fehler gestattet, deren Größe von der Art der Grenzbedingungen abhängig ist. In der vorliegenden Arbeit werden drei einfache Fälle von Grenzbedingungen untersucht und es wird gezeigt, daß zwei Fälle zu Instabilität führen, während der dritte stabil ist; der Instabilitätsgrad der ersteren wird abgeschätzt.

Résumé. Lors de la prévision à grande échelle des états de la circulation atmosphérique, au moyen d'intégration numérique de l'équation de la vorticity, des erreurs sont permises aux limites de la région d'intégration; la grandeur de ces erreurs dépend de la nature des conditions de ces limites. L'auteur examine ici trois types simples de conditions des limites; dans deux cas elles conduisent à une instabilité, tandis que le troisième est stable. Pour finir, il estime le degré d'instabilité des deux premiers cas.

The meteorology group at the Institute for Advanced Study has developed methods for numerical integration of the vorticity and potential vorticity equations, suitable for use with a high-speed digital computer. This work is described in papers by Charney, Fjörtoft, and von Neumann (1950) and by Charney and Phillips (1953).

* The work reported here was developed during a visit by the author to the meteorology group at the Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey.

In the application of these methods to forecasting large-scale flow patterns in the atmosphere, the region of integration is limited horizontally by an artificial boundary in order to restrict the amount of data involved in the calculation. The boundary usually is a rectangle on a conformal projection of the earth's surface. To make the required solution determinate, it is necessary that along the boundary certain conditions be prescribed which, in principle, are incompatible with the physical model upon which the integration is based. For example, the inflow vorticity as well as the velocity component normal to the boundary must be prescribed as a function of time. If the region of integration is sufficiently large, errors necessarily introduced along the boundary do not produce appreciable errors in the interior of the region, at points well removed from the boundary. On the other hand, the particular manner in which the boundary conditions are applied may adversely affect the error accumulation near the boundary. Indeed, certain methods of treating the boundary conditions lead to instabilities in the iterative process usually adopted for time integration. The purpose of this note is to examine these questions briefly in some simple cases.

1. We consider a uniform flow of strength U along the x-axis, upon which is superimposed a small vorticity $\zeta(x, t)$. If the term that involves the Rossby parameter is omitted, the linearized vorticity equation is

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -U \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \tag{1}$$

This equation is almost trivial, but the corresponding finite-difference equation will suffice to illustrate some of the more important aspects of the treatment of boundary conditions in numerical integration. Our discussion is confined to equation (1) in order to reduce the mathematical analysis to its simplest possible terms.

We divide the interval of integration on the x-axis into $p + 1$ subintervals of equal length Δx, and define the vorticity at p internal points $x = k\Delta x$ $(k = 1, 2, \ldots, p)$ and at two boundary points $(k = 0, p + 1)$. Using centered differences along the x-axis, the preceding equation may be reduced to the form

$$\partial \zeta_k / \partial \tau = \frac{1}{2}(\zeta_{k+1} - \zeta_{k-1}), \tag{2}$$

where $\tau \equiv -Ut/\Delta x$. We will assume $U < 0$ so that $k = p + 1$ is an inflow point and $k = 0$ an outflow point. It should be noted that we have thus far replaced only the space derivative by a finite difference; the system of equations (2) therefore will be called "semi-discrete". It proves convenient to investigate the semi-discrete system before proceeding to the "fully-discrete" system in which the time derivative also is replaced by a finite difference.

Equation (2) applies only to internal points ($k = 1$ to p). To solve this equation we must specify boundary conditions: values of ζ_0 and ζ_{p+1} as functions of time. Since $k = p + 1$ is an inflow point, the vorticity there at any time must have originated from points outside the region of integration (that is, from points to the right of $k = p + 1$). For this

reason it is appropriate to regard ζ_{p+1} as a function assigned explicitly, since information external to the region of integration is not available; thus,

$$\zeta_{p+1} = h_p(\tau), \tag{3}$$

where $h_p(\tau)$ is a function explicitly assigned *ab initio*. (The simplest procedure is to give ζ_{p+1} a constant value, independent of τ.)

At the *outflow* point $k = 0$, the vorticity at any time must (or rather, should) have originated from points lying within the region of integration. This suggests that ζ_0 should be determined implicitly at any time by the "internal" vorticities whose values are to be found by solving equation (2). We therefore assume that

$$\zeta_0 = -h_1(\tau) - \sum_{k=1}^{p} b_k \zeta_k, \tag{4}$$

where $h_1(\tau)$ is an assigned function and b_k are assigned constants. In the sequel, three special cases of this general relation will be examined:

Case I: $\zeta_0 = -h_1(\tau)$, so that ζ_0 is explicitly assigned *ab initio*. Then $b_k = 0$ $(k = 1$ to $p)$.

Case II: $\zeta_0 = \zeta_1$ (linear extrapolation from one internal point). Then $h_1 = 0$; $b_1 = -1$, $b_k = 0$ $(k = 2$ to $p)$.

Case III: $\zeta_0 = 2\zeta_1 - \zeta_2$ (linear extrapolation from two internal points). Then $h_1 = 0$; $b_1 = -2$, $b_2 = 1$, $b_k = 0$ $(k = 3$ to $p)$.

These cases are of practical interest because each has been used by the group working in Princeton.

2. To solve the system of equations (2), define the column matrices

$$\boldsymbol{\zeta}(\tau) \equiv \operatorname{col}(\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_p),$$

$$\boldsymbol{h}(\tau) \equiv \operatorname{col}(h_1, 0, \ldots, 0, h_p),$$

where h_1 and h_p are the quantities introduced in (3) and (4). Further, define the $p \times p$ square matrices

$$\boldsymbol{A} \equiv \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \vdots & & \cdots & & & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{B} \equiv \frac{1}{2}\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_p \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} \equiv \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}.$$

The antisymmetric matrix $\boldsymbol{A}$ has nonzero elements only in the diagonals adjacent to the principal diagonal, while $\boldsymbol{B}$ may have nonzero elements only in the first row.

In this notation, the system of equations (2) is equivalent to

$$\partial\zeta/\partial\tau = \boldsymbol{C}\,\zeta + \frac{1}{2}\,\boldsymbol{h}, \tag{6}$$

a matrix differential equation of the first order with constant coefficient $\boldsymbol{C}$ and an inhomogeneous term $\boldsymbol{h}\,(\tau)/2$. The fundamental solution of this equation is $\exp \boldsymbol{C}\,\tau$. Therefore, if λ_k ($k = 1$ to p) denote the latent roots[1] of $\boldsymbol{C}$, the fundamental modes of ζ are $\exp \lambda\,\tau$.

Consequently, a fundamental mode of the semi-discrete system is damped, neutral, or amplified according as the real part of the corresponding latent root of $\boldsymbol{C}$ *is negative, zero, or positive.*

Although the stability of the semi-discrete system is determined primarily by the character of the fundamental modes, a mild form of instability may arise in the form of resonance if the choice of boundary conditions introduces any constraint whose frequency coincides with the frequency of a fundamental mode. Such an effect in any case could not be exponential.

3. Let $\zeta^{(n)}$ denote the value of ζ at $\tau = n\,\Delta\tau$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$) and replace the derivative $\partial\zeta/\partial\tau$ in (6) by a centered difference over the interval $2\,\Delta\tau$. This yields the fully-discrete system[2]

$$\frac{1}{2}\,[\zeta^{(n+1)} - \zeta^{(n-1)}] = \boldsymbol{C}\,\zeta^{(n)}\,\Delta\tau + \frac{1}{2}\,\boldsymbol{h}^{(n)}\,\Delta\tau. \tag{7}$$

Equation (7) is a matrix difference equation of the *second order* with constant coefficients and an inhomogeneous term.

The use of a centered difference over the interval $2\,\Delta\tau$ results in a difference equation of the second order in the time dependence of ζ, whereas the physical equation (1) and the semi-discrete equation (2) are of the first order in the time. For this reason, corresponding to each fundamental solution of (2) there are two fundamental solutions of (7). Let $\exp \boldsymbol{D}\tau$ (with $\tau = n\,\Delta\tau$) be one of the fundamental solutions of (7), apart from an arbitrary multiplicative constant. Then it is easily verified that the other fundamental solution is $(-)^n \exp(-\boldsymbol{D}\tau)$, and that the $p \times p$ square matrix $\boldsymbol{D}$ must be determined from

$$\boldsymbol{C}\,\Delta\tau = \operatorname{sh} \boldsymbol{D}\,\Delta\tau, \tag{8}$$

---

[1] That is, the roots of $\det(\lambda\,\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}) = 0$; in every specific case considered later, these roots are distinct.

[2] Since a centered difference cannot be made at $n = 0$, we use an uncentered difference at this initial time:

$$\zeta^{(1)} - \zeta^{(0)} = \boldsymbol{C}\,\zeta^{(0)}\,\Delta\tau + \frac{1}{2}\,\boldsymbol{h}^{(0)}\,\Delta\tau.$$

The value of $\zeta^{(1)}$ thus specified and the assigned value of $\zeta^{(0)}$ determine the two constants of integration that arise in the solution of (7). This solution can be obtained readily, because (7) is linear with constant coefficients, but it is not required here.

where sh signifies the hyperbolic sine. Let ν_k ($k = 1$ to p) denote the latent roots of $\boldsymbol{D}$. Then the fundamental modes of $\zeta^{(n)}$ are

$$\exp \nu\tau \text{ and } (-)^n \exp(-\nu\tau), \tag{9}$$

the former corresponding to the fundamental solution $\exp \boldsymbol{D}\tau$ and the latter to $(-)^n \exp(-\boldsymbol{D}\tau)$. Further, equation (8) implies that

$$\lambda \Delta\tau = \operatorname{sh} \nu \Delta\tau, \tag{10}$$

where λ_k ($k = 1$ to p), the latent roots of $\boldsymbol{C}$, are the frequencies of the fundamental modes of the semi-discrete system. In accordance with (9), the latent roots ν_k determine the frequencies of the fundamental modes of the fully-discrete system. Equation (10) prescribes the correspondence between the frequencies in the two systems[1].

In the limit $\Delta\tau \to 0$, we have $\boldsymbol{D} \to \boldsymbol{C}$ and $\nu \to \lambda$, so that in this limit, $\exp \nu\tau$ coincides with the fundamental modes of the semi-discrete system; for this reason it is appropriate to say that $\exp \nu\tau$ are "physical" modes of the fully-discrete system, while $(-)^n \exp(-\nu\tau)$ are "computational" modes, which arise from the use of a centered time difference. The anomalous behavior of a computational mode is inherent in the fact that an amplified computational mode is associated with a damped physical mode, and *vice versa*. Indeed, *an amplified mode is present in the fully-discrete system whenever an amplified or a damped mode is present in the semi-discrete system.* This is evident from (10), which shows that a nonzero real part of ν always is associated with a nonzero real part of λ. Therefore, *if the fully-discrete system shall possess no amplified modes, it is necessary that all modes of the semi-discrete system be neutral.*

The latter condition is, however, not sufficient because for any λ (real or complex), a nonzero real part of ν must arise when $|\lambda| \Delta\tau > 1$, as is clear from (10). This may be avoided by choosing $\Delta\tau$ small enough to satisfy

$$\Delta\tau \leqq [|\lambda|_{\max}]^{-1}, \tag{11}$$

so that $|\lambda| \Delta\tau \leqq 1$ for all λ. We have here the computational stability criterion developed in the paper by Charney, Fjörtoft, and von Neumann[2].

The instability associated with an adverse value of $\Delta\tau$, in opposition to (11), is far more pronounced than that produced by boundary conditions. We will refer to the former as "primary" and the latter as "secondary" instability.

4. We may examine now in detail the (secondary) stability of each of the methods cited in section 1 for treating conditions at the boundaries.

[1] When the frequencies are complex, (10) gives, strictly, multiple values of ν for each λ. The determination of ν may be rendered unique by restricting the imaginary part of $\nu \Delta\tau$ to the range $\pm \pi/2$; that is, $|\Im \nu \Delta\tau| \leqq \pi/2$. This makes λ and ν lie in the same quadrants of their respective complex planes. Further, for each such value of ν there are two frequencies in the fully-discrete system; from (9) these frequencies are ν and $-\nu \pm i\pi/\Delta\tau$.

[2] In each of the specific cases to be examined presently, $|\lambda|_{\max} < 1$ and (11) becomes $\Delta\tau \leqq 1$, or $\Delta t \leqq \Delta x/|U|$.

In case I, the matrix $\boldsymbol{B} = 0$ in (5), and $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}$. Since $\boldsymbol{A}$ is antisymmetric, its latent roots are purely imaginary; therefore, all modes of the semi-discrete system in case I are neutral and, subject to (11), this method of treating the boundary conditions is "stable".

Before proceeding to the next case, it will be useful to show how the frequencies of the fundamental modes may be determined in case I. Let

$$A_p(\lambda) \equiv 2^p \det(\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})$$

define a polynomial in λ of degree p, where $\boldsymbol{A}$ is the $p \times p$ square matrix in (5). Then the latent roots of $\boldsymbol{C}\,(= \boldsymbol{A})$ are the roots of $A_p(\lambda) = 0$.

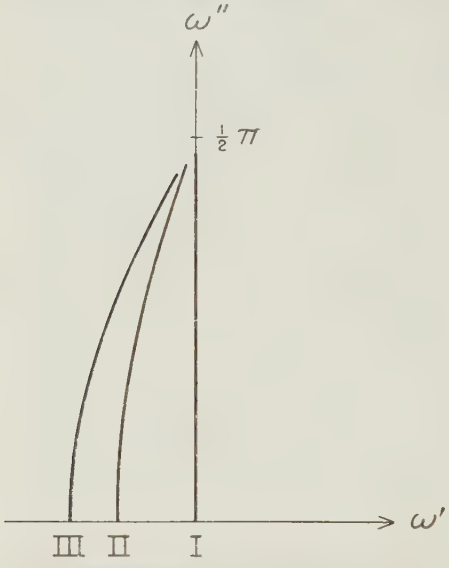


Fig. 1. Distributions of ω in the complex plane for three types of boundary conditions (I, II, III). Only the upper half plane is shown; in the lower half plane the distributions are mirror images of those in the upper half plane.

By expanding $A_{p+1}(\lambda)$ on the elements of its first column, we find that A_p satisfies a second-order difference equation that may be put in the form

$$\frac{1}{2}(A_{p+1} - A_{p-1}) = \lambda A_p. \qquad (12)$$

This has fundamental solutions $\exp p\omega$ and $(-)^p \exp(-p\omega)$, where ω must be determined from[1]

$$\lambda = \operatorname{sh} \omega. \qquad (13)$$

The general solution of (12) is a linear combination of the fundamental solutions. To assign the appropriate coefficients it suffices to note that $A_1 = 2\lambda$ and $A_2 = 4\lambda^2 + 1$; in this way we find

$$A_p = \frac{1}{2}[e^{(p+1)\omega} + (-)^p e^{-(p+1)\omega}]/\operatorname{ch} \omega. \qquad (14)$$

The values of ω that cause A_p to vanish are purely imaginary and are distributed in the complex ω-plane along curve I in Fig. 1. They are

$$\omega = i\pi\left(\frac{1}{2} - \frac{k}{p+1}\right),$$

where $k = 1, 2, \ldots, p$; therefore, from (13),

$$\lambda_k = i \cos \frac{k\pi}{p+1}.$$

These are the latent roots of $\boldsymbol{C}$ in case I.

[1] To render ω unique we take $|J\omega| \leq \pi/2$.

In cases II and III, where $\boldsymbol{B} \neq 0$ in (5), let

$$C_p(\lambda) \equiv 2^p \det(\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{C})$$

denote the characteristic polynomial. By expanding $C_p(\lambda)$ on the elements of its first column, and continuing this process in succession for each determinant of lower order thus obtained, we have ultimately

$$C_p = A_p + \sum_{k=1}^{p} (-)^k b_k A_{p-k}, \tag{15}$$

where b_k, the elements of the first row of $\boldsymbol{B}$, are the coefficients introduced in (4).

In case II, as noted in section 1, the b-values are $b_1 = -1$, $b_k = 0$ ($k = 2$ to p); therefore, (15) reduces to

$$C_p = A_p + A_{p-1}.$$

We must now delineate the values of ω that cause C_p to vanish. Let ω' and ω'' denote the real and imaginary parts of ω, so that $\omega = \omega' + i\,\omega''$. Along the lines $\omega'' = \pm \pi/2$, the expression (14) for A_p reduces to $(\pm i)^p \operatorname{sh}(p+1)\omega'/\operatorname{sh}\omega'$; hence $A_p + A_{p-1}$ cannot vanish anywhere on these lines, and we may restrict our investigation to the zone $|\omega''| < \pi/2$. Making use of (14) we find that $C_p = 0$ yields the following transcendental equation for ω:

$$e^{(2p+1)\omega} = (-)^p \operatorname{th} \frac{1}{2}\omega. \tag{16}$$

It is evident by inspection of this equation that there can be no purely imaginary roots in the zone $|\omega''| < \pi/2$; in fact, we will show presently that the real part of every root is negative. From (13) it follows tath (with $|\omega''| < \pi/2$) the real part of every λ is negative; that is, all modes of the semi-discrete system are damped. Accordingly, *all "computational" modes of the fully-discrete system are amplified in case II.*

We are interested particularly in the maximum $|\omega'|$, since this will determine the growth rate of the most unstable mode of the fully-discrete system. To examine this point, we may use the relation

$$\operatorname{th}(2p+1)\omega' \operatorname{ch}\omega' = -\cos\omega'', \tag{17}$$

which is a combination of the real and imaginary parts of (16). Since $|\omega''| < \pi/2$, equation (17) shows that $\omega' < 0$; that is, all roots have negative real parts. Further, the maximum $|\omega'|$ occurs with the minimum $|\omega''|$; indeed, it is evident from (17) that the roots of (16) are distributed in the complex ω-plane along a curve such as illustrated schematically by curve II in Fig. 1. When p is odd, we see from (16) that there is one real (negative) root; when p is even there are no real roots.

The preceding conclusions may be summarized as follows. Let σ denote the root of

$$\operatorname{th} q\sigma \operatorname{ch}\sigma = 1, \tag{18}$$

where $q = 2\,p + 1$. Then $|\omega'| \leqq \sigma$ when p is odd, and $|\omega'| < \sigma$ when p is even; hence in either case, σ is an upper bound for $|\omega'|$. The root σ of (18) as a function of q is plotted in Fig. 2.

In case III, the b-values are $b_1 = -2$, $b_2 = 1$, $b_k = 0$ ($k = 3$ to p); therefore, (15) reduces to

$$C_p = A_p + 2\,A_{p-1} + A_{p-2}.$$

As in case II, there are no roots along the lines $\omega'' = \pm\,\pi/2$, so again we are limited to the zone $|\omega''| < \pi/2$. Making use of (14) we find that $C_p = 0$ yields

$$e^{2p\omega} = -(-)^p \left(\text{th}\,\frac{1}{2}\,\omega\right)^2. \quad (19)$$

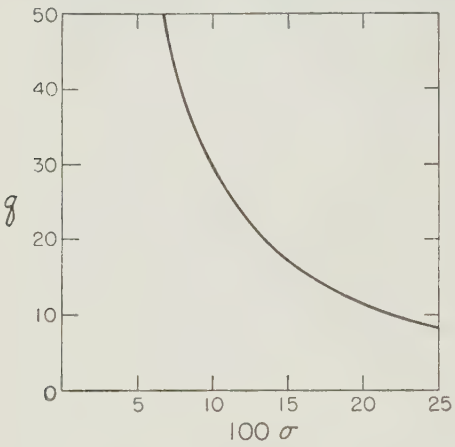


Fig. 2. The root σ of equation (18) as a function of q.

There are no purely imaginary roots of this equation (in the zone $|\omega''| < \pi/2$) and, as will be shown presently, the real part of every root is negative. Therefore all modes of the semi-discrete system are damped and *all "computational" modes of the fully-discrete system are amplified in case III.*

An upper bound for $|\omega'|$ in this case may be established from the relation

$$\text{th}\,p\,\omega'\,\text{ch}\,\omega' = -\cos\omega'', \quad (20)$$

a combination of the real and imaginary parts of (19). The form of this relation is identical with (17), so the conclusions drawn previously apply to case III as well. In particular, the roots of (19) are distributed in the complex ω-plane along a curve such as illustrated schematically by curve III in Fig. 1. Further, if we take $q = p$ in (18) and compare with (20), we see that $|\omega'|$ is bounded by σ. In this respect the only distinction between cases II and III is that in the former case $q = 2\,p + 1$ in (18), while in the latter, $q = p$. By inspection of Fig. 1, it follows that the maximum $|\omega'|$ is smaller in case II than in case III; therefore, generally speaking, the latter case is the more unstable.

5. The preceding discussion establishes the main features of the values of ω appropriate to the three cases considered. The corresponding values of the frequencies λ in the semi-discrete system are fixed by (13), while the frequencies of the fully-discrete system are to be found from (10), or from

$$\text{sh}\,\nu\,\Delta\tau = \Delta\tau\,\text{sh}\,\omega, \quad (21)$$

obtained from (10) and (13). We have previously observed that for each value of ν there are two frequencies in the semi-discrete system; reference to (9) shows that these two frequencies are ν and $-\nu \pm i\,\pi/\Delta\tau$, the

former representing "physical" modes and the latter "computational" modes. A detailed examination of these frequencies is not necessary here, but it will be of interest to indicate qualitatively their distribution in the complex plane.

When $\Delta\tau = 1$, evidently $\nu = \omega$. The corresponding distributions of complex frequency (in cycles per iteration, $\nu\,\Delta\tau/2\,\pi$) for cases I, II, and III are shown on the left in Fig. 3, where in each case the broken line depicts the distribution of "computational" frequency. As shown previously, the computational modes are amplified (that is, their frequencies

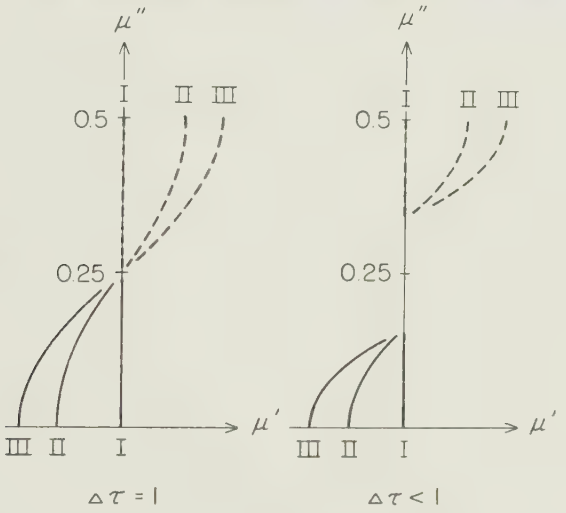


Fig. 3. Distributions of complex frequency in the fully-discrete system, in cycles per iteration ($\nu\,\Delta\tau/2\,\pi = \mu$) for cases I, II, III. Left: $\Delta\tau = 1$; right: $\Delta\tau < 1$. Only the upper half plane is shown; in the lower half plane the distributions are mirror images of those in the upper half plane.

have positive real parts) in cases II and III. It should also be noted that the greatest instability occurs with an oscillatory frequency near 0.5 cycles per iteration, or a period of two iterations per cycle. The diagram on the right in Fig. 3 illustrates the frequency distribution when $\Delta\tau < 1$.

In connection with the "primary" stability criterion (11), it was anticipated that $|\lambda|_{\max} < 1$. This is obviously true in case I, where in fact

$$|\lambda|_{\max} = \cos\frac{\pi}{p+1}.$$

In cases II and III, we have first from (13),

$$|\lambda| = [\mathrm{ch}^2\,\omega' - \cos^2\omega'']^{\frac{1}{2}}.$$

Eliminating $\cos\omega''$ with the aid of (17) for case II or (20) for case III, we find

$$|\lambda| = \mathrm{ch}\,\omega'/\mathrm{ch}\,q\,\omega',$$

where $q = 2p + 1$ in the former case and $q = p$ in the latter. Since $\omega' \neq 0$ in either case, it is clear that $|\lambda| < 1$; in fact, $|\lambda|_{\max}$ is equal to a quantity only slightly less than unity. Therefore, the criterion (11) is equivalent, practically, to $\Delta\tau \leqq 1$.

When $\Delta\tau$ exceeds unity, even slightly, in violation of the "primary" criterion (11), instabilities arise that are far more pronounced than those associated with boundary conditions. This is illustrated in Fig. 4, which shows schematic frequency distributions when $\Delta\tau > 1$. The greatest instability of "primary" type occurs with an oscillatory frequency near 0.25 cycles per iteration, or a period of four iterations per cycle.

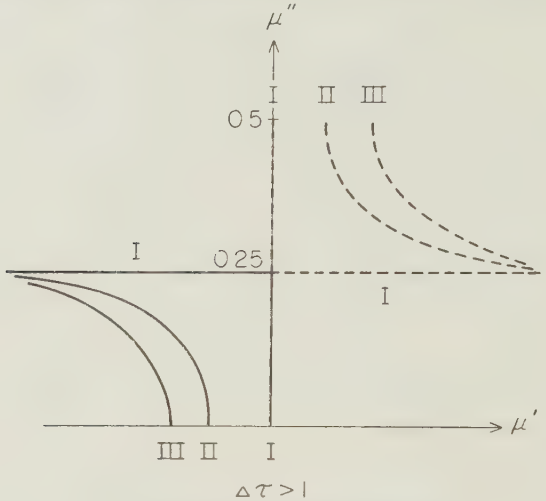


Fig. 4. Same as Fig. 3, but with $\Delta\tau > 1$.

A quantitative comparison can be made between the maximum growth rates associated with primary- and secondary-type instability. Let χ denote the maximum $|\nu'|$, that is, the maximum absolute value of the real part of ν, and let τ denote the time required to double the amplitude of a mode having χ as the real part of its frequency. The doubling time is then given by

$$\tau = (\ln 2)/\chi.$$

It will be recalled that τ is expressed in units $\Delta x/|U| = \Delta t/\Delta\tau$; the number of iterations required to reach τ is simply $\tau/\Delta\tau$.

For pure secondary instability, such as illustrated in Fig. 3 and 4, the foregoing analysis in conjunction with (21) shows that

$$\operatorname{sh} \chi\, \Delta\tau = \Delta\tau \operatorname{sh} \sigma,$$

where σ, the bound on $|\omega'|$, is the root of (18). Now when $q > 11$ (that is, $p > 5$ in case II and $p > 11$ in case III), we find $\sigma < 0.2$ from Fig. 2. Hence, when $\Delta\tau < 1$ the preceding relation may be replaced by the

approximation $\chi \approx \text{sh}\,\sigma \approx \sigma$, which shows that for all cases of practical interest χ depends mainly upon the value of p (which determines σ) and is virtually insensitive to the value of $\Delta\tau$. The corresponding doubling time as a function of q (equal to $2p + 1$ in case II and p in case III) is plotted on the left in Fig. 5.

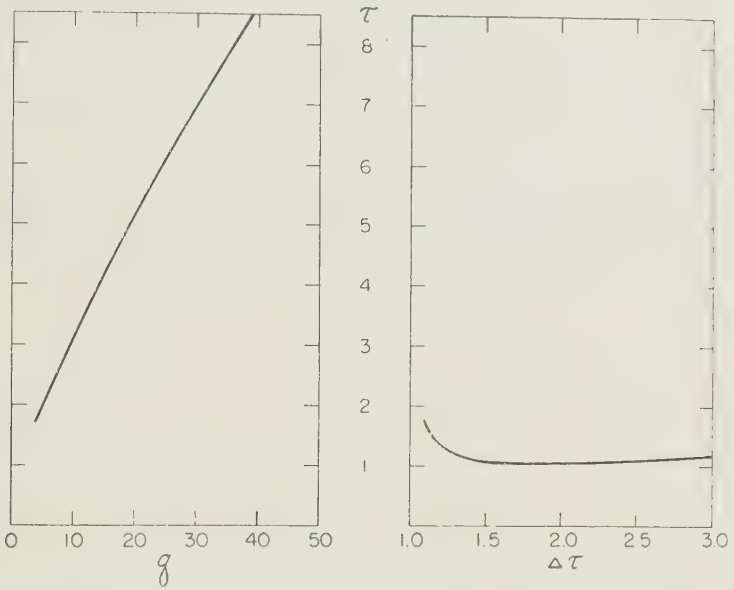


Fig. 5. Ordinate: $n\,\Delta\tau$, where n is the number of iterations required for doubling the amplitude of the most unstable mode. Left abscissa: q, equal to $2p + 1$ in case II and p in case III; right abscissa: $\Delta\tau$, in the range of primary instability.

When $\Delta\tau > 1$, so that primary instability occurs, all "computational" modes are destabilized. This effect is most pronounced for the particular mode with oscillatory frequency closest to 0.25 cycles per iteration, as shown in Fig. 5. For this particular mode $\omega \approx \pi/2$ and $\nu''\,\Delta\tau \approx \pi/2$, and from (21) we find that $|\nu'|$ is bounded by the root χ of[1]

$$\text{ch}\,\chi\,\Delta\tau = \Delta\tau.$$

Thus, the maximum growth rate associated with primary instability depends mainly upon the value of $\Delta\tau$ and is virtually insensitive to the value of p. The corresponding doubling time is plotted on the right in Fig. 5.

A numerical example will illustrate the interpretation of Fig. 5. When $\Delta\tau$ is only slightly in excess of unity, the most unstable mode

[1] Strictly, this assertion must be qualified, since in fact $\chi \to 0$ as $\Delta\tau \to 1$, whereas $\nu' \to \omega' \neq 0$. However, the statement is correct when $\Delta\tau$ exceeds unity by more than approximately $1/p$, a reservation of no practical importance.

doubles its amplitude in one iteration, or less. When $\Delta\tau$ is slightly less than unity and the boundary conditions of case II are applied for a grid with $p = 20$ (so that $q = 2\,p + 1 = 41$), nearly ten iterations are required to double the amplitude of the most unstable mode; for case III, about five iterations are required.

Acknowledgement.

The writer is indebted to Dr. Norman A. Phillips for very helpful discussions and valuable suggestions on various aspects of this problem.

References.

1. Charney, J. G., R. Fjörtoft, and J. von Neumann: Numerical integration of the barotropic vorticity equation. Tellus **2**, 237—254 (1950).
2. Charney, J. G., and N. A. Phillips: Numerical integration of the quasi-geostrophic equations for barotropic and simple baroclinic flows. J. Meteorol. **10**, 71—99 (1953).

551.511

(University of California, Department of Meteorology, Los Angeles.)

The Difluent Upper Trough.

By

J. Bjerknes.

With 2 Figures.

Summary. The difluent upper trough (with wind maximum behind the trough line) is shown to be an important part of the deepening mechanism of cyclones.

The difluent structure of the upper trough may arise, 1, from initial difluence in the basic current, 2, by the formation of a new trough ahead of the speed maximum formed downwind from unstable anticyclonic curvature or, 3, by deformation of the trough in a basic current with cyclonic shear.

Zusammenfassung. Der difluente Höhentrog (mit Windmaximum hinter der Troglinie) wird als wichtiger Teil des Vertiefungsmechanismus der Zyklonen charakterisiert.

Die difluente Struktur des Höhentrogs kann durch folgende Ursachen zustande kommen: 1. bei Difluenz der Grundströmung von Anfang an, 2. bei Neubildung eines Höhentrogs auf der Vorderseite eines Geschwindigkeitsmaximums, das durch individuelle Beschleunigung der Luft entlang instabiler, antizyklonisch gekrümmter Strömung entsteht, oder 3. durch Deformation des Höhentrogs in einer Grundströmung mit zyklonaler Scherung.

Résumé. Le thalweg difluent en altitude (avec maximum de vent derrière) est caractérisé comme partie importante du méchanisme de renforcement du cyclone.

La structure difluente du thalweg supérieur peut être produite par les effets suivants: 1° par une difluence initiale du courant de base, 2° par la formation d'un nouveau thalweg en avant du maximum de vent qui s'établit par l'accélération individuelle de l'air le long d'un courant dont la courbure anticyclonique est instable, ou 3° par une déformation du thalweg supérieur dans un courant de base dont la vitesse décroît à travers le courant vers la gauche (hémisphère nord).

The role of the waves in the upper westerlies for the surface cyclones was a "Leitmotiv" of the famous Austrian school of meteorology, one of whose great men we honor today. Following up that subject, J. Holmboe

and the author summarized in 1944 the interplay between upper and lower perturbations by the schematic diagram repeated here as Fig. 1. Briefly, the upper wave provides for horizontal mass-divergence in the forward half of the upper trough and thereby removes air in the upper atmosphere from the region where in the lower atmosphere the air is converging. The eastward propagation of the cyclone depends on the upper level removal of air being stronger than the low level accumulation

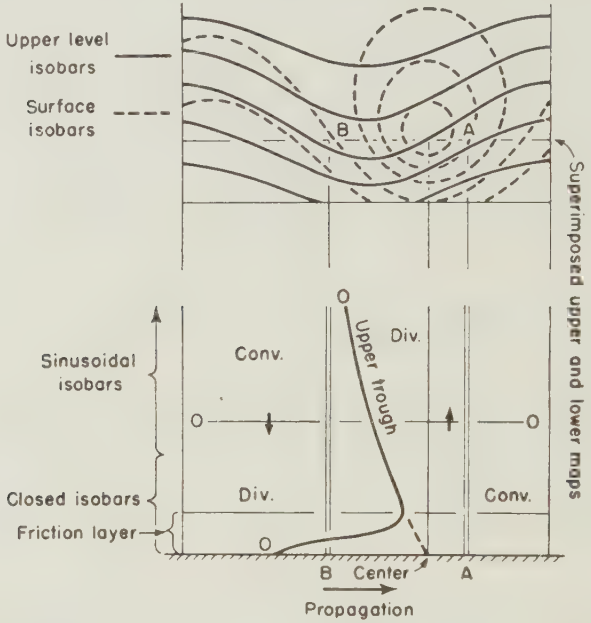


Fig. 1. Model of cyclone with closed isobars in low levels and a symmetric trough in upper levels lagging behind the surface center (HOLMBOE and BJERKNES, 1944). Pre-trough upper divergence overlies the surface center. Active cyclones have a difluent instead of a symmetric upper trough.

of air in the eastern half of the surface cyclone, and, correspondingly, it depends on the upper level convergence in the rear half of the upper trough overcompensating the effect of the low level divergence behind the cyclone center.

The same reasoning, applied to the column at the center of the surface cyclone, leads to the rules of deepening or filling of the cyclone, in particular: deepening occurs if there is enough upper air divergence vertically above the surface center to overcompensate the low level convergence. The low level convergence at the cyclone center is partly due to the ever present "frictional convergence" and partly to the "inertial convergence" which operates whenever the winds around the center are accelerating and have a cross-isobaric component towards low pressure. A corresponding "inertial divergence" is of course operating during the dying phase

of the cyclone when the winds around the center are retarding and have an inertial cross-isobaric component towards high pressure. The inertial divergence is, however, always weaker than the frictional convergence.

Summing up the mechanism of deepening and filling:

For deepening there must be an upper divergence strong enough to compensate for the sum of frictional and inertial convergence in the low layers. For filling it is sufficient that upper air divergence is too weak to compensate the convergence in low layers represented by the difference of frictional convergence and inertial divergence. Upper air convergence is not necessary for cyclone filling, and is hardly ever found above filling centers.

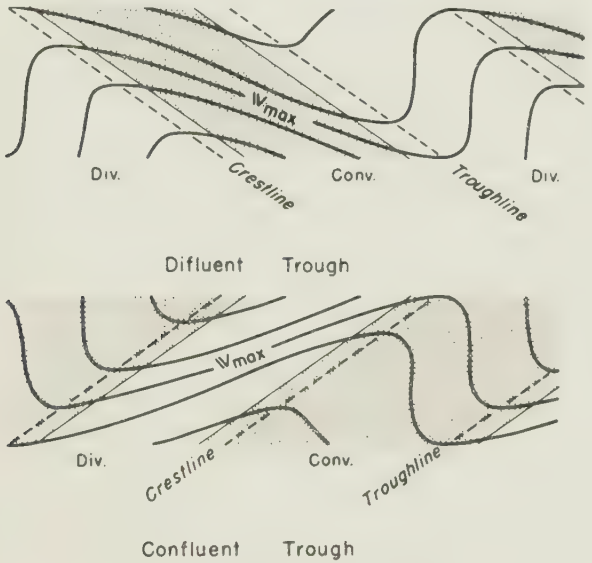


Fig. 2. Difluent and confluent troughs in the upper westerlies above the level of non-divergence.

The difference between deepening and filling cyclones therefore must lie in the fact that vertically above the center of a deepening cyclone there must be strong upper divergence and above filling centers weak upper divergence. In the 1944 publication it was assumed that the deepening case would occur when the phase difference between surface center and upper trough was great and the case of filling would arise when that phase difference was small. This has by-and-large proven correct under the test of three-dimensional synoptics, but a very important additional principle has forced itself upon the attentive analyst during recent years of improving accuracy of the upper air maps. That principle is based on the realization of the fact that "confluent" and "difluent" upper troughs systematically differ in their fields of horizontal divergence, as sketched in Fig. 2, in such a sense that the difluent trough offers the best conditions for the deepening of the upper trough and the entire cyclone.

A difluent trough in the westerlies (Fig. 2) has an orientation of the trough line, from the SE to the NW quadrant, and by geometrical necessity a maximum of wind speed occurs to the west and a minimum of wind speed to the east of the trough line. The zero line of horizontal divergence runs a little to the west of the trough, not right down along the trough line as in the case of the symmetrical trough (Fig. 1). The skew distribution of divergence comes from the fact that the air is retarded and hence directed slightly outward towards high pressure while passing from the rear to the front of the difluent trough. The tendency equation

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_h = -g \int_h^\infty \operatorname{div}(\varrho \, \boldsymbol{V}_H) \, dz + (g \, \varrho \, w)_h \tag{1}$$

applied to a point of the trough line at the level h indicates pressure fall due to positive divergence even if there is no vertical tilt to the difluent trough (such as in Fig. 1). Provided that there is no strong upward motion at the sample point on the trough line in the level h (second right hand term), the difluent trough will thus be deepening. A combination of difluent structure, westward tilt, and downward motion would of course set the stage for the most rapid deepening of the upper trough. The synoptic determination of the sign and size of the second right hand term in (1) is difficult, because the upper trough line usually coincides rather closely with the limit between pre-trough rising and post-trough descending motion. Sometimes the presence of a front in or near the trough can give clues as to the vertical motion at the trough line as shown by PALMÉN and NEWTON (1951). In such cases the complete right hand side of (1) can be taken into account in the forecast reasoning.

The synoptic analysis as to difluent (or confluent) structure of any given upper trough is easy when the upper air network is adequate, and it has proven very useful to consider that deepening (or filling) factor in forecasting the all-important development of the upper flow pattern.

For the best of success in upper air forecasting the difluent or confluent structures of troughs must be anticipated before they appear for the first time on the map. The following self-explanatory rules for the forecasting of difluent trough structures (and corresponding deepening of the surface cyclone) may be quoted as examples.

1. A difluent structure can be expected for a trough moving into (or forming in) an area of pre-existing difluence of the basic upper flow (essentially proposed by R. SCHERHAG in 1937, later described, among others, by BERGGREN, BOLIN and ROSSBY 1949). This is a frequent happening over Western Europe, where the basic upper flow is often difluent.

2. A difluent structure results invariably for incipient troughs forming downwind from a crest of high pressure with unstable anticyclonic flow. The speed maximum behind the difluent trough is then due to the fact that the air was unable to make the sharp curve over the top of the crest and therefore was compelled to cross the isobars towards low pressure

and pick up speed. That rule is the consequence of the long known fact that there is no gradient wind possible when the anticyclonic curvature of isobars surpasses a critical limit tabulated as follows:

Radii of curvature of streamlines occurring together with varying strengths of supergeostrophic wind, 1.1 v_g, 1.2 v_g, 1.3 v_g etc., on wave crest moving eastward at the speed c. v_g is geostrophic wind on the crest, $\Omega_z = \Omega \sin \varphi$.

Supergeostrophic wind speed on crest	Radius of curvature of streamline
1.1 v_g	$\frac{5.5\,(1.1\,v_g - c)}{\Omega_z}$
1.2 v_g	$\frac{3.0\,(1.2\,v_g - c)}{\Omega_z}$
1.3 v_g	$\frac{2.17\,(1.3\,v_g - c)}{\Omega_z}$
1.4 v_g	$\frac{1.75\,(1.4\,v_g - c)}{\Omega_z}$
1.5 v_g	$\frac{1.5\,(1.5\,v_g - c)}{\Omega_z}$
2.0 v_g	$\frac{2\,v_g - c}{\Omega_z}$

The value quoted for the case $v = 2\,v_g$ is the shortest possible radius of curvature of an anticyclonic streamline for a given set of v_g, c and Ω_z. If the radius of curvature of the isobar is shorter than the one tabulated for the streamline, at the appropriate strength of the crestline wind, the anticyclonic flow is unstable. This is a quite frequent occurrence in the levels from 500 mb on up, and particularly frequent where the basic upper flow is anticyclonic, as for instance above the Rocky Mountains.

The first indications of impending unstable anticyclonic flow are for instance: the shortening of the wave length between pre-existing adjacent troughs or, excessive upwelling over the front part of a surface cyclone leading to the build-up of the upper crest.

3. A difluent structure can be expected for a trough moving into (or forming in) an area of cyclonic shear of the basic upper current. The upper trough then advances faster in the south than in the north and becomes difluent. This process, which may at times be operating in conjunction with the processes under 1 and 2, seems to be involved in all major storm developments. Like all other forecast rules derived from the tendency equation also this one can be expressed in terms of vorticity advection: If the new trough formation takes place just north of an

intense jet stream the pre-existing, concentrated, cyclonic shear-vorticity pours into the difluent trough, from the upwind side while none is leaving the trough downwind. A strong boost is thus being given to the vorticity budget of the upper trough, and excess cyclonic vorticity is supplied also to the surface cyclone by the mechanism of downward vorticity flux.

The forecast rules given above can of course be expanded to apply to confluent upper troughs and the associated filling cyclone. Likewise, with appropriate modifications, rules can be set up for the development of upper crests and their accompanying surface anticyclones.

References.

Berggren, R., B. Bolin, and C. G. Rossby: An aerological study of zonal motion, its perturbations and break-down. Tellus **1**, No. 2, 14–37 (1949).

Bjerknes, J., and J. Holmboe: On the theory of cyclones. J. Meteorol. **1**, 1–22 (1944).

Palmén, E., and C. W. Newton: On the three-dimensional motions in an outbreak of polar air. J. Meteorol. **8**, 25–39 (1951).

Scherhag, R.: Bemerkungen über die Bedeutung der Konvergenzen und Divergenzen des Geschwindigkeitsfeldes für die Druckänderungen. Beitr. Phys. fr. Atm. **24**, 122 (1937).

551.515.1

(Geophysikalisches Institut der Universität Hamburg.)

Dynamische Zyklogenesis.

Von

P. Raethjen.

Mit 3 Textabbildungen.

Zusammenfassung. F. M. Exners Typus der „dynamischen" Zyklogenesis wird (im Kern der Zyklone) theoretisch untersucht. Dabei zeigen sich mehrere charakteristische Übereinstimmungen mit den aerologischen Beobachtungen in Frontalzyklonen gemäßigter Breiten.

Summary. F. M. Exners type of "dynamic" cyclogenesis (in the central part of the cyclone) is investigated theoretically. Results agree in different characteristics with aerological observations in frontal cyclones of medium latitudes.

Résumé. On étudie en théorie la cyclogénèse dynamique du type d'Exner au noyau même du cyclone. Les résultats confirment plusieurs caractéristiques de cyclones frontaux des zones tempérées obtenues par des observations aérologiques.

I. Einführung und Definition.

Die alte „Wiener Meteorologenschule", begründet durch J. v. Hann, erfolgreich weitergeführt durch Trabert, Exner u. a., war die wissenschaftliche Jugendheimat unseres Jubilars Albert Defant. Sein überaus anregendes Buch „Wetter und Wettervorhersage" [*1*] hat bis in die neueste Zeit hinein gewirkt. Darum darf man vielleicht hier einige Gedanken zum Hauptwetterproblem der Wiener Schule, nämlich zu Exners Problem der „dynamischen" (d. h. nicht „thermischen") Zyklogenesis, anknüpfen.

Es ist im Sinne Exners [*2*], wenn wir den Reintyp (Idealtyp) der „dynamischen" Zyklogenesis definieren als Zyklogenesis *ohne* Veränderung des (anfänglich irgendwie gegebenen) *Temperaturfeldes*. Daher fragen wir nach den Möglichkeiten einer Zyklogenesis mit der Nebenbedingung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0. \tag{1}$$

Diese Nebenbedingung bedeutet, daß (im Betrachtungs-Koordinatensystem) an jedem Ort des betrachteten Feldes die Temperatur T während der Zyklogenesis erhalten bleibt.

Exner [2] hat mittels der barometrischen Höhenformel aus dieser Voraussetzung abgeleitet:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{p}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}\right)=0. \tag{2}$$

Diese Gleichung, angewandt im Kern einer entstehenden Zyklone und in einem Koordinatensystem, welches sich *mit diesem Kern bewegt*, bedeutet, daß der zyklogenetische Druckfall $-\partial p/\partial t$ in jedem Niveau gleich stark (relativ zum Druck p) ist. Demnach ist in diesem („dynamischen") Zyklogenesismodell die *relative* Druckänderung in jedem Niveau gleich derjenigen im *Meeresniveau* (Index 0):

$$\frac{1}{p}\cdot\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{1}{p_0}\cdot\frac{\partial p_0}{\partial t}. \tag{3}$$

Dieses ist also die *Voraussetzung* unserer Betrachtung: Wir fragen nach den Möglichkeiten einer Zyklogenesis mit der Nebenbedingung (3) in einem mit dem entstehenden Zyklonenkern bewegten Koordinatensystem.

II. Allgemeine dynamische Gleichungen.

Folgende Gleichungen müssen selbstverständlich auch bei dieser („dynamisch" genannten) Art der Zyklogenesis erfüllt sein:

1. Die *Vorticity-Gleichung*, welche in der gebräuchlichen Näherungsform lautet:

$$\frac{1}{\zeta}\cdot\frac{\partial\zeta}{\partial t}=-\operatorname{div}_h\mathfrak{v}-\frac{\mathfrak{v}}{\zeta}\cdot\nabla_h\zeta. \tag{4}$$

Dabei bedeutet ζ die *absolute* Vorticity, d. h. die Vertikalkomponente des absoluten Geschwindigkeitsrotors, div_h die Horizontaldivergenz und ∇_h den Horizontalgradient, $\mathfrak{v}$ den Windgeschwindigkeitsvektor relativ zu dem *mit der entstehenden Zyklone bewegten* Koordinatensystem.

2. Das *geostrophische Gleichgewicht* zwischen dem horizontalen Druckgradienten und der horizontalen Corioliskraft ist in einer annähernd kreisförmigen Zyklone, deren zyklonale Geschwindigkeitskomponente im Abstand r von ihrem Zentrum $\frac{1}{2}\lambda\cdot r$ sein möge, folgendermaßen ausgedrückt:

$$\frac{\partial p'}{\partial r}=\varrho\cdot l\cdot\frac{1}{2}\cdot\lambda\cdot r=\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{R\cdot T}\cdot l\cdot\lambda\cdot r. \tag{5}$$

Dabei bedeuten $l=2\,\omega\sin\varphi$ den Coriolisparameter und λ die relative Vorticity *im Zyklonenkern*, R die Gaskonstante der Luft. p' ist der durch die Zyklogenesis dem anfänglichen Feld überlagerte zusätzliche Druck.

Als „Drucktiefe" $\Delta p'$ dieser Zyklone (im Kern) bezeichnen wir den horizontalen (zusätzlichen) Druckunterschied zwischen ihrem Zentrum $r=0$ und ihrem „Rand" $r=\bar{r}$, welch letzterer selbstverständlich nicht

genau, sondern nur in seiner Größenordnung definiert ist. Den Wert $\Delta p'$ gewinnen wir durch Integration der Gl. (5) über r folgendermaßen:

$$\Delta p' = p'(\bar{r}) - p'(0) = \frac{p}{4} \cdot \frac{l \cdot \bar{r}^2}{R \cdot T} \cdot \lambda. \tag{6}$$

Wenn wir hier den „Adaptationskennwert" ϑ [3]

$$\vartheta = \frac{l \cdot \zeta \cdot \bar{r}^2}{4 \cdot R \cdot T} \tag{7}$$

gebrauchen, ist:

$$\frac{\Delta p'}{p} = \frac{\vartheta}{\zeta} \cdot \lambda, \tag{8}$$

wobei, wie gesagt, $\lambda = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}$ die *relative Vorticity* (relativ zum angewandten Koordinatensystem) dieses *Zyklonenkerns* bedeutet. (Da r nur in seiner Größenordnung bestimmbar ist, gilt dieses auch für ϑ. Es genügt uns aber hier, daß ϑ irgendeine solche Konstante ist.)

Das geostrophische Gleichgewicht der entstehenden Zyklone verlangt also in ihrem Kern:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\vartheta}{\zeta} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{\vartheta}{\zeta} \cdot \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial l}{\partial t} \right). \tag{9}$$

Denn die relative und die absolute Vorticity sind durch die Gleichung $\zeta = l + \lambda$ verbunden. (l ist hier, streng genommen, nicht auf die Rotation der Erde, sondern auf diejenige des Betrachtungskoordinatensystems bezogen.) $\partial l / \partial t \neq 0$, wenn der Zyklonenkern sich meridional verlagert.

3. Die dritte Gleichung, welche (im Kern der entstehenden Zyklone) außer den Gln. (4) und (9) erfüllt sein muß, ist die *statisch-kinematische Druckänderungsgleichung* („tendency equation"). Da (in Zyklonen) geneigte Gleitflächen mit unstetigem Sprung der Vertikalbewegung v_z oft beobachtet werden, berücksichtigen wir hier auch einen solchen Sprung $\Delta_a v_z$ in einer Gleitfläche a (Abb. 2) folgendermaßen [4]:

$$\frac{\partial p_0}{\partial t} = -g \cdot \int_0^\infty \mathrm{div}_h (\varrho\, \mathfrak{v}) \cdot dz + g \cdot \Delta_a (\varrho \cdot v_z). \tag{10}$$

Dabei wird nur über die *kontinuierliche* Horizontaldivergenz $\mathrm{div}_h (\varrho\, \mathfrak{v})$ integriert. Das heißt, die sprunghafte Gleitfläche (a, Abb. 2) wird bei der Integration ausgespart.

Mit hinreichender Näherung schreiben wir die Gl. (10) unter Berücksichtigung unserer Voraussetzung (3) folgendermaßen:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} \mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} \cdot dp + \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_z}{H}. \tag{11}$$

Dabei bedeutet p_a den Druck im Sprungniveau und dp im Integral einen *vertikalen* Druckunterschied. $H = R \cdot T/g \sim 8000$ m ist die „Höhe der homogenen Atmosphäre".

III. Die Divergenzgleichung.

Wir richten unser Augenmerk auf die Horizontaldivergenz $\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v}$ im Kern der entstehenden Zyklone:

Setzen wir die Gl. (4) in Gl. (9) ein, so erhalten wir die *geostrophische Vorticitygleichung*:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = +\vartheta \cdot \left(\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{v}}{\zeta} \cdot \nabla_h \zeta + \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}\right). \tag{12}$$

Setzen wir nun die rechten Seiten der Gln. (11) und (12) einander gleich, so erhalten wir die „Divergenzgleichung“:

$$-\frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} \mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} \cdot dp + \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_z}{H} = +\vartheta \cdot \left(\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} + \frac{\mathfrak{v}}{\zeta} \cdot \nabla_h \zeta + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}\right). \tag{13}$$

Diese Gleichung enthält als wesentliche Unbekannte die *Horizontaldivergenz* $\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v}$, und zwar auf der linken Seite deren Integral über alle Schichten, auf der rechten Seite deren Wert in irgendeinem (beliebig gewählten) Niveau, beides im Zentrum der entstehenden Zyklone. $\partial l/\partial t$ ist $\neq 0$, wenn sich das Koordinatensystem unserer Betrachtung mit dem entstehenden Zyklonenkern meridional bewegt.

Man sieht an dieser Gleichung, daß die zyklogenetische Divergenz im Kern der entstehenden Zyklone von drei Umständen abhängt:

1. Von der eventuellen Meridionalverschiebung einer Luftmasse *aller* Schichten („barotrope Advektion“). Um diesen Reintyp zu berechnen, ist in Gl. (13) $\mathfrak{v} = 0$, $\Delta_a v_z = 0$ und $\partial l/\partial t \neq 0$ einzusetzen.

2. Von einer *baroklinen* Advektion der Vorticity in verschiedenen Schichten. Für diesen Reintyp ist in Gl. (13) $\mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta \neq 0$, $\partial l/\partial t = 0$ und $\Delta_a v_z = 0$ einzusetzen.

3. Von einer sprunghaften *Gleitfläche*. Um diesen Effekt rein zu berechnen, setzt man zweckmäßigerweise $\partial l/\partial t = 0$, $\mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta = 0$ und $\Delta_a v_z \neq 0$.

IV. Die beiden Advektionstypen.

Wir betrachten zunächst die unter 1. und 2. genannten Advektionstypen:

1. *„Barotrope“ Advektion:* Wenn $\mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta = 0$, aber $\partial l/\partial t \neq 0$ ist, zeigt die Gl (13), daß $\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v}$ *in jedem Niveau denselben Wert* haben muß, so daß wir dann die Gl. (13) mit der Voraussetzung $\Delta_a v_z = 0$ folgendermaßen schreiben können:

$$-\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} = +\vartheta \cdot \mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} + \frac{\vartheta}{\zeta} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}; \tag{14}$$

$$-\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{\partial l}{\partial t}, \tag{15}$$

wobei dann nach Gl. (11) $-\mathrm{div}_h\, \mathfrak{v}$ gleich der relativen Druckänderung $\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$ ist.

Nach Gl. (9) ergibt sich daher

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{1}{1+\vartheta} \cdot \frac{\partial l}{\partial t} \tag{16}$$

im Kern der entstehenden (und äquatorwärts vorrückenden) Zyklone.

2. *„Barokline" Advektion:* Wenn $\partial l/\partial t = 0$, $\Delta_a v_z = 0$ und $\mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta \neq 0$ ist, integrieren wir die Gl. (13) auf beiden Seiten über p von 0 bis p_0 und dividieren beide Seiten durch p_0. Dadurch erhalten wir (im Zyklonenkern):

$$-\frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} \mathrm{div}_h\, \mathfrak{v} \cdot dp = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} \frac{\mathfrak{v}}{\zeta} \cdot \Delta_h \zeta \cdot dp. \tag{17}$$

Dieser Wert (17) ist nach Gl. (11) gleich der relativen Druckänderung $\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$. Im Kern der entstehenden Zyklone ergibt sich also nach Gl. (5) folgende Vorticityänderung:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{1}{1+\vartheta} \cdot \frac{1}{p_0} \cdot \int_0^{p_0} \mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta \cdot dp. \tag{18}$$

Man sieht: Die entstehende relative Vorticity im Kern ist das Integral über die Advektion der absoluten Vorticity in allen Schichten.

Beide Gln. (16) und (18) zeigen also, wie gesagt, die Entstehung einer relativen zyklonalen Vorticity λ *durch Advektion der absoluten Vorticity.* Gl. (16) ist der Spezialfall einer Zyklogenesis in einer meridional barotrop bewegten Masse, Gl. (18) kann z. B. angewandt werden, wenn anfänglich je zwei Zyklonen C und Antizyklonen A im Vertikalschnitt nach Abb. 1 angeordnet sind und dann durch Advektion im Sinne der Pfeile verschoben werden (was häufig vorkommt).

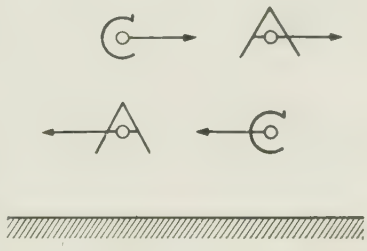


Abb. 1. Gegenläufige Advektion der Vorticity im Vertikalschnitt.
A antizyklonale Vorticity,
C zyklonale „ .

Diese durch Gln. (16) und (18) dargestellten Advektionsfälle meinen aber eigentlich *keine Neuentstehung,* sondern nur eine *Verschiebung bereits vorhandener Wirbel* und sind daher trotz ihrer von R. C. Sutcliffe [5] seit langem erkannten Bedeutung für die Wetterentwicklung nicht so interessant im Hinblick auf die „dynamische" Zyklogenesis Exners.

V. Keileinschub.

Es gibt aber nun noch die dritte Möglichkeit der „dynamischen" Zyklogenesis mit sprunghaften Gleitflächen. Diesen dritten Typ zeigt

z. B. die Abb. 2 im Vertikalschnitt: Hier bewegt sich eine Luftmasse, von links nach rechts den Pfeilen folgend, zwischen den beiden gestrichelt gezeichneten Gleitflächen a und b in den keilförmigen Raum hinein, sich vertikal dehnend und horizontal schrumpfend. Unterhalb der Gleitfläche a und oberhalb der Gleitfläche b herrscht dabei keine erhebliche horizontale Luftbewegung. Diesen Vorgang nennen wir kurz „Keileinschub" zwischen den Flächen a und b.

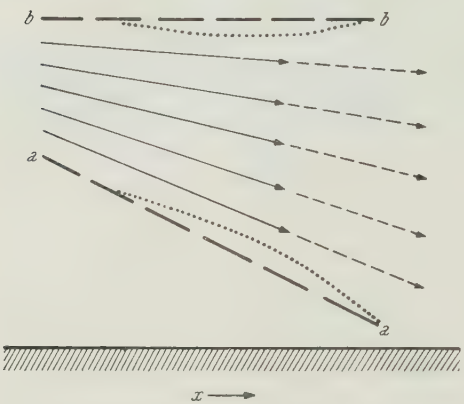


Abb. 2. Keileinschub zwischen den Gleitflächen a und b im Vertikalschnitt. Schraffiert der Erdboden.

Hier ist es wesentlich für die Anwendung der „statisch-kinematischen" Gl. (11), daß a eine geneigte Diskontinuitätsfläche ist mit einem Sprung $\Delta_a v_z$ der Vertikalgeschwindigkeit.

Auf diesen Reintyp wenden wir nun die Gl. (13) an mit der Voraussetzung: $\mathfrak{v} \cdot \nabla_h \zeta = 0$ und $\partial l / \partial t = 0$, jedoch $\Delta_a v_z \neq 0$. Wir sehen, daß die (kontinuierliche) Divergenz $\mathrm{div}_h \mathfrak{v}$ in diesem Fall ebenso wie im Typ 1 *nicht mit der Höhe variabel sein* kann: Die Divergenzgleichung (13) nimmt daher die einfache Form an:

$$-\mathrm{div}_h \mathfrak{v} + \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_z}{H} = +\vartheta \cdot \mathrm{div}_h \mathfrak{v}, \tag{19}$$

also:

$$-\mathrm{div}_h \mathfrak{v} = -\frac{1}{1+\vartheta} \cdot \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_z}{H}. \tag{20}$$

Somit ist im Kern der entstehenden Zyklone nach Gl. (11):

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta} \cdot \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_z}{H} \tag{21}$$

und nach Gl. (9):

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\frac{\zeta}{1+\vartheta} \cdot \frac{p_a}{p_0} \cdot \frac{\Delta_a v_x}{H}. \tag{22}$$

Beispiel: Wenn eine Abgleitfläche a (Abb. 2) die Neigung 1:100 besitzt und der Keileinschub über dieser Fläche mit der Geschwindigkeit $v_x = 10$ [m/sec] vorstößt, ist $\Delta_a v_z = -0{,}1$ [m/sec]. $H \sim 8000$ m; $p_a/p_0 \sim {}^4/_5$; $\zeta \sim 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$ in gemäßigten Breiten. $\vartheta \sim 0{,}04$, wenn der Umfangradius $\bar{r}$ der entstehenden Zyklone etwa 1000 km beträgt (in gemäßigten Breiten). Dann ist nach Gl. (22) $\partial\lambda/\partial t \sim 10^{-9}\,\mathrm{sec}^{-2}$. Das heißt, diese Zyklogenesis benötigt etwa 24 Stunden, um die zyklonale

Relativvorticity $\lambda = 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$ zu gewinnen. In dieser Zeit stößt der „Keileinschub" etwa 1000 km vor.

Bemerkung: Diese Zyklogenesis wird verhindert, wenn durch die Corioliskraft der „eingeschobenen" Massen in der Diskontinuitätsfläche a eine starke antizyklonale Scherung entsteht. Daher kann diese Zyklogenesis nur unter der Voraussetzung realisiert werden, daß die Gleitfläche a bei beginnender Zyklogenesis annähernd eine Fläche gleichen Rotationsmoments ist, d. h. daß der absolute Rotor des zweidimensionalen Windfeldes der Fläche a praktisch verschwindet. Diese Bedingung ist erfahrungsgemäß in kräftigen Frontalzonen mit der Gleitflächenneigung 1:100 nahezu erfüllt.

VI. Deformation der Gleitflächen.

Wie wir sahen, hat im entstehenden Zyklonenkern die kontinuierliche Horizontalkonvergenz $-\mathrm{div}_h\,\mathfrak{v}$ (im Reintyp des Keileinschubs) in jedem Niveau denselben Wert (20), also auch in den stratosphärischen Luftmassen oberhalb der Fläche b (Abb. 2) und in den troposphärischen Massen unterhalb der Gleitfläche a (Abb. 2). Daraus folgt, daß diese beiden Flächen *nicht stationär* sein können: Die Horizontalkonvergenz der *unterhalb* a befindlichen Massen bewirkt deren vertikale Dehnung und hebt dadurch die Gleitfläche a, wie dies z. B. in Abb. 2 als Übergang aus der gestrichelten in die punktierte Lage gekennzeichnet ist. Entsprechendes gilt für die obere Grenze b des Keileinschubs: Da die stratosphärischen Massen oberhalb dieser Grenze horizontal konvergieren, würden sie den Druck erhöhen, wenn die Grenzfläche b sich nicht senken würde, wie es in Abb. 2 ebenfalls als Übergang aus der gestrichelten in die punktierte Lage dargestellt ist.

Mit der Fläche b senken sich dann die unmittelbar oberhalb b gelegenen Massen der Substratosphäre, also auch die Tropopause, wenn diese Senkung so schnell (in etwa 24 Stunden) vor sich geht, daß die Strahlung nicht Zeit genug findet, eine neue Tropopause zu bilden. So muß also mit plötzlich sinkender Substratosphäre der von E. Palmén [6] entdeckte und heute allgemein bekannte „Tropopausentrichter" entstehen.

Kehren wir in der Abb. 2 die Einschubrichtung (der Pfeile) derart um, daß die Massen zwischen a und b von rechts nach links eingeschoben werden, so ergibt sich deren *vertikale Kon*vergenz, *horizontale Di*vergenz und Antizyklogenesis: Alle unsere vorstehend für den „Keileinschub" abgeleiteten Gleichungen gelten auch für einen solchen *anti*zyklogenetischen „Keilrückzug". Dabei deformieren sich die beiden Grenzflächen a und b im umgekehrten Sinne: Die Tropopause hebt sich und die troposphärische Gleitfläche a (jetzt *Auf*gleitfläche) senkt sich. Dieserhalb beobachtet man in der unteren Hälfte der Troposphäre, daß *Anti*zyklonen normalerweise *flacher* geneigte Luftmassengrenzen besitzen als *Zyklo*nen [4]. Die beobachtete Tatsache, daß Antizyklonen in polwärts vorstoßender Subtropikluft, Zyklonen in äquatorwärts vorstoßender Polarluft entstehen, erklärt sich ebenfalls zwanglos mit dem Einschubmodell.

VII. Zyklonenfronten.

Die aerologischen Beobachtungen zeigen, daß Frontalzyklonen normalerweise auf ihrer „Rückseite" (im „planetarischen" Fall Westseite) einen *zyklo*genetischen „Keileinschub" von Polarluft (äquatorwärts), auf ihrer „Vorderseite" (im „planetarischen" Fall Ostseite) einen *anti*zyklogenetischen „Keilrückzug" von Subtropikluft (polwärts) besitzen, wie er in Abb. 3 perspektivisch dargestellt ist [*4*]:

In dieser Abbildung stellt der gestrichelt umrandete stehende Zylinder den Zyklonenkern dar. (Dessen meist vorhandene Neigung nach der Rückseite ist hier zwecks perspektivischer Einfachheit nicht gezeichnet.) Ausgezogen sind die Kanten einer vierkantigen Stromröhre, durch welche die Luftströmung der oberen Troposphäre von der Rückseite zur Vorderseite fließt, den Zyklonenkern auf der warmen Seite (Südseite) halb umrundend (Strom in Pfeilrichtung). Der Verfasser nennt diese für das Stromfeld einer Frontalzyklone charakteristische Stromröhre den „oberen Umlaufkeil". Auf der „Rückseite" bedeutet die Strömung in den Umlaufkeil hinein einen „Keileinschub" nach Abb. 2, auf der Vorderseite die Herausströmung einen „Keilrückzug". Dementsprechend liegt unter dem „oberen Umlaufkeil" auf der Rückseite eine zyklogenetische *Ab*gleitfläche (wie *a* in Abb. 2), auf der Vorderseite eine antizyklogenetische *Auf*gleitfläche.

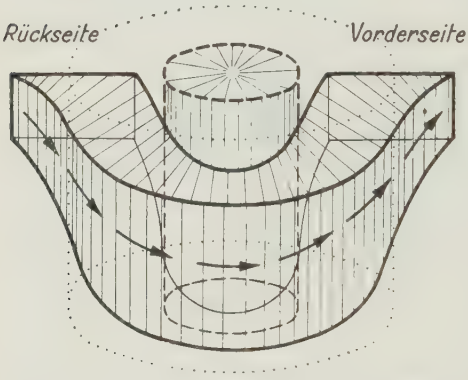


Abb. 3. Oberer „Umlaufkeil" der Frontalzyklone (perspektivisch auf der Nordhalbkugel, von der warmen Seite gesehen). Der innere (stehende) Zylinder (gestrichelt) umschließt den Zyklonenkern, der äußere Zylinder (dünn punktiert) die ganze Zyklone. Zwischen beiden liegt der „Umlaufkeil" (ausgezogen). Sichtbare Linien sind fett, verdeckte dünn gezeichnet; sichtbare Flächen schraffiert. Die Pfeile bezeichnen die Strömung durch den Umlaufkeil.

Diese beiden Gleitflächen sind die bekannten „Frontflächen" der Frontalzyklonen. Allerdings trennt sich die Kaltfront meistens im Laufe der Weiterentwicklung und Okklusion von der rückseitigen Abgleitfläche, so daß ihr ursprünglicher Zusammenhang mit dieser dann nicht mehr deutlich zu erkennen ist.

Man sieht, daß Frontalzyklonen auf der *Rückseite zyklo-* auf der *Vorderseite antizyklogenetisch* sind. Die Luftmassen gewinnen auf der Rückseite und verlieren auf der Vorderseite ihre zyklonale Vorticity. So ist es verständlich, daß die „Frontalzyklone" als solche *nicht stationär* sein kann: Relativ zu ihren (schnell ostwärts bewegten) Massen verlagert sie sich westwärts nach der kälteren Rückseite. Synoptisch gesehen, „füllt" sie sich mit Kaltluft, während sie sich vertieft. Erst die so „gefüllte" Zyklone kann stationär sein. Auch dies ist eine bekannte Erfahrungstatsache.

Man könnte noch viele Beobachtungen mit dem Keileinschubmodell erklären, doch ist hier dafür kein Raum. Hier sei genug geschehen mit der Wiederbelebung des Exnerschen Modells der „dynamischen" Zyklogenesis. Vielleicht ist es besonders interessant, daß dieses Modell auch die Zyklonenfronten zwanglos erklärt, die früher immer als Gegenbeweis gegen Exners Ideen angeführt wurden.

Literatur.

1. Defant, A.: Wetter und Wettervorhersage. Leipzig und Wien 1926.
2. Exner, F. M.: Dynamische Meteorologie. Wien 1925.
3. Raethjen, P.: Über die gegenseitige Adaptation der Druck- und Stromfelder. Arch. Met. Geoph. Biokl. A **2**, 207 (1950).
4. — Dynamik der Zyklonen. Leipzig 1953.
5. Sutcliffe, R. C.: On development in the field of barometric pressure. Quart. J. Roy. Met. Soc. **64**, 495 (1938).
6. Palmén, E.: Versuch zur Analyse der dynamischen Druckschwankungen in der Atmosphäre. Beitr. Phys. fr. Atm. **19**, 55 (1932).

551.513.2:551.557

(University of Chicago, Department of Meteorology, Chicago.)

Jet Stream Flight, March 23, 1953.

By

Herbert Riehl.

With 8 Figures.

Abstract. The observations of a jet stream traverse by aircraft are presented, and the results are discussed in relation to the synoptic situation.

Zusammenfassung. Die Beobachtungen während einer Flugzeugdurchquerung des jet stream's werden vorgelegt und die Resultate im Hinblick auf die Wettersituation diskutiert.

Résumé. L'auteur expose les observations faites pendant une traversée en avion du jet stream et discute les résultats obtenus en ce qui concerne la situation synoptique.

Since the introduction of the jet stream concept in meteorology by Rossby and collaborators [*1*, *2*], the obvious importance of this current of the upper troposphere has served to maintain a high level of research interest. Alaka et al. [*3*] have prepared a convenient summary of the results of these researches and of our current knowledge about the jet stream.

In spite of considerable progress many investigators have felt that research has been too dependent on wind distributions calculated from pressure and temperature fields and that there has been a deficiency of measured winds. True, pilot balloons or rawins occasionally have indicated phenomenal speeds; but neither quality nor density of such reports has been satisfactory. For this reason, a joint program was begun in 1952 by the U. S. Navy Bureau of Aeronautics, Project *Arowa*, and the University of Chicago to explore the high altitude winds with jet fighter aircraft flying at approximately 30000 feet pressure-altitude (300 mb). A discussion of the instrumentation of the aircraft, the problems of flight evaluation and the complete data of all flights will be found in the final report on the project. In the present paper the flight observations and the synoptic situation for the mission of March 23, 1953, are presented.

The case is somewhat unusual in that the jet stream on that day moved from 200°–220°, while its normal course in the eastern United States is more westerly. This position allowed a traverse to be made at nearly right angles to the current on a course from the east coast home base of the aircraft to Chicago (Fig. 1). The flight, which lasted about two hours, took place in the late afternoon (local time), therefore the

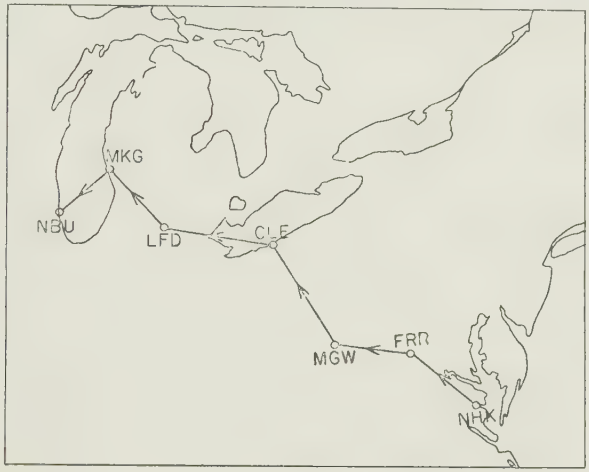


Fig. 1. Flight route, March 23, 1953.

synoptic chart for 0030 Z, March 24 is most representative for the weather conditions and the 0300 Z, March 24 upper air data are closest in time for comparison of flight and synoptic data. Because of the difference between time of flight and radiosonde observations, intermediate 300-mb and 200-mb charts have also been prepared by taking the mean of the 1500 Z, March 23, and the 0300 Z, March 24, observations.

Flight Data.

Fig. 2 shows the plots of wind speed, wind direction, temperature and pressure-altitude, not including ascent and descent, along the 800-km flight path, one of the longest of the series.

The pressure-altitude varied little enough to be regarded as constant; the plane flew close to the 300-mb level (pressure-altitude 30050 feet). In the eastern part of the flight the temperature as measured by the aircraft (dashed line) and as obtained from the 300-mb analysis (solid line) decreased by 4° C; the constant difference of 2° C between radiosonde and flight temperatures was encountered on all flights and can be regarded as an instrument problem. In the western half of the route the radiosonde density was too low to permit location of the slight undulation which the aircraft thermometer showed. Data from the other flights suggest

that the thermometer reading is reliable enough for this undulation to be considered real. The temperature profiles indicate that the plane flew a little below the level of strongest winds in the east. In the west the constant temperature readings locate the jet core close to 300 mb.

The values of wind direction and speed represent averages over distances varying from 10 to 20 miles. Because of instrument limitations one cannot know whether or not the microstructure is realistic; the discussion will therefore refer only to the gross structure. In accord with

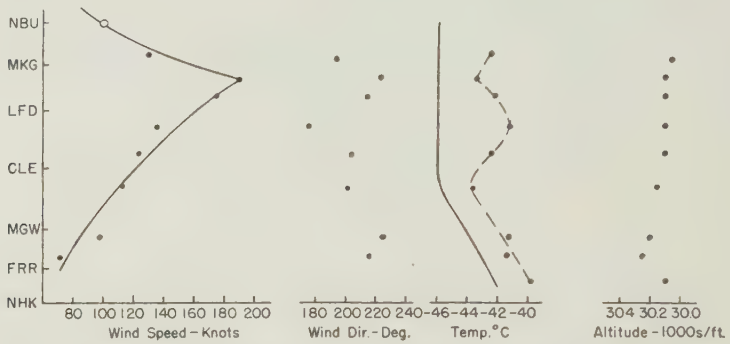


Fig. 2. Profiles of wind speed, wind direction, temperature and pressure-altitude along flight path. Station abbreviations as in Fig. 1.

the 300-mb contour field, the wind backs slightly from about 220° to 200°. Over eastern Michigan the wind speed attains a remarkably sharp maximum of 190 knots. Because the aircraft descended over Lake Michigan the circled wind, taken from the 300-mb analysis, has been added to complete the graph.

Surface Situation (fig. 3).

An intense cyclone passed on a northward course from the Great Lakes into Canada on March 23; over Ohio the plane intercepted a weak cold front extending southward from this disturbance. Farther east rain was breaking out generally as a weak low pressure center began to form over the Piedmont plains. Upper cloud sheets were present along the flight route from the east coast to the cold front; then rapid clearing occurred as far as Lake Michigan where the aircraft encountered the eastern outskirts of another region with upper cloud decks.

Situation at 500 mb (fig. 4).

We show only the 500-mb isotherms and arrows denoting the crossing of contours and isotherms. The chart is for 0300 Z, March 24, and therefore

must be mentally displaced backward four hours for synoptic comparison with the flight.

The pattern is very simple. A marked, though not exceptional concentration of isotherms is found southeast of Chicago. Over the northern Lakes region the isotherms fan out sharply. The coldest air, southwest of Chicago, is in the form of a counterclockwise curving tongue rather than a dome. It is situated farther south than usual and is cut off from direct contact with arctic source regions.

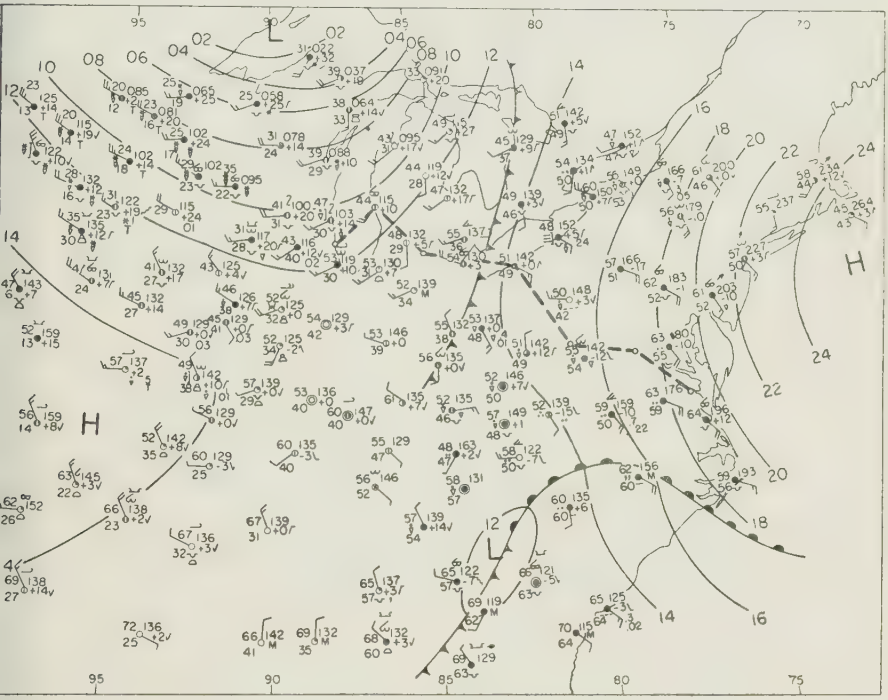


Fig. 3. Surface chart, March 24, 1953, 0030 Z.

The 500 mb isotherms parallel the surface cold front and the strongest isotherm concentration is well to the west of the surface position of the front—the normal situation. To the extent that the arrows indicate advection, warm air is displaced northward in the northeastern states while strong cold air advection takes place southeast of Chicago. The region of cold advection is sharply limited, denoting a tendency to strengthen the temperature gradient at its eastern edge and weaken it at its western edge. As we frequently observe, this advective band coincides with the good weather area on the surface synoptic chart so that descent slows the propagation of the isotherm field.

Situation at 300 and 200 mb (figs. 5–7).

The 300-mb contours (Fig. 5)[1] represent a pattern averaged from the upper air data before and after flight time as explained above; the winds, however, are actual 2100 Z winds. The isotach pattern (Fig. 6) is based partly on these winds, partly on gradient and geostrophic computations, and on the aircraft data. A single strong jet is in evidence; continuity from previous charts indicates that a maximum along the axis was

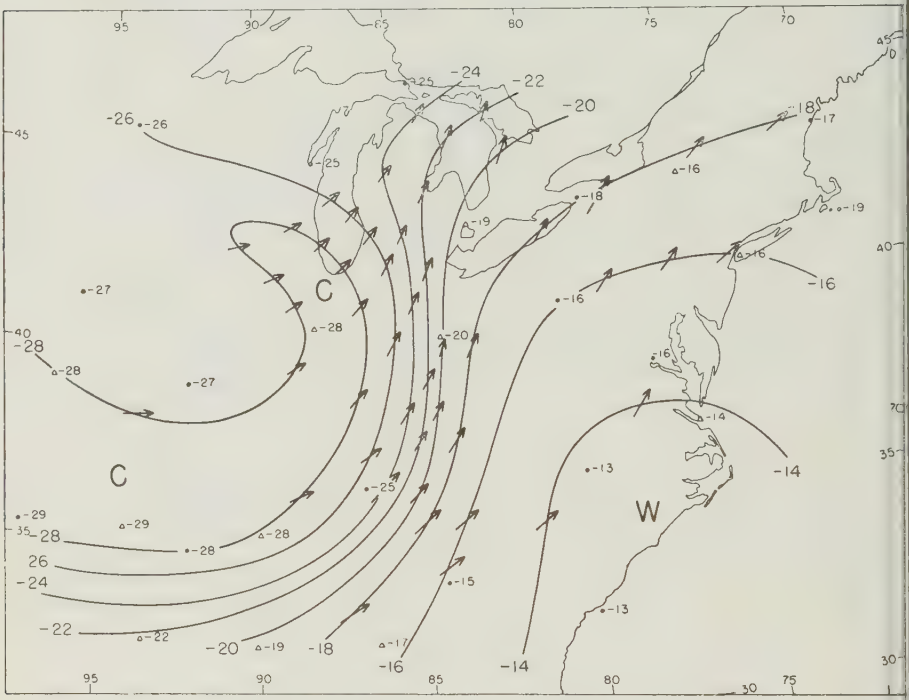


Fig. 4. 500 mb isotherms (° C), March 24, 1953, 0300 Z, and arrows showing crossing of contours and isotherms.

situated in upper Michigan and therefore intercepted by the airplane just a little to the rear of the point of strongest wind. This maximum travelled northward during the day in association with the vigorous surface cyclone.

The result of the 200 mb temperature analysis (Fig. 7) is very clear. We observe a single belt of marked temperature gradient. This belt, with warm air in the west and cold air in the east, is above and oriented

[1] In this chart the data of the Weather Bureau stations have been followed strictly. Those of the military stations (marked with triangles) have been modified in several instances.

parallel to the 500 mb isotherm concentration within the limits of the time difference between the charts. It also runs parallel to the jet stream axis except for a slight cutting of this axis toward the left edge of the isotherm ribbon with increasing latitude.

Discussion.

General comments: In broad terms, Figs. 2 to 7 confirm the jet stream structure as deduced since 1947 from radiosonde analysis. At least the

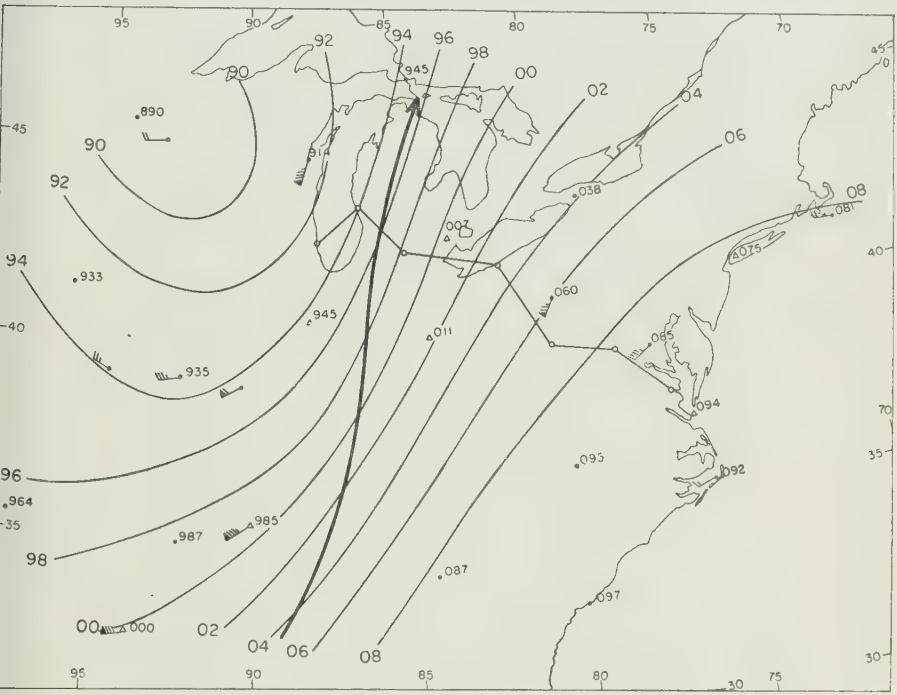


Fig. 5. 300 mb contours (100's feet, first digit omitted), March 23, 1500 Z and March 24, 0300 Z, combined. Triangles indicate military stations.

gross structure of a strong jet stream is simple; the sweeping and uncomplicated patterns of Figs. 4 to 7 attest to this. Our case shows a cyclonically curving jet stream which draws in cold air on its left side (looking downstream), especially in the middle troposphere. The downstream margin of the advective region–the area where the temperature gradient tends to be intensified–coincides with the area where the air at 300-mb accelerates downstream. Warm advection, however, is not found in the vicinity of the jet stream but only well to its east, an arrangement quite common for cyclonically curving jets. Indeed, a double advection

pattern–cold air to the left and warm air to the right of the axis–was not encountered in the course of the project. Such a pattern is clearly not needed for jet stream formation.

The jet stream axis is situated directly above the 500 mb isotherm concentration, as PALMÉN has suggested [4], a coincidence found in several of the cases studied, although there were notable exceptions. Further, the pronounced 200 mb temperature gradient lies directly above the jet axis, indicating the tropopause break. Between Lakes Michigan

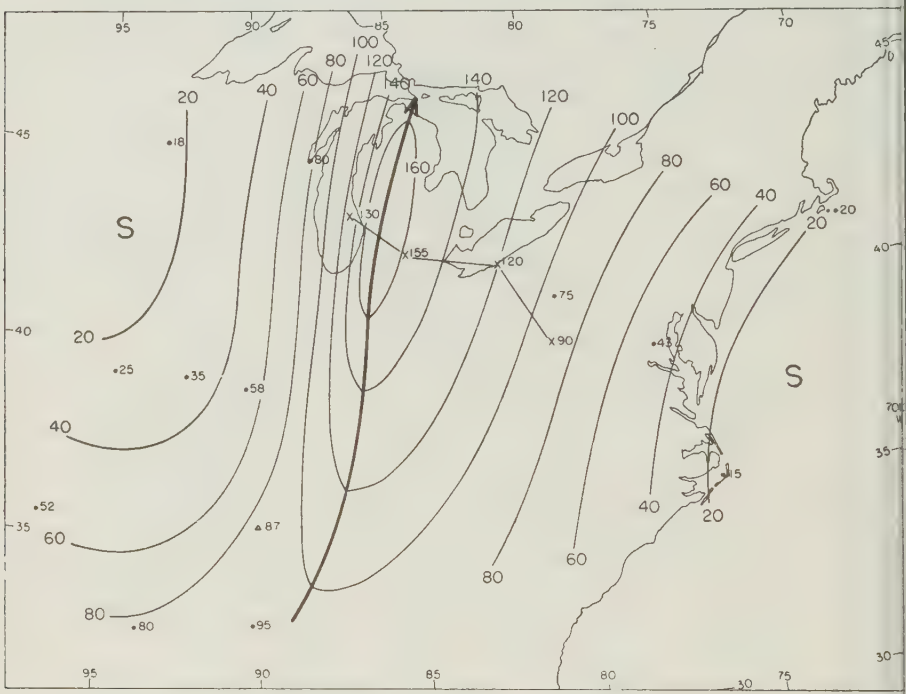


Fig. 6. 300 mb isotachs (knots), March 23, 1953, 2100 Z.

and Erie the vertical geostrophic shear through the 200 mb surface amounts to 30 knots/km or $1.5 \cdot 10^{-2}$ sec^{-1}, a very large value. Thus the current as a whole is a narrow tube, constricted both in depth and width.

Characteristics of the wind field: One of the principal uncertainties concerning jet streams has been legitimate doubt about the computed maximum wind speeds and the lateral distribution of wind speed. A chart such as Fig. 5 permits much leeway in drawing contour concentrations. In spite of the dense radiosonde network in the United States, the data seldom suffice for unique drawing of contours. Moreover it is difficult to reconcile the Weather Bureau and the military observations. These

difficulties are quite apparent along the flight path, especially over Michigan. Rather than to compare spot winds, it is better to calculate the average wind over an appreciable section of the flight and compare this wind with that obtained from the contour analysis. The average wind speed between Cleveland and Muskegon is 150 knots (Fig. 2); the 300 mb height difference between these two places is 950 feet. Since the line connecting them is nearly normal to the contours and since it falls along inflection points of the contours, it is most appropriate

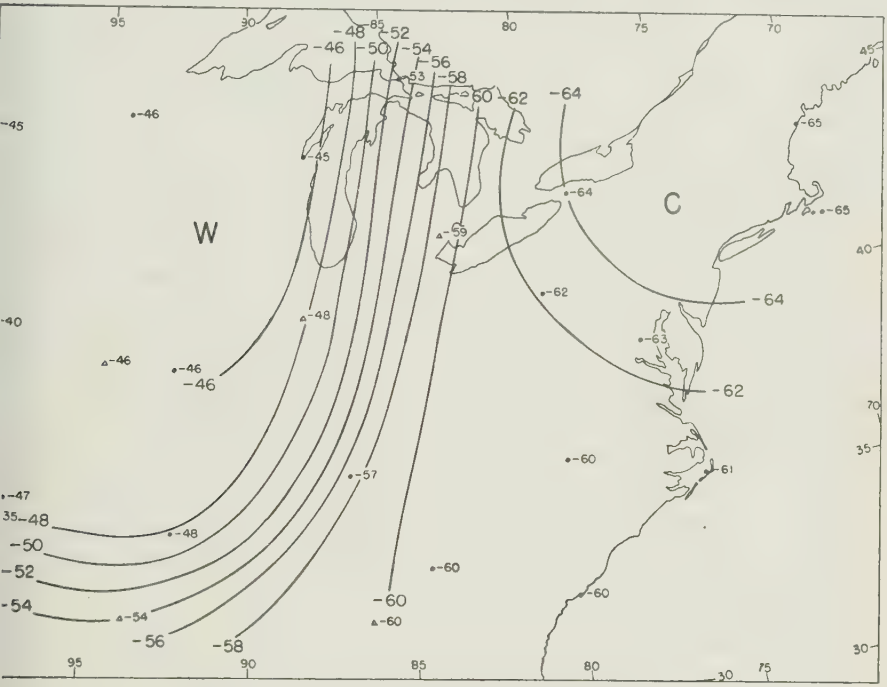


Fig. 7. 200 mb temperatures (°C), March 23, 1953, 2100 Z.

to compute the geostrophic wind. It turns out that the geostrophic wind also amounts to 150 knots, a reasonable result inasmuch as the flight passed through the maximum wind rather than through the zone of acceleration farther south. It also agrees with the generally satisfactory performance of aircraft dispatched with the contour pattern method.

Considering further the wind speed graph of Fig. 2 we see that the wind falls off much more sharply to the left than to the right of the jet center, again in agreement with prior estimates and also with the surface wind profiles observed in hurricanes. The wind speed drops from 190 to 100 knots in 150 km to the left, and in 550 km to the right of the axis.

Fig. 8 shows the corresponding distribution of absolute vorticity. For this computation the curvature of the latitude circles and the contour curvature as given by Fig. 5 have been taken into account. On the right margin of the jet the absolute vorticity is zero when averaged between the axis and Cleveland (CLE). Farther east it is slightly positive. Since we have seen that in this region the plane flew through a weak westward-directed temperature gradient (Fig. 2) it is likely that the mean absolute vorticity measured on the isentropic surfaces 330°–332° A is zero over the whole distance. Considering only the gross structure of cyclonically curving jet streams, the flight confirms that zero absolute vorticity limits the wind speed gradient to the right of the axis. Large negative absolute vorticities are not found in Fig. 2, but close to the core the computations indicate slight negative vorticity.

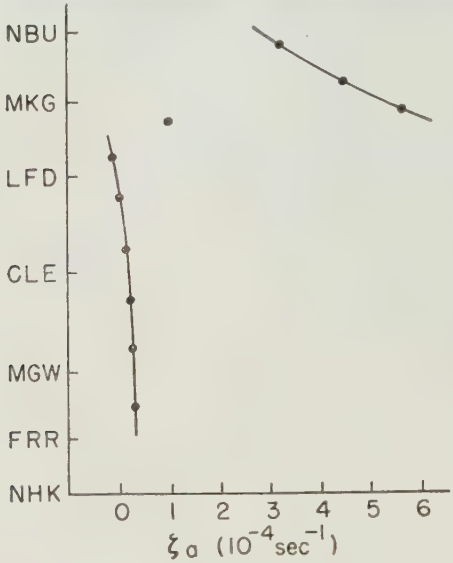


Fig. 8. Distribution of absolute vorticity along flight path.

To the left of the axis the vorticity is extreme, and very high values—six times the Coriolis parameter—are found close to the strongest wind. Since the wind data suggest a sharp peak of the velocity profile, Fig. 2 shows the absolute vorticity discontinuous at the jet center, dropping from extreme values to zero. No satisfactory explanation for such vorticity breaks and distributions has been offered in the past, and none is advanced here.

On the energy of jet streams: Figs. 5 and 6 show a fourfold increase of kinetic energy along the jet axis between the southern border of the map and Michigan, and Fig. 2 shows a similar increase from east to west. The kinetic energy is created mainly in horizontal flow as the preceding data indicates. This may be further confirmed by an inspection of the potential temperature distribution in the high troposphere (not shown). We may apply the following well-known horizontal acceleration formula which is valid if vertical momentum transport and friction can be neglected:

$$\frac{1}{2}\frac{dV^2}{dt} = -\frac{V}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial s}. \tag{1}$$

Here V is the horizontal wind speed, ϱ the density, p the pressure and s the coordinate along the wind vector. Since, neglecting vertical motion,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + V\frac{\partial p}{\partial s},$$

it follows that

$$\frac{1}{2}\frac{dV^2}{dt} = -\frac{1}{\varrho}\left(\frac{dp}{dt} - \frac{\partial p}{\partial t}\right).$$

For steady state,

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\varrho} = \text{const.}, \tag{2}$$

the simple Bernoulli theorem for horizontal flow.

We now observe a curious thing in Figs. 5 and 6. The jet stream axis and the associated isotach pattern lie at an angle of 20°–30° to the left of the contour field with increasing latitude; that is, the pressure decreases downstream along the jet axis while the wind speed increases. This suggests that the axis is a trajectory and we may see if we can obtain a useful result by applying eq. (2) along the axis. It turns out that, given an initial speed of 100 knots and a height drop of 800 feet, the downstream increase in speed should be 80 knots. Actually the increase is 90 knots, confirming that the computation is essentially valid. Moreover, a similar result has been obtained in other cases. It follows that the mechanism of producing the high kinetic energy of the jet stream is a simple pressure head that does work on the high tropospheric air. Other layers, above or below, presumably lose potential energy in such a way as to establish the pressure head, but this stage of the energy cycle is not yet clear. We have noted some empirical relations between the jet stream and the fields of temperature and thermal advection above and below the core. The physical connection, however, is not nearly as simple as suggested in some papers which dispose of the subject by vague allusions to "advection" or "sinking of cold domes". The author hopes to comment further on this point in the near future.

It should be noted that the calculation just made cannot be readily applied to all jet streams, especially weak ones. Local pressure changes, of course, were taking place throughout March 23, 1953, but the time required for the air to cover the whole distance from Mississippi to Michigan was only three to four hours. It is because of this rapid travel that the local pressure change can be largely ignored. Moreover, the computation is made at the level of strongest winds, and the downstream wind speed variation is large.

Although conclusive proof cannot be offered at this time the evidence suggests strongly that the kinetic energy of the jet stream is generated in a narrow band along the core and that it is dispersed laterally from the band, especially to the right of the axis of the current. Fig. 8 is of interest in this connection. As repeatedly discussed in the literature, zero absolute vorticity represents a neutral state for the stability of certain types of motion normal to the current; if the vorticity is even slightly negative, the current becomes "unstable" for lateral displacements of particles. One may visualize such "lateral turbulence" as a means for carrying energy outward from the jet.

Although this mechanism is attractive and may ultimately be proved correct, it is uncertain whether or not it can operate with the required

rapidity. The right hand portion of the jet extends from the eastern margin of the Middle West to the east coast–about 500–600 miles. Yet the air in the eastern states is evidently moving as part of the jet stream system and it reacts quickly to synoptic changes in the current center. If we assess the rate of cross-stream propagation of energy as high as 50 mps, it becomes reasonable to inquire about mechanisms of energy dispersal other than lateral turbulence, in spite of the suggestive zero absolute vorticity profile. Research on this subject is continuing.

Acknowledgment.

The author wishes to acknowledge the untiring efforts of Capt. F. A. Berry, USN, director of Project *Arowa*, who coordinated and sparked the jet stream flights. Mr. H. Maynard, Chicago, evaluated the flight data. Full acknowledgment of the many facets of the operation, requiring the coordination of many people, will be found in the final project report.

References.

1. Rossby, C.-G.: Bull. Amer. Meteor. Soc. **28**, 53 (1947).
2. University of Chicago, Dept. of Meteor. Bull. Amer. Meteor. Soc. **28**, 255 (1947).
3. Alaka, M. A., C. L. Jordan and R. R. Renard: The Jet Stream. *Navaer* 50-1 R-249, U. S. Navy Bureau of Aeronautics, Project *Arowa*, Norfolk, Va., 1953.
4. Palmén, E.: J. Meteor. **5**, 20 (1948).

551.542:551.515.8

Die Isobarenbrechung an Luftmassengrenzen.

Von

H. Koschmieder, Berlin.

Mit 8 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Werden äquidistante, geradlinige Grund- und Störisobaren vorgegeben, so lassen sich die gestörten Endisobaren in Richtung und Abstand berechnen. Für positive und negative Störfelder werden zwei Brechungssätze hergeleitet.

Summary. If equidistant and rectilinear isobars, both normal and disturbing, are given, direction and distance of the resulting disturbed isobars can be calculated. Two refraction theorems are deduced for both positive and negative fields of disturbance.

Résumé. Si l'on se donne des isobares normales et des isobares perturbatrices, toutes deux équidistantes et rectilignes, on peut calculer la direction et l'écartement des isobares perturbées. On établit ici deux théorèmes relatifs aux champs perturbateurs positifs et négatifs.

In einer Untersuchung über „Druck- und Geschwindigkeitsänderungen an Grenzflächen“[1] an der Erdoberfläche war an Hand zahlreicher Druck-, Wind- und Temperaturregistrierungen gezeigt worden, daß starke positive Druckstufen mit starken Böen, ohne Geschwindigkeitsänderungen oder mit scharfen Flauten auftreten. Das Ergebnis wurde durch Schemazeichnungen verständlich gemacht, welche zeigten, daß der Abstand der Isobaren hinter einer Grenzlinie (Front) je nach dem Brechungswinkel kleiner, gleich oder größer als vor der Grenzlinie sein kann.

Diese Aussage läßt sich durch eine kleine Rechnung in einen einfachen quantitativen Zusammenhang bringen, wenn man außer den ungestörten Isobaren vor der Front, den „Grundisobaren“, die *Störisobaren* vorgibt, die z. B. von einer der Erde aufliegenden keilförmigen Kaltluftmasse erzeugt werden. Aus Lage und Abstand der Grund- und Störisobaren ergeben sich Lage und Abstand der entstehenden „Endisobaren“.

[1] H. Koschmieder, Meteorol. Z. 58, 269—278 (1941).

A. Die von einem Kaltluftkeil erzeugten Störisobaren und ihr geostrophischer Wind.

Wir betrachten den Kaltluftkeil der Abb. 1 und setzen voraus, daß die Flächen gleichen Druckes in der Warmluft horizontal sind. In der zur Front AA' senkrechten Ebene ist dann $\delta z = \delta n \cdot \operatorname{tg} \nu$, wo ν den Neigungswinkel der Grenzfläche bedeutet. Ist p der Druck in der Höhe δz, p_0 der am Boden, so ist

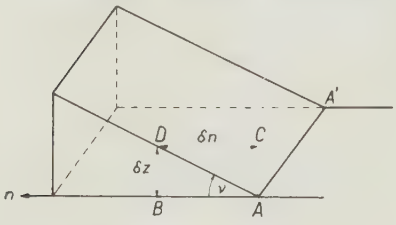


Abb. 1.

$$p_0 = p \cdot e^{\frac{g\,\delta n \cdot \operatorname{tg} \nu}{R\,T_m}}. \qquad (1)$$

Die Druckdifferenz zwischen den Punkten B und A kommt nur durch die Änderung der Mitteltemperatur zwischen CA und DB zustande. Da p auf CD konstant sein soll, so folgt durch logarithmische Differentiation

$$\frac{\delta p_0}{p_0} = -\frac{g\,\delta n \cdot \operatorname{tg} \nu}{R\,T_m^2} \cdot \delta T_m \qquad (2)$$

oder, wenn man $\alpha\, t_m$ gegenüber 1 vernachlässigt und $H = R\,T_0/g$ setzt,

$$\frac{\delta p_0}{\delta n} = -\frac{p_0}{H} \cdot \operatorname{tg} \nu \cdot \frac{\delta T_m}{T_m}, \qquad (3)$$

wobei nach der Aufgabe $\delta T_m = T_m\,(BD) - T_m\,(AC) < 0$.

Mit $p_0 = 1000$ mb, $T_m = 300°$ K wird

$$\frac{\delta p_0}{\delta n} = -4{,}18 \cdot 10^{-4} \cdot \operatorname{tg} \nu \cdot \delta T_m \left[\frac{\text{mb}}{\text{m}}\right] = -41{,}8 \cdot \operatorname{tg} \nu\, \delta T_m \left[\frac{\text{mb}}{100\text{ km}}\right]. \qquad (4)$$

Wir suchen jetzt den Abstand D, den die vom Kaltluftkeil am Boden erzeugten Isobaren besitzen. Offenbar ist D dem Druckgefälle umgekehrt proportional, so daß $D = \text{const.}/\partial p/\partial n$ oder $\text{const.} = D \cdot \partial p/\partial n$. Wir treffen folgende Festsetzung: Es sei $D = 1$ cm für $\partial p/\partial n = 1$ mb/100 km $=$ $= 10^{-7}$ mb/cm. Dann wird const. $= 10^{-7}$ mb und mit (4)

$$D = \frac{10^{-7}\text{ mb}}{-41{,}8 \cdot \operatorname{tg} \nu \cdot \delta T_m\ \text{mb}/100\text{ km}} = -\frac{0{,}0239}{\operatorname{tg} \nu \cdot \delta T_m}\ [\text{cm}]. \qquad (5)$$

Bleibt das hier belanglose Vorzeichen außer Betracht, so ist ganz allgemein die Geschwindigkeit des geostrophischen Windes $c = \frac{1}{l\varrho} \cdot \frac{\partial p}{\partial n}$. Wir merken folgende Einheitswerte an: für $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1\text{ mb}}{100\text{ km}} = 10^{-4}\ \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^3}$, $\varphi = 45°$ und

$p = 1013$ mb, $t = 0°$ C	wird	$c_1 = 7{,}51$ m/sec,
$p = 1000$ mb, $t = 0°$ C	„	$c_1 = 7{,}61$ m/sec,
$p = 1000$ mb, $t = 300°$ K $= 27°$ C	„	$c_1 = 8{,}37$ m/sec.

Für $\varphi = 45°$, $p = 1000$ mb, $T = 300°$ K, also $l = 1{,}031 \cdot 10^{-4}\ \text{sec}^{-1}$, $\varrho = 1{,}165 \cdot 10^{-3}\ \text{gr} \cdot \text{cm}^{-3}$ wird $l\,\varrho = 1{,}202 \cdot 10^{-7}\ \text{gr} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{sec}^{-1}$ und die

Geschwindigkeit des geostrophischen Windes, die von dem Druckgefälle (4) hervorgerufen wird,

$$c = \frac{10^7}{1{,}202} \cdot 41{,}8 \cdot \operatorname{tg} \nu \cdot \delta T_m \left[\mathrm{gr^{-1}\,cm^3\,sec^1}\,\frac{\mathrm{mb}}{100\,\mathrm{km}} \right].$$

Da 1 mb = 10^3 dyn/cm², so folgt

$$c = 348 \cdot \operatorname{tg} \nu\, \delta T_m \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}} \right]. \tag{6}$$

Zahlenwerte für $\partial p/\partial n$, D und c nach (4) bis (6) sind in der Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1. *Störgradient, Abstand der Störisobaren und geostrophische Störgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Neigung tg ν der Grenzfläche und der Temperaturerniedrigung — δT_m des Kaltlufteinbruches.*

$-\delta T_m$ [° C]	*Tab. 1 a* $\partial p/\partial n$ nach (4) [mb/100 km]		*Tab. 1 b* D nach (5) [cm]		*Tab. 1 c* c nach (6) [m/sec]	
	tg ν = 1:1000	1:500	1:1000	1:500	1:1000	1:500
1,2	0,05	0,10	19,90	9,95	0,42	0,84
2,4	0,10	0,20	9,95	4,98	0,83	1,67
3,6	0,15	0,30	6,64	3,32	1,25	2,50
4,8	0,20	0,40	4,98	2,49	1,67	3,34
6,0	0,25	0,50	3,98	1,99	2,09	4,18
7,2	0,30	0,60	3,32	1,66	2,51	5,02
8,4	0,35	0,70	2,84	1,42	2,92	5,84
9,6	0,40	0,80	2,49	1,25	3,34	6,68
10,8	0,45	0,90	2,21	1,11	3,76	7,52
12,0	0,50	1,00	1,99	1,00	4,18	8,37

Ausgangswerte: $p_0 = 1000$ mb, $T_0 = 300°$ K, $\varphi = 45°$.

B. Die Isobarenbrechung.

Wir stellen jetzt folgende Aufgabe: In der Warmluft sei der Druck in der Horizontalen nicht konstant, sondern nehme beispielsweise von S nach N ab. Die Isobaren dieser Druckverteilung nennen wir die Grundisobaren (dünn ausgezogen, vgl. Abb. 2) mit dem gegenseitigen Abstand d_1. In dieses Feld bringen wir einen Kaltluftkeil. Die von ihm allein erzeugten Isobaren nennen wir die Störisobaren (gestrichelt) mit dem Abstand D. Die Störisobare 0 fällt mit der Front zusammen. Sie bilde mit der Grundisobare den Winkel δ. Unter der als eben vorausgesetzten Grenzfläche entstehen dann im Meeresniveau die (dick ausgezogenen) Endisobaren mit dem Abstand d_2 durch Überlagerung der Grund- und

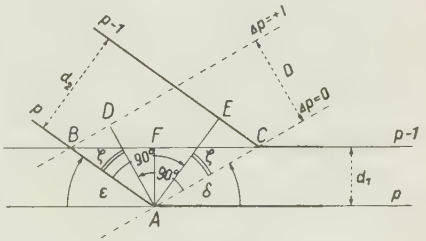


Abb. 2.

Störisobaren. Die Endisobaren bilden unter der Grenzfläche mit den Grundisobaren den Winkel ε, im Gebiet der Warmluft fallen sie mit den Grundisobaren zusammen. Sie werden also *an der Front gebrochen*. Vorgegeben ist Grund- und Störfeld, gesucht das Endfeld (ε und d_2) als Funktion von d_1, D und δ. Die Abstände der Isobaren in den drei Scharen sind durch die drei Lote AD, AE, AF gegeben. Bezeichnen wir $\sphericalangle\, DAB = EAC$ mit ζ, so ist, da $\sphericalangle\, DAC\,(= \sphericalangle\, BAE) = 90°$, also $\varepsilon + \delta + 90 + \zeta = 180°$ oder

$$\zeta = 90 - (\varepsilon + \delta). \tag{7}$$

Damit wird

$$d_1 = AC \cdot \sin \delta,\ d_2 = AC \cdot \sin (\varepsilon + \delta),$$

$$d_1 = AB \cdot \sin \varepsilon,\ D = AB \cdot \sin (\varepsilon + \delta),$$

also

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin (\varepsilon + \delta)}{\sin \delta} = \sin \varepsilon \cdot \operatorname{cotg} \delta + \cos \varepsilon, \tag{8a}$$

$$\frac{D}{d_1} = \frac{\sin (\varepsilon + \delta)}{\sin \varepsilon} = \cos \delta + \operatorname{cotg} \varepsilon \cdot \sin \delta. \tag{8b}$$

Hieraus berechnet man zuerst mit (8b)

$$\operatorname{cotg} \varepsilon = \frac{1}{\sin \delta} \cdot \frac{D}{d_1} - \operatorname{cotg} \delta \tag{9}$$

und mit ε aus (8a) dann d_2/d_1. Für $\delta \to 0$ und $\delta \to 180°$ treten unbestimmte Werte auf. Wir schreiben daher statt (9) besser

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sin \delta}{D/d_1 - \cos \delta}. \tag{9'}$$

Für kleine Werte δ wird daher

$$\varepsilon = \frac{\delta}{D/d_1 - 1} \tag{10}$$

und mit (8a)

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\varepsilon}{\delta} + 1 = \frac{1}{D/d_1 - 1} + 1 = \frac{D/d_1}{D/d_1 - 1}. \tag{10'}$$

Für kleine Werte $\delta' = 180 - \delta$ wird, wenn man $\varepsilon' = 180 - \varepsilon$ schreibt, $\sin \delta = \sin \delta'$, $\cos \delta = -\cos \delta'$, $\operatorname{tg} \varepsilon = -\operatorname{tg} \varepsilon'$, also

$$\varepsilon' = -\left(\frac{\sin \delta'}{D/d_1 - \cos \delta'}\right) = \frac{-\delta'}{D/d_1 + 1},\ \frac{d_2}{d_1} = \frac{\varepsilon'}{\delta'} + 1 = \frac{D/d_1}{D/d_1 + 1}. \tag{11}$$

Weiter suchen wir die Extremalwerte von ε in Abhängigkeit von δ für die verschiedenen Werte D/d_1. Bildet man mit (9') $d\operatorname{tg} \varepsilon/d\delta = 0$, so folgt als Bestimmungsgleichung der Extremalstellen δ^* also $\cos \delta^* \cdot D/d_1 - \cos^2 \delta^* - \sin^2 \delta^* = 0$ oder

$$\cos \delta^* = d_1/D. \tag{12}$$

Schließlich fragen wir, für welche Werte δ_1 bei gegebenem D/d_1 das Verhältnis $d_2/d_1 = 1$ wird. Aus (8a) folgt dafür mit dem Additionstheorem und nach Division mit $\sin \varepsilon$

$$\cos \delta_1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} \cdot \sin \delta_1 = \frac{\sin \delta_1}{\sin \varepsilon}.$$

Ersetzt man $\operatorname{tg}\varepsilon$ nach (9'), so wird

$$\sin\varepsilon = \sin\delta_1 \cdot d_1/D,$$

also

$$\cos\varepsilon = \sqrt{1 - \sin^2\delta_1 \cdot (d_1/D)^2}.$$

Bildet man mit diesen beiden Werten $\operatorname{tg}\varepsilon$ und ersetzt $\operatorname{tg}\varepsilon$ nach (9'), so folgt

$$\frac{\sin\delta_1}{D/d_1 - \cos\delta_1} = \frac{\sin\delta_1 \cdot d_1/D}{\sqrt{1 - \sin^2\delta_1 \cdot (d_1/D)^2}}.$$

Hieraus in elementarer Rechnung

$$\cos\delta_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{D}. \tag{13}$$

Mit (10) bis (13) ergeben sich folgende Werte:

Für	D/d_1	=	2	1,5	1,0	0,75	0,5
Für kleine δ	ε	=	δ	$2\,\delta$	∞	$-4\,\delta$	$-2\,\delta$
	d_2/d_1	=	2	3	∞	-3	-1
Für kleine δ'	ε'	=	$-0{,}333\,\delta$	$-0{,}4\,\delta$	$-0{,}5\,\delta$	$-0{,}571\,\delta$	$-0{,}667\delta$
	d_2/d_1	=	0,667	0,6	0,5	0,429	0,333
Für die Extrema	$\cos\delta^*$	=	$^1/_2$	$^2/_3$	1	($^4/_3$)	(2)
	δ^*	=	60°	48,2°	0°	—	—
	$(d_2/d_1)^*$	=	1,15	1,34	∞	—	—
Für $d_2/d_1 = 1$	δ_1	=	75,5°	70,5°	60°	48,2°	0°

Zahlenwerte von ε und d_2/d_1 als Funktion von δ und D/d_1 sind in Tabelle 2, ein kleiner Atlas der Isobarenbrechung in Abb. 3 gegeben. Mit ihm seien für die drei Fälle $D/d_1 \gtrless 1$ die Verhältnisse erläutert. Dort sind wieder *dünn ausgezogen* die Grundisobaren, die von links nach rechts (z. B. von W nach E) verlaufen. Der tiefe Druck liegt dann oben, d. h. im Norden; die oberste (nördlichste) eingezeichnete Grundisobare habe den Wert 999 mb, es folgen 1000 und 1001 mb. Diese Bezifferung steht am rechten Rande (wo noch die Isobare 998 mb angedeutet ist). *Dünn gestrichelt* ist das Störfeld, von dem die Isobaren $\Delta p = 0, +1, +2$ mb eingetragen sind. *Dick ausgezogen* sind die aus Grund- und Störisobaren hervorgehenden Endisobaren.

Wir betrachten den Fall $D/d_1 = 2$. Für $\delta = 0$ fallen die Grund- und Störisobaren zusammen, daher auch mit ihnen die Endisobaren. Der Kaltluftkeil steigt genau nordwärts an, das Störfeld wirkt also der horizontalen, nordwärts gerichteten Druckabnahme entgegen. Lassen wir die Störisobare 0 mb, d. h. die Front, mit der Grundisobare 1000 mb zusammenfallen, so bleibt das südwärts davon gelegene Grundfeld ungestört erhalten, der nordwärts der Front herrschende Druckgradient dagegen verringert sich, und zwar um den Gradienten des Störfeldes. Dieser ist wegen $D/d_1 = 2$ halb so groß wie der Gradient des Grundfeldes.

Daher wird der Gradient des Endfeldes nordwärts der Front halb so groß wie der des Grundfeldes: der Grundisobare 999 = 1000 — 1 mb entspricht also die Endisobare 1000 — $^1/_2$ = 999,5 mb, der Grundisobare 998 mb die Endiosbare 999 mb und so fort. Geht man zu Werten $\delta > 0°$ über, so erhalten die Endisobaren eine geknickte Form: der eine Schenkel fällt mit den ungestörten Grundisobaren zusammen, während der andere,

Tabelle 2. *Brechungswinkel ε und relativer Abstand d_2/d_1 der Endisobaren in Abhängigkeit von dem Winkel δ zwischen Grund- und Störisobaren und dem relativen Abstand D/d_1 der Störisobaren.*

δ	$D/d_1 = 2$		$D/d_1 = 1{,}5$		$D/d_1 = 1{,}0$		$D/d_1 = 0{,}75$		$D/d_1 = 0{,}5$	
	$\pm\varepsilon$	d_2/d_1	$\pm\varepsilon$	d_2/d_1	$\pm\varepsilon$	d_2/d_1	$\pm\varepsilon$	d_2/d_1	$\pm\varepsilon$	d_2/d_1
± 0	0,0	2,00	0,0	3,00	90	∞	180,0	3,00	180,0	1,00
± 10	9,7	1,94	18,5	2,75	85	5,73	143,5	2,56	160,3	0,97
± 20	17,9	1,80	31,5	2,29	80	2,88	119,1	1,92	142,1	0,90
± 30	23,8	1,61	38,3	1,86	75	1,93	103,1	1,46	126,2	0,81
± 40	27,5	1,44	41,2	1,54	70	1,46	91,4	1,17	112,5	0,72
± 50	29,5	1,28	41,8	1,30	65	1,18	82,0	0,97	100,6	0,64
± 60	30,0	1,15	40,9	1,13	60	1,00	73,9	0,83	90,0	0,58
± 70	29,6	1,06	39,1	1,00	55	0,87	66,5	0,73	80,5	0,52
± 80	28,3	0,96	36,6	0,91	50	0,78	59,7	0,66	71,7	0,48
± 90	26,6	0,89	33,7	0,83	45	0,71	53,1	0,60	63,4	0,45
± 100	24,4	0,84	30,5	0,77	40	0,65	46,8	0,56	55,7	0,42
± 110	21,9	0,79	27,0	0,73	35	0,61	40,7	0,52	48,1	0,40
± 120	19,1	0,76	23,4	0,69	30	0,58	34,7	0,49	40,9	0,38
± 130	16,2	0,73	19,7	0,66	25	0,55	28,8	0,47	33,8	0,36
± 140	13,1	0,70	15,8	0,64	20	0,53	23,0	0,45	26,9	0,35
± 150	9,9	0,69	11,9	0,62	15	0,52	17,2	0,44	20,1	0,34
± 160	6,6	0,68	8,0	0,61	10	0,51	11,4	0,43	13,4	0,34
± 170	3,3	0,67	4,0	0,60	5	0,50	5,7	0,43	6,7	0,33
± 180	0,0	0,67	0,0	0,60	0	0,50	0	0,43	0,0	0,33

der „freie", sich mehr und mehr aufrichtet. Bei $\delta = 60°$ erreicht der Winkel ε zwischen Grund- und Endisobare sein Maximum mit 30°, um bei weiter wachsendem δ erst langsam, dann rascher abzunehmen. Für $\delta = 180°$ wird $\varepsilon = 0$, d. h. die Endisobare fällt mit der Grundisobare zusammen. Für die Bezifferung gilt dort folgendes: für $\delta = 180°$ steigt der Kaltluftkeil südwärts an, der horizontale Druckgradient des Störfeldes ist also gleichgerichtet mit dem des Grundfeldes, im gestörten Feld, d. h. südlich der Front, addieren sich beide, der Gradient des Endfeldes wird also $^3/_2$mal so groß wie der des Grundfeldes, der Abstand der (am linken Rande der Zeichnung dick ausgezogenen) Endisobaren also $^2/_3$mal so groß wie der der Grundisobare.

Im Falle $D/d_1 = 1$ liegen die Verhältnisse etwas anders. Für $\delta = 0$ kompensiert der Störgradient gerade den Grundgradienten, es entsteht nördlich der Front eine *isobare Fläche*. Man kann sich vorstellen (was dann den Übergang zu negativen Werten δ erleichtert), daß in diesem

isobaren Gebiet die Endisobaren senkrecht zu den Grundisobaren stehen und den Abstand ∞ haben. Mit wachsendem δ neigen sich die Endisobaren und rücken mehr und mehr zusammen. Für $\delta = 180°$ steigt der Kalt-

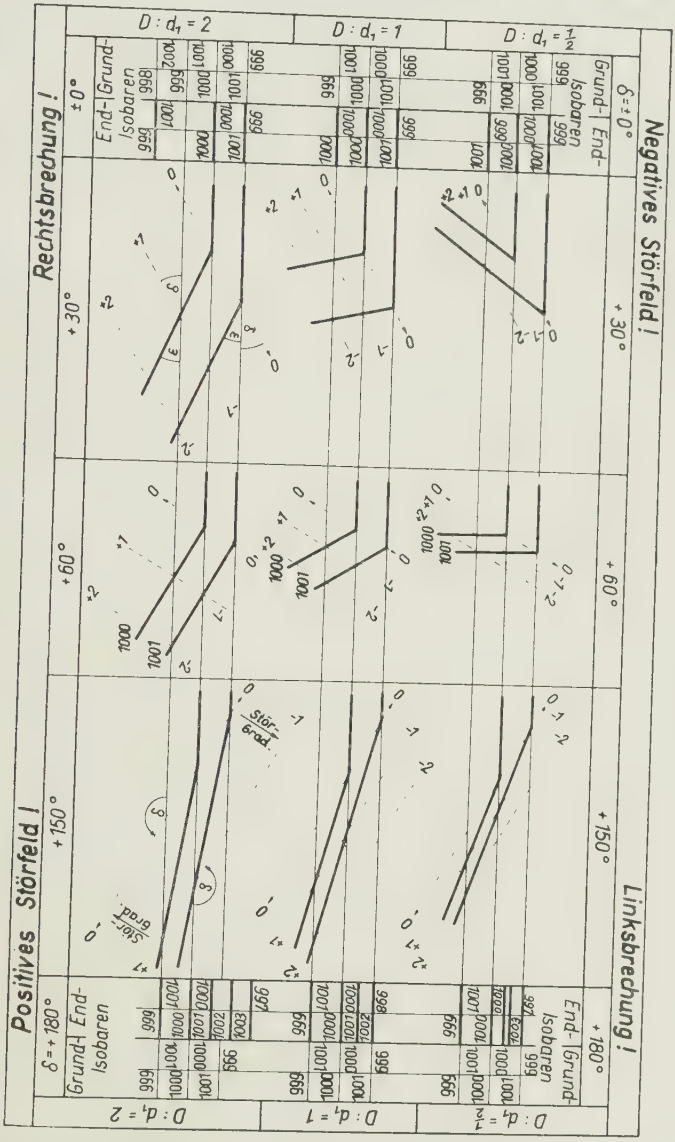


Abb. 3.

luftkeil genau südwärts an, Stör- und Grundgradient sind gleichgerichtet, beide addieren sich zum Werte 2, der Abstand der Endisobaren fällt also auf den Wert $^1/_2$ ab.

Für $D/d_1 = 0{,}5$ ist für $\delta = 0°$, d. h. für einen nordwärts ansteigenden Kaltluftkeil, der Störgradient größer als der Grundgradient, im gestörten Gebiet nördlich der Isobare 1000 mb erfolgt also eine Umkehrung des horizontalen Druckgefälles (der Endgradient wird $1 - 2 = -1$), während südwärts der Isobare 1000 mb der Grundgradient $+1$ erhalten bleibt. Die Isobare 1000 mb, d. h. die Front, wird also *eine Troglinie* des Druckfeldes. Mit wachsendem δ richtet sich der freie Schenkel auf, für $0 < \delta < 60°$ entsteht eine *V-Depression*. Für $\delta = 60°$ steht der freie Schenkel senkrecht auf der Grundisobare und nähert sich dieser mit wachsendem δ, wobei die Endisobaren mehr und mehr zusammenrücken. Für $\delta = 180°$ fallen Grund- und Störgradient in dieselbe Richtung, der Endgradient wird daher gleich $1 + 2 = 3$, der Abstand der westöstlichen Endisobaren gleich $^1/_3$.

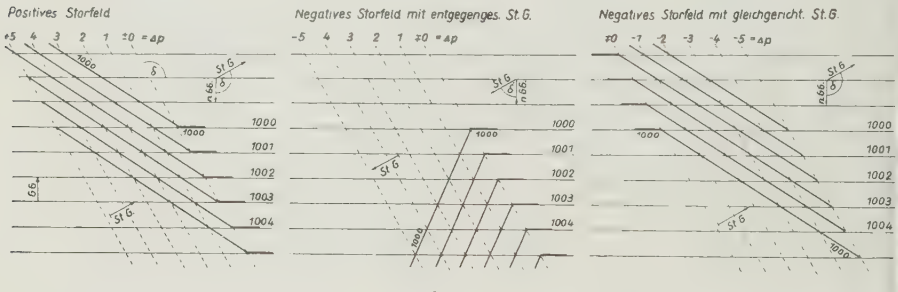


Abb. 4.

Führt man dieselbe Betrachtung für $\delta < 0$ durch, so kommt man zu demselben Ergebnis, nur sind die entstehenden Figuren an einer Vertikale (d. h. an einer zu den Grundisobaren senkrechten Linie) gespiegelt. Versteht man unter einer Rechtsbrechung einen solchen Knick der Isobaren, daß für einen Brustschwimmer bei der Annäherung an die Front die gebrochene Isobare nach rechts weist, und nennt man das von $\Delta p > 0$ gebildete Störfeld ein positives, so gilt also der *Brechungssatz I: Positive Störfelder erzeugen für $\delta > 0$ eine Rechtsbrechung, für $\delta < 0$ eine Linksbrechung. Die Brechung erfolgt also stets nach dem tiefen Druck hin.*

Nun werden auf den Wetterkarten oft auch Brechungen nach dem *hohen* Druck hin beobachtet. Es ist naheliegend, diese auf ein negatives Störfeld zurückzuführen. Wir betrachten daher in Abb. 4 die Überlagerung positiver und negativer Störfelder für dasselbe Grundfeld und dieselben Störisobaren, nur daß bei diesen entweder die Vorzeichen der Störfelder (Abb. 4a und 4b) oder die Gradienten der Störfelder (Abb. 4b und 4c) verschieden sind. Man erkennt, daß in der Tat die beiden negativen Störfelder eine Brechung nach dem *hohen* Druck hin erzeugen. Das gilt auch für Abb. 4c, da dort die ungebrochenen Isobaren (im Gegensatz zu Abb. 4b) auf der linken Seite liegen.

Für das Folgende ist es das Bequemste, als Winkel δ den Winkel zu betrachten, der von dem negativen Grundgradienten *nGG* und dem positiven Störgradienten *StG* gebildet wird. Diese Festsetzung steht in Übereinstimmung mit Abb. 2. Man erkennt, daß Richtung und Abstand der Endisobaren die gleichen sind, wenn bei gleichem Grundfeld Größe und Richtung des Stör*gradienten StG* dieselben sind (vgl. Abb. 4a und 4c). Es kommt also für Richtung und Abstand der geknickten Endisobaren nur auf Größe und Richtung des Störgradienten an, nicht auf das Vorzeichen des Störfeldes. Haben dagegen (vgl. Abb. 4a und 4b) positives und negatives Störfeld gleiche Absolutbeträge, so sind in beiden Fällen die Störgradienten entgegengesetzt gerichtet, und die Winkel δ der beiden Fälle ergänzen sich zu 180°, Richtung und auch Abstand der geknickten Endisobaren sind in beiden Fällen verschieden.

Wie Abb. 4a und 4c zeigen, kann jede geknickte Endisobare sowohl durch ein positives als auch durch ein negatives Störfeld erzeugt worden sein. So kann auch jede Figur der Abb. 3 in zweierlei Weise gedeutet werden: entstanden durch ein positives oder ein negatives Störfeld. Stellt man Abb. 3 auf den Kopf und verlangt man, daß der tiefe Druck wieder im Norden liegt, so dreht man den Gradienten des Grundfeldes um. Dann muß man auch den Gradienten des Störfeldes umdrehen, um denselben Winkel δ zu erhalten: Das ergibt, wenn die Front ihre Lage beibehalten soll, *die* Bezifferung der Grund- und Störisobaren, die in der auf den Kopf gestellten Abb. 3 aufrecht steht. Damit gilt der kleine Atlas, auf den Kopf gestellt, auch für negative Störfelder. Die Bilder für $\delta < 0$ erhält man durch Spiegelung der auf den Kopf gestellten Abb. 3 an deren linkem Rande. Aus ihr folgt der *Brechungssatz II: Negative Störfelder erzeugen für $\delta > 0$ eine Rechts-, für $\delta < 0$ eine Linksbrechung wie die positiven Störfelder, doch ist die Brechung gegen den hohen Druck hin gerichtet.*

Der Kaltluftkeil, der die positiven Störfelder erzeugt, liegt meist dem Erdboden auf und wird daher meist unmittelbar durch die tiefen Temperaturen erkennbar. Der Warmluftkeil dagegen, der die negativen Störfelder erzeugt, liegt meist, besonders mit seinem Vorderrand, in der Höhe, während der Boden (bis zur Warmfront) noch mit Kaltluft bedeckt ist. Eine Isobarenbrechung gegen den hohen Druck kündigt also die Annäherung einer Warmfront an und kann daher, besonders am Rande einer Wetterkarte oder in Gebieten mit wenigen oder nicht-repräsentativen Temperaturangaben, für die Wetterdiagnose und -prognose verwendet werden.

C. Die Isobarenbrechung bei Böen, Sturmstreifen und der Idealzyklone.

Unter einer *Böe* verstehen wir im folgenden nicht eine Geschwindigkeits*stufe*, sondern eine Geschwindigkeits*spitze*, d. h. eine starke und rasche Geschwindigkeitszunahme *und* eine nachfolgende starke und rasche Geschwindigkeitsabnahme. Wir setzen im folgenden voraus, daß der

Wind geostrophisch sei (was sicher nicht erfüllt ist). Will man eine Böe nun mit der Isobarenbrechung erklären, so ist offensichtlich, daß *ein* Knick nur eine (positive oder negative) Geschwindigkeits*stufe* erzeugen kann, in der die Windgeschwindigkeit sprunghaft zu- *oder* abnimmt. Soll sie aber sprunghaft zu- *und* abnehmen, so sind zwei Isobarenbrechungen erforderlich. In Abb. 5 ist eine Schar paralleler Isobaren dargestellt, wobei der tiefe Druck wieder im N liege. Geht man auf ihnen von rechts nach links, so erfolgt zuerst längs K.-F. eine Rechts-, dann längs W.-F. eine Linksbrechung. Nach dem unter B Gesagten ist K.-F. eine Kalt-, W.-F. eine Warmfront.

Was beobachtet man bei einer translatorischen Verschiebung dieser Isobarenschar von links nach rechts an einem erdfesten Punkte? Vor dem ersten Knick herrscht mäßiger Westwind, beim ersten Knick springt der Wind etwa auf NNW und wird stürmisch, beim zweiten Knick springt der Wind auf WNW zurück, wird schwächer, aber er bleibt immer noch stärker als vor dem ersten Knick. Das ist aber gerade der Verlauf, der oft bei dem Durchgang einer Böe beobachtet wird. Wenn diese einfachen Verhältnisse hier ausführlicher erörtert werden, so deswegen, weil diese Darstellung eine Beobachtungstatsache erklärt, die alle Modellversuche ungeklärt lassen, nämlich die Tatsache, daß — auch in kurzdauernden Böen — die Windrichtung oft vorübergehend rechts dreht. Freilich kann diese vorübergehende Rechtsdrehung auch mit den Anschauungen von Prandtl und Normand erklärt werden, die das Wesentliche einer Böe, grob ausgedrückt, in dem Herabfallen potentiell zu kalter Luft sehen. Diese würde dann ihre normalerweise rechtsgedrehte Bewegungsgröße mitbringen.

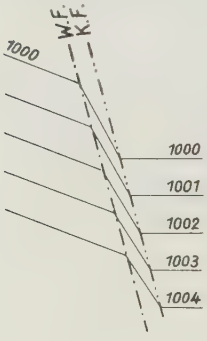


Abb. 5.

Unter einem *Sturmstreifen* verstehe ich ein 200 bis 400 km langes, 20 bis 40 km breites Gebiet, dessen Längsachse *in* der Windrichtung liegt und in dem die Windgeschwindigkeit die der Umgebung um ein Wesentliches übertrifft. Eine Beschreibung, die meines Wissens bisher die einzige geblieben ist, habe ich in den Danziger Meteorolog. Forschungsarbeiten, Heft 5, gegeben.

Begleitet wird ein solcher Sturmstreifen in den Wetterkarten von einer seitlichen Drängung der Isobaren (im Meeresniveau). Damit diese in der Hauptwindrichtung zustande kommt, müssen die einzelnen Isobaren eine (nach der Seite hin verschieden weit ausgedehnte) doppelte Brechung erfahren. Diese muß außerdem im N und S, wenn die Hauptwindrichtung W—E ist, verschwinden. Die erste Brechung erzeugen wir durch einen (tiefgelegenen) Kaltlufteinbruch. Seine Front K.-F. ist in Abb. 6 geradlinig angenommen. Um die Isobaren in ihre alte Richtung zurückzubrechen, nehmen wir hinter der Kaltfront einen hochgelegenen Warmluftvorstoß W.-F. an. Fällt die hohe Warmfront mit der tiefen Kaltfront zusammen, so können sie sich unter Umständen gerade kompen-

sieren, und am Boden bleibt im Druckfeld keine Spur des Luftmassenwechsels zurück. Bleibt jedoch aus Gründen, die hier nicht erörtert werden, die Warmluft oben hinter der Kaltluft unten zurück, so werden die Isobaren in diesem seitlich begrenzten Gebiet nach dem tiefen Druck hin gebrochen bis zu der Warmfront, die sie dann unter Umständen wieder in ihre alte Richtung zurückbricht. Dies bewirkt, daß die Isobaren hinter der Warmfront weiter nördlich in westöstlicher Richtung verlaufen als vor der Kaltfront. Ist, wie in Abb. 6 angenommen, die Kaltfront geradlinig, die Warmfront in einem seitlich begrenzten Gebiet nach W hin ausgebuchtet, so erfolgt notwendig eine Drängung der Isobaren (960 bis 985 mb), während südlich davon die Isobaren auseinandergezogen werden. Es entsteht also ein Druckfeld, wie es bei dem Sturmstreifen tatsächlich beobachtet wird. In Abb. 7 ist angenommen, daß in einem seitlich begrenzten Gebiet die hochgelegene Warmfront der tiefgelegenen Kaltfront vorauseilt. Das Ergebnis ist gleichfalls ein Sturmstreifen, nur liegt er jetzt südlich des Gebietes, in dem die Isobaren auseinandergezogen sind. Abb. 7 entspricht dem Sturmstreifen vom 27. Januar 1932, 14 Uhr (vgl. a. a. O., S. 26). — Diese Aussagen bleiben bestehen, wenn für die Warmfront eine symmetrische Form, z. B. ein Halbkreis, angenommen wird. Die unsymmetrische Form der Abb. 6 und 7 wurde nur gewählt, um die Dinge den Beobachtungen stärker anzunähern.

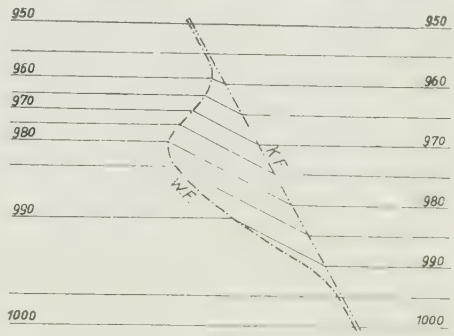


Abb. 6.

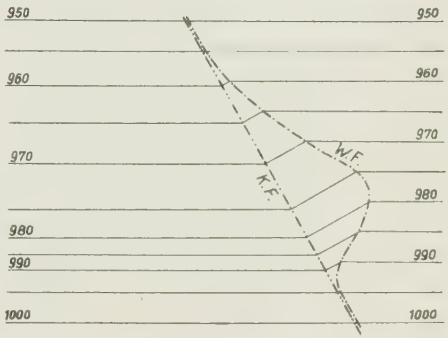


Abb. 7.

Schließlich untersuche ich noch das *Druckfeld eines asymmetrischen Tiefdruckgebietes*, so wie es die Polarfronttheorie als „Idealzyklone" dargestellt hat. Gegeben seien (vgl. Abb. 8) die (mäßig dick ausgezogenen) Isobaren der Idealzyklone. Wir suchen die Störisobaren (gestrichelt), die eine rotationssymmetrische Druckverteilung (die dünn ausgezogenen Kreise) in die Idealzyklone umformen. Für die kreisförmigen Grundisobaren ist willkürlich die radiale Druckverteilung gewählt, die in Abb. 8 oben dargestellt ist und den tatsächlichen Verhältnissen recht nahe-

kommen dürfte. Warm- und Kaltfront sind — wie stets — strichpunktiert eingetragen.

Die Störisobaren folgen dann durch Maxwellsche Subtraktion als die gestrichelt eingezeichneten Kurven. Dabei ist angenommen, daß der Druck im Zentrum (970 mb) ungestört geblieben ist. Auf den ersten Blick lassen die Störisobaren den großen Einfluß der Advektion er-

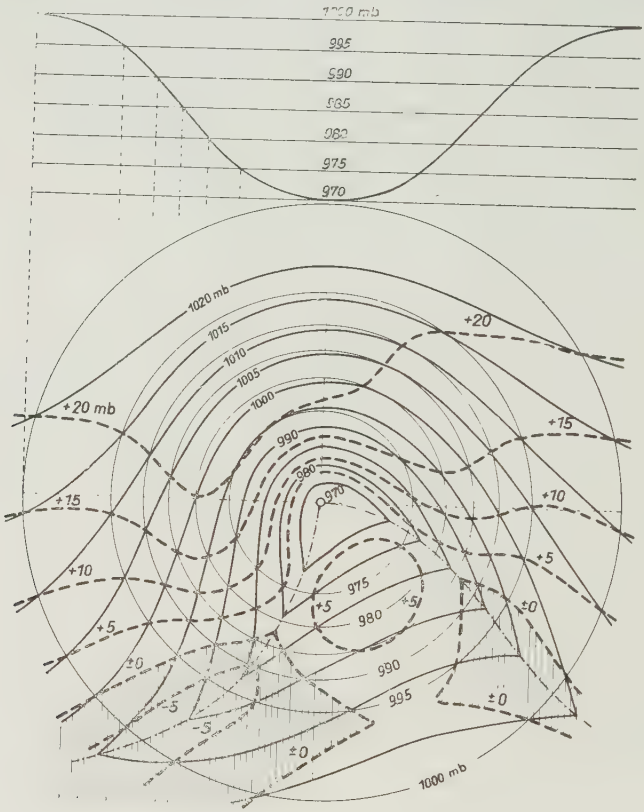


Abb. 8.

kennen: Fast der ganze *Kaltsektor* weist positive Druckstörungen auf, ihr Maximum liegt im NW- und N-Sektor. Negative Störungen finden sich nur in größerer Entfernung längs der Kalt- und der Warmfront. An diesen Stellen greifen die negativen Störungen in den *Warmsektor* über. Soweit entspricht das Bild dem, was man von vornherein erwarten kann. Dagegen zeigt sich etwas Unerwartetes im Herzstück des Warmsektors, nämlich eine positive Druckstörung, und zwar gar nicht schwach, sondern sehr deutlich ausgesprochen: sie erreicht immerhin $7^1/_2$ mb. Man macht sich sofort klar, daß dort eine positive Druckstörung auftreten

muß, sobald im Warmsektor die Isobaren konvex gegen den tiefen Druck sind. Ja, auch eine zum tiefen Druck konkave Krümmung erfordert eine positive Druckstörung, solange nur die Krümmung kleiner bleibt als die des Kreises, der das Druckzentrum als Mittelpunkt hat und durch den betrachteten Punkt hindurchgeht. Da das aber bei der Idealzyklone der Fall ist, so kann man sagen: *In der Idealzyklone besteht im Warmsektor ein sekundäres Maximum der positiven Druckstörung.* Diese Aussage bleibt auch dann bestehen, wenn man den Isobaren (in vernünftigen Grenzen) eine andere Gestalt gibt und die radiale Druckabnahme anders, z. B. linear, wählt.

Da die Ursache dieser Druckstörung im Warmsektor sicher nicht in der unteren Troposphärenhälfte liegen kann, bleibt nur die Wahl zwischen der oberen Troposphäre und der Stratosphäre.

551.511:551.513

(Institute of Meteorology, University of Helsinki.)

On the Relationship between Meridional Eddy Transfer of Angular Momentum and Meridional Circulations in the Earth's Atmosphere.

By

E. Palmén,

Academy of Finland.

Summary. Recent investigations have shown that the poleward flux of angular momentum across latitude 30° N can be regarded essentially as an eddy flux due to macroturbulence. Since the principal source region of atmospheric angular momentum is the frictional layer in the trade-wind zone it is necessary to have a mechanism which explains the transport of the angular momentum up to the upper troposphere and the tropopause level and into the planetary jet stream around latitude 30° N. In the present paper it is shown that this transport can easily be explained by assuming the existence of a mean meridional circulation between the Equator and latitude 30° N. The mass transport in this meridional circulation cell can be computed from the empirical data for the poleward eddy flux of angular momentum presented by Y. Mintz. The same data can then also be used to estimate the excess of precipitation over evaporation in the equatorial zone of the ascending branch of the circulation.

Zusammenfassung. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß der Polwärtstransport des Rotationsimpulses über Breite 30° N hinaus im wesentlichen als Austauschströmung durch Makroturbulenz aufgefaßt werden kann. Da das Hauptquellgebiet des atmosphärischen Rotationsimpulses die Reibungsschicht der Passatzone ist, ist es notwendig, einen Mechanismus zu finden, der die Verlagerung des Rotationsimpulses bis in die obere Troposphäre und das Tropenpausenniveau und in den planetarischen jet stream rund um den Breitenkreis 30° N erklärt. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß diese Verlagerung durch die Annahme einer mittleren Meridionalzirkulation zwischen dem Äquator und 30° N leicht erklärt werden kann. Der Massentransport in dieser Meridionalzirkulationszelle kann aus den empirischen Daten berechnet werden, die Y. Mintz für den turbulenten Polwärtstransport des Rotationsimpulses angegeben hat. Dieselben Werte können auch benützt werden, um den Überschuß des Niederschlags über die Verdunstung in der Äquatorialzone des aufsteigenden Zirkulationszweiges zu berechnen.

Résumé. De récentes recherches ont montré que le flux du moment cinétique dirigé vers le pôle à travers la région de 30° lat. N peut être considéré comme étant essentiellement un flux dû à la macroturbulence. Etant donné que la source principale du moment cinétique atmosphérique est située dans la couche de friction dans la zone des vents alizés, il est nécessaire de trouver un mécanisme qui expliquerait le transport du moment cinétique vers la haute troposphère et le niveau de la tropopause ainsi que dans le jet stream planétaire autour du 30ème degré de latitude nord. Dans l'article suivant l'auteur montre comment il est possible d'expliquer facilement ce transport en admettant l'existence d'une circulation méridienne moyenne entre l'équateur et 30° lat. N. Le transport de masse dans cette cellule de circulation méridienne peut être calculé à partir des données empiriques indiquées par Y. Mintz concernant le flux du moment cinétique dû à la turbulence et dirigé vers le pôle. Les mêmes données peuvent aussi être employées pour estimer l'excès des précipitations sur l'évaporation dans la zone équatoriale de la branche ascendante de la circulation.

In 1921 A. Defant [*2*] proposed an extension of the concept of "Austausch" to eddies or disturbances of very large scale including cyclones and anticyclones and even larger disturbances. He pointed out that such disturbances could be regarded as a kind of *macroturbulence* in treating climatological problems on a hemispheric scale. Later in 1926, H. Jeffreys [*3*] developed the same idea into a theory of meridional eddy transfer of angular momentum which has been of great importance for a better understanding of the complicated mechanism of the general circulation.

Recent investigations (See e. g. [*4*, *5*, *6* and *9*]) have clearly shown the importance of the macroturbulence for the poleward transport of angular momentum from the tropical source regions to the extratropical sink regions, or from the latitudes of the surface easterlies to those of the surface westerlies. According to V. P. Starr and R. M. White [*9*] it seems probable that the poleward flux of angular momentum at latitude 30° N is almost entirely determined by this large-scale eddy flux. An approximate value for the eddy flux can be determined by using geostrophic winds instead of real winds for all standard levels up to 100 mb. The most complete computation of that kind has been made by Y. Mintz [*4*] for January 1949; these values will be used in the following.

In the trade-wind belts angular momentum is continuously transferred from earth to atmosphere due to surface friction and pressure forces acting on mountains. Assuming that there is no net transfer of angular momentum across the Equator[1] the total eddy flux of angular momentum across latitude 30° N approximately equals the flux of angular momentum from earth to atmosphere in the belt Equator —30° N. Since according to Mintz the overwhelming maximum of angular momentum transport at the latitude 30° N is found in the uppermost part of the troposphere

[1] The validity of this assumption needs further investigation; because of lack of sufficiently good upper wind data along the Equator nothing definite can yet be concluded concerning that problem.

and in the tropopause region, the following important question arises: How can the angular momentum generated in the frictional layer of the northern trade-wind zone be transported into the upper troposphere in the vicinity of latitude 30° N, where a quasi-permanent westerly jet exists in winter? An answer to this question is of fundamental importance in any theory of the general circulation.

The vertical flux of westerly momentum $[M_z]$ across a unit area is determined by

$$[M_z] = \varrho \overline{u' w'}, \tag{1}$$

where ϱ is the density of air, and u', w' denote the fluctuations of the zonal and vertical wind components u, w (we neglect here variations in ϱ). The flux is directed upwards, if u', w' are positively correlated, and downwards, if they are negatively correlated. When dealing with small-scale turbulence the vertical momentum flux can be written in the form

$$[M_z] = -\mu \frac{\partial u}{\partial z} \tag{2}$$

where μ is the coefficient of eddy viscosity. The use of this latter formula presupposes that the flux of momentum always is directed from higher to lower values of u, whereas with the use of expression (1) no assumption is made about the direction of the momentum flow.

In the trade-wind zones $\frac{\partial u}{\partial z}$ is positive, on the average, in the whole troposphere except in the surface frictional layer. Thus small-scale turbulence causes, on the average, downward flux of westerly momentum above the frictional layer and upward flux in the frictional layer. This results in a concentration of westerly momentum in the lowest atmosphere, forcing these masses to move equatorwards.

The direction of the momentum flux due to large-scale eddies cannot be postulated in the same simple way. This type of eddy transport could easily be directed from regions with lower average west winds to regions with larger values of u. Physically this could be interpreted so that upward movement is directly or indirectly favoured by the strength of the west component. If temperature and meridional wind and zonal and meridional wind both are positively correlated, one also could expect a positive correlation between zonal wind and temperature ($\overline{T' v'} > 0$, $\overline{u' v'} > 0$, hence $\overline{T' u'} > 0$). This question, however, needs further investigations.

In the lower part of the troposphere there is, according to MINTZ, only a very weak correlation between u' and v'. Therefore the total vertical eddy transfer of angular momentum from its source region in the frictional layer can hardly be directed upwards against the gradient of west wind. The only remaining possibility is then vertical meridional circulations with ascending branches at lower latitudes and descending branches at higher latitudes. The strength of the meridional circulation then should be such that it could furnish the upper atmosphere with the

angular momentum which is transported polewards and downwards in form of eddy fluxes.

Let $[m]$ denote the mass of air that is transported upwards per unit time at low latitudes and downwards at higher latitudes in the northern hemispheric meridional circulation cell. If $[M_{30^\circ\,\mathrm{N}}]$ denotes the poleward eddy flux of angular momentum across latitude 30° N, regarded as the northern boundary of the cell, then the following equation is valid if the vertical eddy flux of momentum is disregarded:

$$[M_{30^\circ\,\mathrm{N}}] = [m]\,[\omega\, a^2\,(\overline{\cos^2\varphi_1} - \overline{\cos^2\varphi_2}) + a\,(\overline{u_1 \cos\varphi_1} - \overline{u_2 \cos\varphi_2})]. \quad (3)$$

Here ω is the angular velocity of the earth's rotation, a is the radius of the earth, φ_1 and φ_2 denote the (variable) latitudes of ascending and descending motion respectively, and u_1, u_2 are the corresponding zonal velocities at the levels where the vertical mass transport is computed. For a relatively low level the terms containing u_1 and u_2 are small compared with the terms containing $\omega\, a$ and can be neglected. The mass involved in the meridional circulation can therefore be computed from the approximate equation

$$[M_{30^\circ\,\mathrm{N}}] = [m]\,\omega\, a^2\,(\overline{\cos^2\varphi_1} - \overline{\cos^2\varphi_2}). \quad (4)$$

The estimate of $\overline{\cos^2\varphi_1}$ and $\overline{\cos^2\varphi_2}$ must necessarily be very approximate, but the same can be said about the computed values for the eddy momentum flux across latitude 30° N. If the neglected vertical eddy flux is directed downward, as was assumed in the previous discussion, the above equation will underestimate the mass circulation. For the eddy flux of angular momentum across latitude 30° N the value $55 \cdot 10^{25}$ g cm^2 sec^{-2} computed by Mintz for January 1949 will be used. For $\overline{\cos^2\varphi_1}$ and $\overline{\cos^2\varphi_2}$ we use φ_1 and φ_2 equal to 3° N and 23° N, respectively. Then the total mass transport according to Eq. (4) is $1.2 \cdot 10^{14}$ g sec^{-1}. This value is in fair agreement with the mass transport computed by H. Riehl and T. C. Yeh [8] from surface wind data.

The mass circulation should be consistent with the amount of precipitation in the equatorial belt of the ascending branch. If the mean specific humidity of the southwards moving air of the lower atmosphere when entering the equatorial belt is q_1 and if the specific humidity of the northward moving air of the upper atmosphere is q_2, then the following equality is valid:

$$[m]\,(q_1 - q_2) + H = R - E. \quad (5)$$

Here R is the total rainfall per unit time, E is the corresponding evaporation from the surface and H is the total mass of water in grams brought into the equatorial belt by horizontal eddy transport.

We know very little about the value of H, but it seems safe to assume that H is negative since it seems reasonable to expect a positive correlation between v and q in the eddies of large scale. Without any meridional circulation there thus would be less precipitation than evaporation in the equatorial belt.

Disregarding H, and using for $[m]$ the above value $1.2 \cdot 10^{14}$ g sec^{-1} and for q_1 and q_2 the values 10 and 1 g/kg respectively the difference $R - E$ is about 2.1 mm per day, if the width of the northern hemisphere belt of ascending motion is 10 degrees of latitude and 4.2 mm, if it is 5 degrees. These values are somewhat larger than the observed difference $R - E$ (See e. g. Reichel [7]); considering however that we have disregarded H in the computation the values are quite reasonable.

In a previous paper E. Palmén and M. A. Alaka [5] discussed in more detail the total angular momentum budget in the zone Equator —30° N. In their paper it was shown that the vertical eddy flux in the trade-wind belt cannot be neglected and that consequently the mass circulation could considerably exceed the value computed from equations (3) or (4). Furthermore, because of lack of wind data it is not possible to compute sufficiently exactly the total flux of angular momentum across latitude 30° N, and therefore the torque exerted by the earth on the atmosphere in the trade-wind belt cannot be accurately determined.

The above discussion therefore has as its only task to stress the fact *that the mere existence of a strong poleward eddy flux of angular momentum in the upper part of the subtropical atmosphere proves the existence of some kind of mean meridional circulation to the south.* The quasi-permanent subtropical jet stream in the upper atmosphere is maintained at the northern edge of this meridional circulation cell. The relationship between the meridional circulation and the eddy flux of angular momentum outlined here seems to be in agreement with later empirical results recently presented by J. Bjerknes [1].

References.

1. Bjerknes, J.: The Flux of Angular Momentum and Heat in the General Circulation. Bull. Amer. Met. Soc. **34**, 267 (1953).
2. Defant, A.: Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten. Geogr. Annaler **3**, 209 (1921).
3. Jeffreys, H.: On the Dynamics of Geostrophic Winds. Quart. J. Roy. Met. Soc. **52**, 85 (1926).
4. Mintz, Y.: The Geostrophic Poleward Flux of Angular Momentum in the Month of January, 1949. Tellus **3**, 337 (1951).
5. Palmén, E. and M. A. Alaka: On the Budget of Angular Momentum in the Zone between Equator and 30° N. Tellus **4**, 324 (1952).
6. Priestley, C. H. B.: Physical Interaction between Tropical and Temperate Latitudes. Quart. J. Roy. Met. Soc. **77**, 200 (1951).
7. Reichel, E.: Zum Dampfgehalt und Wasserkreislauf der Atmosphäre. Metorol. Rundschau **2**, 206 (1949).
8. Riehl, H. and T. C. Yeh: The Intensity of the Net Meridional Circulation. Quart. J. Roy. Met. Soc. **76**, 182 (1950).
9. Starr, V. P. and R. M. White: Two Years of Momentum Flux Data for 31° N. Tellus **4**, 332 (1952).

551.513

(Deutscher Wetterdienst, Bad Kissingen.)

Zur Kenntnis des atmosphärischen Meridionalaustausches.

Von

H. Flohn und **H. Trenkle.**

Mit 2 Textabbildungen.

Zusammenfassung. In einem dreijährigen Zeitraum werden tägliche zonale und meridionale Zirkulationsindizes für 55° N und das 500 mb-Niveau berechnet, dazu der meridionale Austauschkoeffizient, die Zahl der langen Wellen und ihre mittlere Schiefe. Zwischen dem zonalen und dem meridionalen Index besteht keine überzufällige Korrelation. Eine Unterteilung des Materials nach den Großwetterlagen Europas und entsprechenden Zirkulationstypen ergibt für den Meridionalaustausch keine signifikanten Unterschiede.

Summary. For a 3 years interval the authors calculate the daily zonal and meridional index at 55° and the 500 mb-level as well as meridional exchange coefficients, the number of long waves and their average tilt. The correlation coefficient between zonal and meridional index is near zero. Grouping the data according to the large-scale weather-patterns of Europe and corresponding circulation types, no significant differences of meridional exchange can be found.

Résumé. Partant d'une période de trois ans, on calcule les indices de circulation zonale et méridienne pour la latitude de 55° N et pour le niveau de 500 mb; on y ajoute le coefficient d'échange diffusif méridien, le nombre des ondes longues et la pente moyenne de leur courbe. Il n'y a pas de corrélation supra-aléatoire entre les index de circulations zonale et méridienne. Une subdivision du matériel utilisé selon les types de temps en Europe et leur circulation correspondante ne fournit pas de différences significatives pour l'échange méridien.

I. Problemstellung.

Das zentrale Problem der heutigen Diskussion um die allgemeine Zirkulation der Atmosphäre liegt in der Fragestellung: Welcher Mechanismus sorgt für den Großaustausch von Wärme, Wasserdampf und Impuls zwischen hohen und niedrigen Breiten? Diese Grundfrage erfordert

eine quantitative Lösung mit dem umfassenden aerologischen Material, das uns heute zur Verfügung steht. Wir befinden uns — wie V. P. Starr [*1*] es kürzlich mit Recht formuliert hat — in der Meteorologie noch in derselben Situation, wie sie Kepler in der Astronomie vorfand: einige wenige, quantitativ nicht geprüfte und daher mehr oder minder hypothetische Grundvorstellungen und eine unübersehbare Menge unausgeschöpfter (aerologischer) Beobachtungen, deren systematische Bearbeitung gerade erst beginnt. An Grundvorstellungen haben wir neben dem suggestiven, aber irreführenden [*2*] Schema Hadleys der primären meridionalen Zirkulation die zuerst klar von A. Defant [*3*] formulierte Vorstellung einer *Großturbulenz* der *Atmosphäre*, die in der mathematischen Formulierung durch H. Jeffreys [*4*] die Grundlage unserer heutigen quantitativen Untersuchungen über den meridionalen Impulsaustausch bildet. Hierbei haben Starr und White [*5*, *6*] und andere unmittelbare Windmessungen aus der freien Atmosphäre herangezogen, während J. Bjerknes [*7*] und Mintz [*8*] sich auf geostrophische Näherungswerte stützen. Wenn auch letzteres Verfahren bei der heutigen Dichte des aerologischen Netzes nördlich 20° Breite vollständigere Resultate liefert, so ist doch — auch nach den statistischen Arbeiten von H. Faust [*9*] — die ageostrophische Komponente gerade im Niveau stärkster Windgeschwindigkeit so groß, daß ihre Vernachlässigung für eine quantitative Betrachtung merkliche Fehler verursachen kann.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich aus personellen Gründen lediglich mit den Indizes der zonalen und meridionalen Zirkulation längs eines Breitenkreises (55° N) im Niveau 500 mb. Größen dieser Art haben schon 1937 Baur [*10*] und dann Willett [*11*] als Maßzahlen der Zirkulation eingeführt:

a) Zonal-Index Z $(p, d\varphi)$: mittlerer geostrophischer Wind in einem Niveau zwischen zwei Breitenkreisen.

b) Meridional-Index M (p, φ): Summe der meridionalen Komponenten des geostrophischen Windes über einem Breitenkreis, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

c) Solenoid-Index S $(dp, d\varphi)$: mittlerer Gradient der virtuellen Temperatur einer Schicht zwischen zwei Breitenkreisen.

Das Hauptgewicht der vorliegenden Untersuchung liegt in der Fragestellung: Ist der dem praktischen Synoptiker vertraute Unterschied zwischen Zeitabschnitten *meridionaler* Zirkulation (low index) und solchen *zonaler* Zirkulation (high index), wie er in Europa so zwingend hervortritt, in planetarischer Sicht *prinzipieller* oder nur *gradueller* Natur? Hier knüpfen wir an die bedeutsamen Arbeiten von Willett [*11*] sowie Namias und Clapp [*12*] an. Eine angenäherte Berechnung der meridionalen Komponente des Austausches kann mit der Methode von A. Wagner [*13*] durchgeführt werden. Die eben gestellte Frage geht zurück auf den zuerst von F. M. Exner, dann von Baur [*14*] festgestellten Unterschied zwischen dem ungeordneten Austausch innerhalb der Westdrift und der geordneten Form meridionaler Zirkulationsstreifen.

In diesem Zusammenhang handelt es sich auch um eine Diskussion des in Europa — also in einem Gebiet maximaler Blockierung nach Rex [*15*] — häufig und mit gutem Erfolg verwendeten Begriffs „*Großwetterlage*". Baur [*16*] versteht darunter „die während mehrerer Tage gleichbleibenden und für die Witterung in den einzelnen Teilgebieten maßgebenden Züge des Gesamtzustandes der Lufthülle in dem betrachteten Großraume". Dieser vielgebrauchte Begriff (z. B. [*17, 18*]) entzieht sich, wie die Vielzahl der bisherigen Einteilungen zeigt, einer objektiven Klassifikation und Abgrenzung. Es entsteht die Frage: Hat dieser in regionaler Konzeption entstandene Begriff Großwetterlage überhaupt in planetarischer Sicht einen Sinn? Versuche einer Ausdehnung des Begriffs auf den Westatlantik und den Ostteil Nordamerikas — einem Bereich mit maximaler Frequenz von Höhentrögen und Kaltlufttropfen — sind auf schwer überwindliche Schwierigkeiten gestoßen, die hauptsächlich auf der sehr geringen Häufigkeit blockierender, also quasistationärer Situationen beruhen. Es erscheint daher fraglich, ob das von Baur [*16*] vorgeschlagene Programm der Klassifizierung von Großwetterlagen für die anderen Großräume der Erde, sowie die Aufstellung diskreter „Weltwetterlagen" und „Weltgroßwetterlagen" überhaupt durchführbar ist. Wenn letztere Begriffe einen physikalischen Sinn haben sollen, müßte eine grundlegende Umgestaltung der Großwetterlage Europas sich in dem planetarischen Verhalten der nordhemisphärischen Westdrift widerspiegeln. Empirische Befunde über Zusammenhänge in meridionaler Richtung zwischen europäischer Großwetterlage, Lage und Ausdehnung des Azorenhochs und Grenzen des NE-Passats auf dem Atlantik hat Bullig [*19*] mitgeteilt.

In der vorliegenden Arbeit werden ebenfalls geostrophische Winde herangezogen, um für 55° Nordbreite im 500 mb-Niveau die zonalen und meridionalen Indizes bereitzustellen. Das Originalmaterial der Arbeit verdanken die Verfasser zum größten Teil Herrn Dr. O. Essenwanger, der es zu einer Untersuchung über die Eigenschaften der wandernden langen Wellen in der Westdrift (Rossby-Wellen) erstellte [*20*] und es uns in uneigennütziger Weise überließ. Dieses Material enthielt tägliche Werte der geostrophischen Meridionalkomponente des Windes $|\bar{v}|$ (in Form von Summen der Geopotentialdifferenzen längs 55° N) und der zonalen Windkomponente $\bar{u}$ (Zone 50—60° N), letztere sowohl für die gesamte Zone (u_{360}) wie für den amerikanisch-europäischen Sektor 120° W bis 60° E (u_{180}); einige weitere Indizes werden noch charakterisiert werden. Dieses Material wurde statistisch bearbeitet und zugleich noch nach folgenden Klassen von Großwetterlagen Europas [*21*] eingeteilt (vgl. Tabelle 1).

Das Fehlen einiger Tage ist auf das Auftreten von undefinierbaren Übergängen zurückzuführen. Die Häufigkeitsverteilung der Großwettertypen während des ausgewählten Zeitraumes ist nahezu normal, so daß das Kollektiv als repräsentativ betrachtet werden kann. Der Arbeit lag der Zeitraum Dezember 1948 bis November 1951 zugrunde, also drei volle Jahrgänge mit 1095 Tageswerten für jeden Index. Um wenigstens

ein grobes Zahlenmaß für die Intensität des meridionalen Austausches angeben zu können, wurde nach dem Verfahren von A. Wagner [*13*] für jeden Tag der meridionale Austauschkoeffizient A_φ für $\varphi = 55°$ und das 500 mb-Niveau bestimmt. Da es sich hier nur um Breitenmittel handeln soll und die räumliche Variabilität des Austausches im Hintergrund steht, ist die Anwendung der von Lettau [*22*] durchgeführten Rechenmethode unzweckmäßig; in dieser wichtigen Arbeit sind wesentliche Ansätze der heute im Vordergrund stehenden quantitativen Untersuchungen der allgemeinen Zirkulation [*5—8*] enthalten. Einen Vergleich der verschiedenen Rechenmethoden des Austauschkoeffizienten liefern die Daten von Vowinckel [*23*] für die Südhalbkugel (Bodendruckverteilung).

Tabelle 1. *Großwetterlagen und Zirkulationstypen.*

Zirkulationstypen		Großwetterlagen nach [*21*]	Häufigkeit	Normal 1881—1950
Z^*	I Zonale Lagen....	Ws, Wz, Wa	253 Tage	24,8%
	II Gemischte Lagen	HM, BM, SW, NW, Ww	357 „	31,6%
M^*	III Meridionale Lagen mit:			
	a) N-Komponente	HN, HB, N, TrM, TM	203 „	18,8%
	b) S-Komponente	S, SE, TrW, TB	134 „	11,0%
	IV Blockier. Lagen..	HF, HNF, NE	136 „	12,5%

II. Zonale und meridionale Zirkulationstypen.

Die Unterscheidung zweier als wesensverschieden angenommener Zirkulationstypen war im Gedankengut der deutschen Meteorologen — nach der von Rodewald und Baur geprägten Begriffsbildung — sehr verbreitet. Es handelt sich um eine Art Modellvorstellung, die von der Bodenwetterkarte her genährt wurde, und die in ähnlicher Weise auch der Vorstellung von Indextypen (Willett u. a.) zugrundeliegt. Die zugrundeliegende Arbeitshypothese war die, daß bei Überschreitung eines bestimmten Schwellenwertes des meridionalen Temperaturgefälles der ungeordnete Zonalaustausch nicht mehr ausreicht, und die Atmosphäre auf den wirksameren Meridionalaustausch umschaltet, womit das Temperaturgefälle wieder vermindert wird. Baur [*14*] fand in einer aus der klassischen Arbeit von A. Defant [*3*] weitergebildeten Rechnung, daß der Wärmetransport bei geordnetem Meridionalaustausch etwa um einen Faktor 4 größer sei als bei ungeordnetem (zonalem) Austausch. Die notwendige Revision dieser Rechnungen auf Grund des heute unvergleichbar besseren Materials muß aus technischen Gründen leider noch hinausgeschoben werden. Heute müssen wir die Frage stellen, ob eine solche grundsätzliche Unterscheidung diskreter, eindeutig abgrenzbarer Zirkulationstypen überhaupt sinnvoll ist, wenn auch schon

Baur [*14*] das Vorkommen von Übergangsformen erwähnt. Diese Frage erfordert eine Untersuchung über den Einfluß der europäischen Großwetterlagen (insbesondere der mit Blockierung der Westdrift verbundenen) auf die verschiedenen planetarischen Zirkulationsmaße. Dabei beschränken wir uns zweckmäßig auf zwei Zirkulationstypen (vgl. Tabelle 1):

Zonaler Typ Z^* = zonale und gemischte Großwetterlagen (Klassen I + II) (high-index).

Meridionaler Typ M^* = meridionale und blockierende Großwetterlagen (III + IV) (low-index).

Diese Typen können qualitativ beschreibend folgendermaßen gekennzeichnet werden (siehe Tabelle 2):

Tabelle 2. *Charakterisierung zonaler (Z^*) und meridionaler (M^*) Zirkulationstypen.*

Planetarischer Gürtel	Z^* (high-index)	M^* (low-index)
Polarhoch	schwach, geringmächtig	ausgeprägt, hochreichend
Polarwirbel (obere Troposphäre)	konzentriert	weit ausgedehnt, mehrere Kerne
subpolare Tiefdruckzone	polwärts verschoben	äquatorwärts verschoben
planetarische Westdrift	polwärts verschoben mit wandernden langen Wellen	äquatorwärts verschoben, aufgespalten mit blockierenden Zentren
subtropische Hochdruckzone	polwärts verschoben, übernormal	äquatorwärts verschoben, schwach, aufgespalten
Passatzirkulation	verstärkt	abgeschwächt

Wenn die eingangs erwähnte Arbeitshypothese richtig ist, dann müßte eine Zunahme der Zonalzirkulation mit einer Abnahme des meridionalen Austauschs verbunden sein; der Korrelationskoeffizient zwischen den Indizes Z und M müßte also negativ ausfallen. Tatsächlich fand Willett [*11*] zwischen dem Meridionalindex M für 45° Breite und dem Zonalindex Z (35 bis 55° N) eine schwache, aber beständige Korrelation von — 0,30 (am Boden) und nur — 0,18 (in 3 km Höhe). Die Korrelation zwischen M_{45} und der geographischen Breite der maximalen Westdrift (Tabelle 2, Zeilen 3 bis 5) ist noch etwas größer, nämlich — 0,35 im 3 km-Niveau: je weiter das Maximum der troposphärischen Westdrift („planetarische Frontalzone") nach dem Äquator verschoben ist, desto stärker wird der horizontale Meridionalaustausch. Hieraus ergibt sich auch die hohe negative Korrelation von — 0,54 zwischen den Luftdruckmitteln für 70° und 35° Breite. Diese Korrelationen Willetts sind aus je 52 übergreifenden 5 Tage-Mitteln für die sieben Winterhalbjahre 1932 bis 39 errechnet worden; alle Werte (außer dem von — 0,18) werden als signifikant bezeichnet.

In unserem Material korrelieren wir den Zonalindex Z (500 mb, 50 bis 60° N) $= \bar{u}$ mit dem Meridionalindex M (500 mb, 55° N) $= \bar{v}$; hierbei handelt es sich um insgesamt 1095 tägliche Einzelwerte. Dieser Korrelationskoeffizient beträgt $r_{\bar{u}\bar{v}} = +0{,}058$, während der Zufallshöchstwert für 1095 Wertepaare mit 0,109 höher liegt. Zwischen $\bar{u}_{360}$ und $\bar{v}$ besteht also in 500 mb und 55° N-Breite überhaupt kein Zusammenhang; auch das Vorzeichen ist unsicher. Die eingangs erwähnte Modellvorstellung wird von den Beobachtungstatsachen nicht gestützt und muß daher — jedenfalls für subpolare Breiten — zunächst aufgegeben werden; jedoch erfordert die ganze Frage noch eine systematische Prüfung für andere Breiten und Isobarenflächen. Sie hat höchstens regionale, aber keine planetarische Bedeutung.

III. Großwetterlagen Europas im Rahmen der zirkumpolaren Westdrift.

Der Begriff der Großwetterlage [*16*] ist zuerst 1935 von F. Baur verwendet worden und hat sich für regionale Fragen der Mittelfristvorhersage wie der synoptisch-dynamischen Klimatologie [*17*] als nützlich erwiesen. Auch für die Deutung der rezenten Klimaänderungen im Zusammenhang mit Zirkulationsschwankungen wurde er von Hess, Brezowsky [*24*] und Wallén [*25*] mit Erfolg herangezogen. Während des Krieges bewährte sich diese dreidimensionale, auf Europa und die küstennahen Gewässer des Atlantik (bis etwa 15° W) beschränkte Blickweite durchaus. Auf die älteren englischen Arbeiten zur Wetterlagenklassifikation (Abercromby, Gold) sowie auf entsprechende, während des Krieges übernommene amerikanische Versuche (Elliott, Krick) [*26*] soll hier nicht näher eingegangen werden.

Tabelle 3. *Häufigkeitsverteilung von u_{360} bei verschiedenen Gruppen von Großwetterlagen (%).*

Grad/Tag	Zonal	Gemischt	Meridional (N)	Meridional (S)	Blockierung	m/sec
≦ 4,0	1,6	0,6	2,5	1,5	5,1	≦ 3,0
4,1— 6,0	0,8	2,5	5,9	3,7	12,5	3,1— 4,4
6,1— 8,0	3,6	5,9	8,9	6,7	11,1	4,5— 5,9
8,1—10,0	7,9	12,0	11,4	18,0	16,2	6,0— 7,4
10,1—12,0	13,8	15,4	*21,6*	*26,1*	*21,3*	7,5— 8,9
12,1—14,0	15,0	*16,8*	16,7	20,9	18,4	9,0—10,4
14,1—16,0	*22,1*	14,6	16,2	17,2	10,2	10,5—11,9
16,1—18,0	13,4	11,0	10,4	3,7	3,7	12,0—13,3
18,1—20,0	8,7	12,0	3,4	2,2	—	13,4—14,8
20,1—22,0	7,1	5,0	2,0	—	1,5	14,9—16,3
22,1—24,0	4,0	3,1	1,0	—	—	16,4—17,7
≧ 24,1	2,0	0,3	—	—	—	≧ 17,8
N	253	357	203	134	136	
Mittelwerte m/sec	11,0	10,2	9,4	8,7	7,5	

Nachdem die hemisphärisch-dreidimensionale Schau der heutigen Synoptik sich seit 1948 auch in Deutschland voll durchsetzen konnte — SCHERHAG hatte Ende 1948 dem Kissinger „Täglichen Wetterbericht" seine heutige Form gegeben, die nur auf den Pazifik südlich 50° Breite sowie Südasien verzichten mußte — zwangen uns die Erfahrungen zu einer Überprüfung des Begriffs der „Großwetterlage". Die Konstanz der Druckverteilung in der unteren Stratosphäre während einer einheitlichen Großwetterlage gilt nur in Fällen ausgeprägter „Blockierung" [*15*]. Für viele Teile der Nordhalbkugel ist aber die fortdauernde Wanderung von langen Wellen charakteristisch, und quasistationäre Situationen stellen seltene Ausnahmen dar, wie etwa in der Osthälfte Nordamerikas. Daher muß die Frage nach der universellen Gültigkeit des Begriffs der Großwetterlage vom *planetarischen* Gesichtspunkt aus aufgeworfen werden.

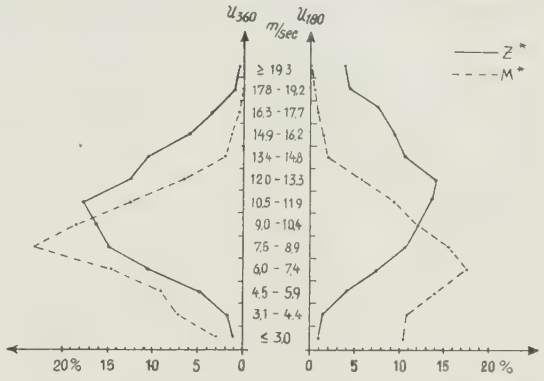


Abb. 1. Häufigkeitsverteilung von $\bar{u}_{180}$ und $\bar{u}_{360}$ innerhalb der Zirkulationstypen Z^* und M^*.

Die Beschränkung auf obige Unterscheidung zonaler und meridionaler Zirkulationstypen (Z^* und M^*) geschieht aus der Erkenntnis, daß in planetarischer Sicht der — für die Deutung der Klimaschwankungen [*27*] und die Langfristprognose überaus wichtigen — Lage der quasistationären Zentren ein nur untergeordneter Rang zukommt. In der Häufigkeitsverteilung der *Zonalströmung* u, die sowohl als $\bar{u}_{360}$ für den gesamten Breitenkreis, wie als $\bar{u}_{180}$ für den amerikanisch-europäischen Sektor (120° W bis 60° E) errechnet wurde (Tabelle 3), unterscheiden sich die beiden Spalten „meridional (N)" und „meridional (S)" für u_{360} kaum merklich, weit unterhalb der Zufallsgrenze. Für $\bar{u}_{360}$ erhalten wir im Z^*-Kollektiv ein Mittel von 10,5 m/sec (Streuung $\sigma = 6{,}1$), im M^*-Kollektiv dagegen von 8,7 m/sec ($\sigma = 5{,}5$), wobei der häufigste Wert noch etwas tiefer liegt (Stufe 7,5 bis 8,9 m/sec). Noch deutlicher wird dieser Unterschied bei u_{180}, wo die Mittelwerte für Z^* 11,7 m sec ($\sigma = 4{,}9$) und für M^* 8,8 m/sec ($\sigma = 5{,}9$) lauten. Hier liegt ein signifikanter Unterschied vor: die Häufigkeitsmaxima fallen im Z^*-Kollektiv auf 12 bis 13 m/sec, im M^*-Kollektiv dagegen auf 6 bis 7 m/sec. Während beim Z^*-Kollektiv nur 26,8% aller Werte unter 10,4 m sec liegen, sind es beim M^*-Kollektiv 80% (vgl. Abb. 1). Damit können die Großwetterlagen Europas in einem statistischen Sinne zur Charakterisierung von u_{180} dienen, während dies für $\bar{u}_{360}$ nur eingeschränkt möglich ist. In beiden Fällen ist die Differenz der entsprechenden Mittelwerte mit 1,8 bzw.

2,9 m/sec wesentlich größer als die dreifache Streuung σ_D dieser Differenz ($\sigma_D = 0{,}37$ bzw. 0,33). Eine weitere Kontrolle mittels des χ^2-Testes liefert für die beiden Kollektive von $\bar{u}_{180}$ ein χ^2/m von 24,3 gegenüber dem Zufallswert von 2,6, bei $\bar{u}_{360}$ von 12,7 gegenüber 2,8; die Unterschiede liegen also weit oberhalb der Zufallsgrenze. Noch eindeutigere Ergebnisse dürfen bei Beschränkung auf $\bar{u}_{120}$ im atlantisch-europäischen Sektor (60° W bis 60° E) erwartet werden.

Aber selbst bei $\bar{u}_{180}$ fallen noch bei jedem Kollektiv 20 bis 25% aller Werte in diejenigen Klassen, in denen das Häufigkeitsmaximum des anderen Kollektivs liegt; für Einzelfälle ist also eine quantitative Angabe nicht möglich. Immerhin besteht die Möglichkeit, auf dieser Grundlage für die Zeit seit 1881 angenäherte Monats- und Jahreszeitmittel von $\bar{u}_{180}$ für 500 mb zu errechnen, wobei jedoch der jahreszeitliche Gang von $\bar{u}_{180}$ berücksichtigt werden muß.

Während so die Zonalkomponenten der Strömung u_{360} sowie $\bar{u}_{180}$ in signifikanter Weise von der Großwetterlage über Europa abhängen, gilt dies überraschenderweise nicht für die *meridionale* Komponente $|\bar{v}|$ (Tabelle 4). Die Häufigkeitsverteilungen von $|\bar{v}|$ und ihre Mittelwerte für die einzelnen Großwettertypen unterscheiden sich praktisch überhaupt nicht, ebensowenig die der beiden Kollektive Z^* und M^*. So finden wir beim Vergleich dieser beiden Kollektive ein χ^2/m von 1,83 gegenüber dem zugehörigen Zufallsgrenzwert von 3,34. Dieses Resultat besagt, daß die — ohne Rücksicht auf das Vorzeichen gemittelte — Summe aller meridionalen Austauschströmungen in 500 mb in globaler Sicht überhaupt nicht von dem Bestehen blockierender Antizyklonen im europäischen Sektor beeinflußt wird.

Tabelle 4. *Häufigkeitsverteilung von $|\bar{v}|$ bei verschiedenen Gruppen von Großwetterlagen (%).*

gpdm	Zonal	Gemischt	Meridional (N)	Meridional (S')	Blokkierung	Zonal + Gemischt Z^*	Meridional + Blokkierung M^*	m/sec
≦ 80	4,0	2,8	3,4	1,5	0,7	3,3	2,1	≦ 5,6
81—100	17,4	12,8	10,8	10,5	11,8	14,8	11,0	5,7— 7,1
101—120	24,9	23,9	27,1	24,6	23,5	24,3	25,4	7,2— 8,6
121—140	*28,0*	*28,2*	*28,1*	*28,4*	*35,4*	*26,4*	*30,3*	8,7—10,0
141—160	17,8	17,9	19,2	23,9	20,6	17,8	20,9	10,1—11,4
161—180	7,1	11,2	10,4	8 9	5,1	9,5	8,4	11,5—12,8
181—200	0,8	4,2	1,0	2,2	2,2	2,8	1,7	12,9—14,2
≧ 201	—	2,0	—	—	0,7	1,1	0,2	≧ 14,3
N	253	357	203	134	136	610	473	N
Mittelwert in gpdm	123	127	128	131	128	125	128	—
Mittelwert in m/sec	8,8	9,1	9,1	9,3	9,1	8,9	9,1	—

Wegen der Bedeutung dieses Resultates müssen wir es an einem besser geeigneten Maß nachprüfen und wählen hierzu den (nahe verwandten) meridionalen Austauschkoeffizienten A_φ. A. WAGNER [*13*] hat für ihn die Formel angegeben

$$A_\varphi = 1{,}374 \cdot 10^7 \frac{\Sigma \varrho \, \Delta p_+}{4 n \sin \varphi},$$

wobei ϱ = Dichte, Δp_+ die Summe aller positiven Druckdifferenzen längs eines Breitenkreises, n die (vollständige) Zahl der Turbulenzelemente (der „langen Wellen") längs des ausgewählten Breitenkreises φ darstellt, über den $\Sigma \varrho \, \Delta p_+$ gebildet wird. Ersetzt man den Druck p durch die Höhenlage einer isobaren Fläche z und drückt den Mittelwert der Dichte ϱ_m durch die Gasgleichung aus, so ergibt sich unter Einsetzung der Zahlenwerte $p = 500$ mb, $T_m = 252°$ K die Formel

$$A_\varphi \, (\varphi = 55°, \; p = 500 \text{ mb}) = 0{,}028 \cdot 10^8 \frac{\Sigma z_+}{n} \; [\text{gr cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}],$$

wobei Σz_+ die Summe aller positiven Höhendifferenzen der isobaren Fläche p längs φ (in *gpdm*) darstellt. Der gleiche Wert Σz_+ war schon für den geostrophischen Meridionalindex $|v| = 2 \Sigma z_+$ benützt worden.

Stellen wir nun die Häufigkeitsverteilung von A_φ für die beiden Kollektive Z^* und M^* zusammen, so schwanken die A_φ-Werte im Extrem zwischen 0,25 und $1{,}6 \cdot 10^8$, aber die Mittelwerte beider Kollektive stimmen mit etwa $0{,}7 \cdot 10^8$ (Tabelle 5) praktisch überein. Wenn auch kleine A_φ-Werte ($< 0{,}56 \cdot 10^8$) beim Z^*-Kollektiv mit 30,8% etwas häufiger sind als beim M^*-Kollektiv (24,1%), so ist doch kein signifikanter Unterschied festzustellen; auf eine Häufigkeitstabelle kann daher verzichtet werden.

Die *europäische Großwetterlage* kann also nicht als repräsentativ für den troposphärischen *Meridionalaustausch* der *Nordhalbkugel* betrachtet werden. Wohl aber repräsentiert sie in gewissem Umfang die Intensität der Westdrift höherer Breiten. Eine zahlenmäßige *Unterscheidung diskreter Zirkulationstypen* Z^* (high index) und M^* (low index) erscheint nach diesen Daten *unmöglich*, da der *meridionale Austausch im 500 mb-Niveau*, das als repräsentativ für die mittlere Troposphäre (300 bis 700 mb) gelten muß, praktisch *identisch* ist. Der Begriff der Großwetterlage hat nur in regionaler, nicht in globaler Sicht einen Sinn. Anstatt plötzlicher Übergänge von einem Typ zum anderen finden wir bei zahlenmäßiger Betrachtung eine kontinuierliche Folge von Zwischenstufen, und eine Aufgliederung des Gesamtkollektivs in deutlich getrennte Unterkollektive ist nicht nachweisbar.

Die Größenordnung von A_φ ist dieselbe wie bei den älteren Arbeiten von DEFANT [*3*] und LETTAU [*22*], die sich auf Bodenwerte beziehen. Auch hier ist der meridionale Austauschkoeffizient im Winter um etwa 60% höher als im Sommer; der Mittelwert entspricht fast genau dem Ergebnis LETTAUS für 1932/33 und den Luftdruck im Meeresniveau, sowie in sehr guter Näherung allen übrigen Untersuchungen.

Tabelle 5. *Mittelwerte für Großwettertypen und Jahreszeiten.*

Klasse	Großwetterlagen	$\bar{u}_{360}$	$\bar{u}_{180}$	$\lvert\bar{v}\rvert$	n'	$\bar{S}$	A_φ
I	Zonale Lagen	11,0	12,3	8,9 m/sec	5,4	50,0%	.
II	Gemischte Lagen	10,2	11,3	9,1	5,2	50,3	.
IIIa	Meridionale Lagen (N) ..	9,4	8,9	9,1	5,2	51,1	.
IIIb	Meridionale Lagen (S) ..	8,7	8,7	9,3	5,4	51,4	.
IV	Blockierende Lagen	7,5	8,7	9,1	5,2	51,1	.
Z^*	Zonal-Kollektiv (I + II)	10,5	11,7	9,0	5,3	50,1	$0{,}70 \cdot 10^8$
M^*	Meridional-Kollektiv (III + IV)	8,6	8,8	9,1	5,3	51,2	0,69
Frühjahr (März—Mai)		9,0	9,3	9,0	5,3	50,8	0,70
Sommer (Juni—August)		7,5	8,3	7,7	5,7	51,5	0,53
Herbst (Sept.—Nov.)		10,4	10,7	9,4	5,2	51,4	0,72
Winter (Dez.—Februar)		10,4	11,6	10,3	4,9	49,5	0,83
Jahr		9,7	10,4	9,1 m/sec	5,3	50,8%	$0{,}70 \cdot 10^8$

Tabelle 5 faßt die Mittelwerte für $\bar{u}_{360}$, $\bar{u}_{180}$, $|\bar{v}|$ und den meridionalen Austauschkoeffizienten A_φ mit den noch zu besprechenden Daten für die mittlere Schiefe $\bar{S}$ und die bereinigte Wellenzahl n' für die Gruppen der Großwetterlagen und Zirkulationstypen des europäischen Sektors zusammen; die Zahlen sprechen für sich selbst.

IV. Einfluß der langen Wellen.

Die Abhängigkeit der Zonalkomponente $\bar{u}_{180}$ bzw. $\bar{u}_{360}$ von dem Zirkulationstyp über Europa, dargestellt durch die Großwetterlage, wird noch erweitert durch Einführung der Zahl der „langen Wellen", also der Rossby-Wellen des 500 mb-Niveaus. Hierbei wurden, entsprechend dem Vorgehen von Essenwanger [*20*], die ganz flachen Wellen mit einer Amplitude von < 4 gpdm fortgelassen, so daß für jeden Tag eine „bereinigte Wellenzahl" n' ($n' \leqq n$) für den Gesamtumfang $2\pi = 360°$ festliegt. Ordnet man in den beiden Kollektiven Z^* und M^* die Werte $\bar{u}_{180}$ und u_{360} nach den Klassen von n', wobei wegen der Kleinheit der Randkollektive für $n' = 3$ bzw. 8 die Randklassen zusammengefaßt wurden, dann erhält man unter Beschränkung auf Mittelwerte Tabelle 6. Es ergibt sich ein deutlicher Abfall von $\bar{u}_{180}$ wie $\bar{u}_{360}$ nach hohen Werten von n' hin, aber nur für das Z^*-Kollektiv, während beim M^*-Kollektiv kein Zusammenhang erkennbar ist. Auch hier ist z. B. beim Z^*-Kollektiv von $\bar{u}_{360}$ der Häufigkeitsunterschied für $n' = 3 + 4$ und $n' = 6$ statistisch signifikant, denn einem χ^2/m von 10,6 steht ein Zufallsgrenzwert von nur 2,95 gegenüber. Bei *zonalen* Zirkulationstypen nimmt also die *Zonalgeschwindigkeit $\bar{u}$ mit der Wellenzahl ab*, ein Ergebnis, das nicht von vornherein zu erwarten war. Bei gleicher Wellenzahl ist $\bar{u}_{180}$ beim M^*-Kollektiv je 3 bis 4 m/sec kleiner als beim Z^*-Kollektiv. Bei M^* fallen zufällig die höchsten Geschwindigkeiten von $\bar{u}_{180}$ und $\bar{u}_{360}$ in die Klasse mit der Wellenzahl $n' = 5$. Die mittlere Wellenzahl ist für beide Kollektive

dieselbe: $\bar{n}' = 5{,}3$; die Mitteilung der Häufigkeitsauszählungen erscheint beim Fehlen signifikanter Unterschiede überflüssig. Berechnet man den Meridionalindex $|\bar{v}|$ als Funktion der Wellenzahl, so ergibt sich eine immerhin beachtliche Abhängigkeit (Tabelle 6 unten): bei den Wellenzahlen $n' = 7$ und 8, also bei den kürzesten ROSSBY-Wellen, ist die Meridionalkomponente der Strömung mit 8,6 m/sec etwas kleiner als der Durchschnitt von 9,1. Der Prozentsatz der kleinen Werte ($|v| < 8{,}5$ m/sec) nimmt deutlich mit wachsender Wellenzahl zu und ebenso der Mittelwert ab. Der Unterschied der Häufigkeitsverteilungen der Randkollektive übersteigt allerdings nach dem χ^2-Test nicht ganz die Zufallsgrenze.

Tabelle 6. *Zirkulationsindizes als Funktion der bereinigten Wellenzahl n'.*

$n' =$		3 + 4	5	6	7 + 8	Mittel	
Z^*	$\bar{u}_{180}$	13,9	12,4	10,7	10,4	11,7	m/sec
	$\bar{u}_{360}$	11,5	10,9	9,0	9,3	10,5	m/sec
	Häufigkeit	126	236	178	70	610	Fälle
M^*	$\bar{u}_{180}$	8,5	9,6	8,1	7,8	8,8	m/sec
	$\bar{u}_{360}$	8,6	8,9	8,2	8,4	8,6	m/sec
	Häufigkeit	104	159	150	60	473	Fälle
$Z^* + M^*$	$\lvert\bar{v}\rvert$	9,3	9,2	8,8	8,6	9,1	m/sec
	Rel. Häufigkeit $\lvert\bar{v}\rvert < 8{,}5$ m/sec	36,0	39,4	41,6	52,2	40,9%	

Definiert man analog ESSENWANGER [*20*] eine mittlere Schiefe $\bar{S}$ aller langen Wellen für einen Breitenkreis, dann ist $\bar{S}$ gleich der Summe aller Abstände L_W von der Trogachse zum nachlaufenden Rücken, in % des Breitenkreisumfanges. Zwischen $\bar{u}_{360}$ und $\bar{S}$ besteht kein feststellbarer Zusammenhang, so daß auf die zugehörige Tabelle verzichtet werden kann. Ordnet man den Meridionalindex $|v|$ nach der mittleren Schiefe $\bar{S}$, so ergibt sich ebensowenig ein greifbarer Zusammenhang. Nur bei den schwach besetzten extremen Klassen von $\bar{S}$ scheint eine gegensätzliche, statistisch jedoch nicht gesicherte Tendenz aufzutreten: unternormaler Meridionalindex bei Rechtsschiefe, übernormaler Index bei Linksschiefe.

Anders bei der Ordnung von $\bar{S}$ nach Großwettertypen (Abb. 2); hierbei wollen wir an Stelle von $\bar{S}$ einen Wert $\bar{S}'$ zugrundelegen, der analog n' nur die größeren Wellen berücksichtigt, während bei den kleinen durch unkontrollierbare Zeichenfehler leicht eine Fälschung unterlaufen kann. Wenn auch die Hauptbereiche von S' zwischen 45 und 55% bei allen Klassen gleich gut besetzt sind, finden wir bei den blockierenden Lagen und bei den meridionalen Lagen mit N-Komponente ein deutliches sekundäres Maximum nahe 30%, gleichbedeutend mit Trögen mit schmaler, aber intensiver Rückseite und breiter Vorderseite, so daß also die N-Komponente jeweils nur rund 30% des gesamten Breitenkreises einnimmt. Von den 72 Fällen (= 6,6% der Gesamtzahl) mit $\bar{S}' \leq 33\%$ gehören 55 zum M^*-Kollektiv und nur 17 zum Z^*-Kollektiv, gegenüber einer

mathematischen Erwartung von 32 bzw. 40 bei gleichartiger Verteilung beider Kollektive (Abb. 2). Der χ^2-Test erweist (mit $\chi^2/m = 5{,}43$ gegenüber 3,12) diesen Verteilungsunterschied als überzufällig. Eine Blockierung über Nordeuropa oder dem Seegebiet zwischen Island und Norwegen (20° W bis 30° E), wie sie den Klassen IIIa und IV der Großwetterlagen eigen ist, ist also verknüpft mit einer ausgeprägten Rechtsschiefe (nach Osten vorwärts geneigt) der langen Wellen im planetarischen Mittel. Es ist weiterhin auffallend, daß eine ähnliche große Linksschiefe überhaupt nicht vorkommt; der höchste $\overline{S'}$-Wert liegt bei 65%, während das Minimum bis nahe 20% absinkt. Hier spaltet sich offenbar ein spezielles Kollektiv von Tagen mit extremer planetarischer Rechtsschiefe aller langen Wellen ab, das einer näheren Untersuchung wert wäre.

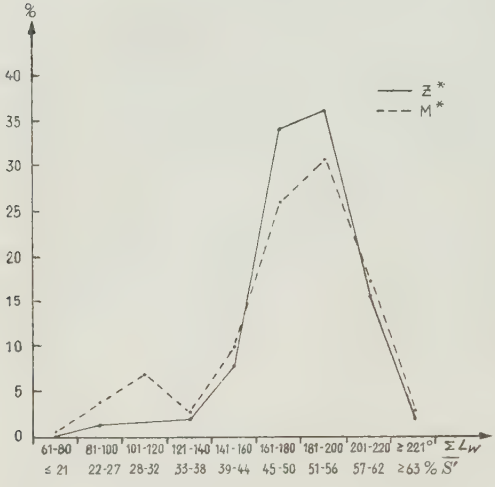


Abb. 2. Häufigkeitsverteilung von $\overline{S'}$ innerhalb der Zirkulationstypen Z^* und M^*.

V. Schlußbetrachtungen.

Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit lassen sich kurz folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Großwetterlagen über Europa sind in gewissem Umfang repräsentativ für die Stärke der Zonalströmung, besonders im europäisch-atlantischen Sektor der Nordhalbkugel, aber nicht für die des Meridionalaustausches.

2. Die Aufstellung von Welt-Großwetterlagen bzw. Weltwetterlagen erscheint vom Gesichtspunkt der planetarischen Zirkulation aus undurchführbar; der stets etwas subjektiv gefärbte Begriff der Großwetterlage hat nur Sinn in Räumen mit häufiger Blockierung der Westdrift.

3. Die Korrelation zwischen der Intensität der planetarischen Zonalströmung und dem Meridionalaustausch ist im 500 mb-Niveau schwach und merklich lockerer als (nach Willett) am Boden.

4. Eine Unterscheidung von diskreten Zirkulationstypen (low- und high-index) im Sinne einer grundsätzlichen Änderung des planetarischen Austausch-Mechanismus bei wachsender Zonalzirkulation ist durch das Beobachtungsmaterial nicht begründet; vielmehr existieren kontinuierliche Übergänge.

Bei der grundsätzlichen Bedeutung, die der Mechanismus der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre für die Weiterentwicklung der

Mittel- und Langfristvorhersage besitzt, sind jedoch noch weitere Untersuchungen nötig. Hierbei wird der meridionale Impuls- und Energieaustausch in Abhängigkeit von charakteristischen synoptischen Situationen betrachtet werden müssen.

Vor kurzem hat R. W. James [*28*] die Frage gestellt, ob nicht das ganze Problem des meridionalen Impulsaustausches sinnlos sei. Dieser Angriff zielt über den Impulsaustausch hinaus auf das allgemeine Problem des planetarischen Großaustausches, wobei James offenbar die atmosphärische Zirkulation als quasistationär ansehen möchte. Die Feststellung: „Wenn die globale Strömung keine andere physikalische Bedeutung hat als die eines zeitlichen Mittelwerts über die Bewegungen der Atmosphäre, dann benötigen wir sicher überhaupt keinen Versuch zu ihrer Erklärung", bedeutet aber einen untragbaren Verzicht auf jede physikalische Interpretation klimatologischer Tatsachen. Nach dieser überspitzten Behauptung, der das angesehene „Journal of Meteorology" Raum gibt, wäre A. Defants klassische Arbeit von 1921 [*3*] ebenso überflüssig gewesen wie diejenigen von Hadley und Ferrel. Wenn man die allgemeine atmosphärische Zirkulation definiert [*29*] als die Summe aller großräumigen Strömungen und Wettervorgänge — dies verlangt eine Kombination von aerologischer Klimatologie und Synoptik —, dann kann man an dem turbulenten Charakter dieser Vorgänge nicht vorbeigehen. Als Voraussetzung zu einem wirklichen Verständnis benötigen wir eine quantitative Messung dieser Großturbulenz der Atmosphäre; hierzu reicht ein Index, wie der vielgebrauchte Zonalindex, keinesfalls aus. Sowohl für die Langfristprognose wie auch für das damit engstens verbundene Gebiet der Klimaschwankungen — deren Theorie Defant mit seiner Abhandlung [*3*] begründet hat — müssen wir der Atmosphäre gewissermaßen den Puls fühlen. Dies ist für den an die Erde gebundenen Meteorologen schwieriger und zeitraubender als die Beobachtung der entsprechenden Großturbulenz etwa auf dem Jupiter für den Astronomen, dem eine Photographie täglich eine in erster Näherung ausreichende Beobachtungsgrundlage liefert. In dieser globalen Art der Betrachtung verlieren regional begrenzte Gedankenschemata ihren Sinn.

Literatur.

1. Starr, V. P.: The physical basis for the general circulation. Compendium of Meteorology 541—550 (1951).
2. Flohn, H.: Die Revision der Lehre vom Passatkreislauf. Meteorol. Rundsch. **6**, 1—6 (1953).
3. Defant, A.: Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. Geograf. Ann. **3**, 209—266 (1921).
4. Jeffreys, H.: On the dynamics of geostrophic winds. Quart. J. Roy. Met. Soc. **52**, 85—104 (1926).
5. Starr, V. P. and R. M. White: A hemispherical study of the atmospheric angular-momentum balance. Quart. J. Roy. Met. Soc. **77**, 215—225 (1951); **78**, 62—69 (1952); Tellus **4**, 332—333 (1952).
6. Starr, V. P. and R. M. White: Meridional flux of angular momentum in the tropics. Tellus **4**, 118—125 (1952).

7. Bjerknes, J.: The flux of angular momentum and heat in the general circulation. (Vortragsreferat Toronto Sept. 1953). Bull. Am. Met. Soc. **34**, 267 (1953).
8. Mintz, Y.: The geostrophic poleward flux of momentum in the month of January 1949. Tellus **3**, 195—200 (1951).
9. Faust, H.: Die Nullschicht, der Sitz des troposphärischen Windmaximums. Meteorol. Rundsch. **6**, 6—15 (1953).
10. Baur, F.: Mitteleuropäischer Witterungsbericht 1937, 1938. Ann. Hydr. **66**, 378—382 (1938), sowie Compendium of Meteorology 814—833 (1951).
11. Willett, H. C.: Patterns of World Weather Changes. Transact. Am. Geophys. Un. **29**, 803—809 (1948).
12. Namias, J. and Ph. F. Clapp: Observational studies of general circulation patterns. Compendium of Meteorology 551—567 (1951).
13. Wagner, A.: Zur Bestimmung der Intensität der allgemeinen Zirkulation. Ann. Hydr. **66**, 161—172 (1938); vgl. a. a. O. 569—570.
14. Baur, F.: Die Formen der atmosphärischen Zirkulation in der gemäßigten Zone. Gerl. Beitr. Geophys. **34**, 264—309 (1931).
15. Rex, D. F.: Blocking Action in the middle troposphere and its effect upon regional climate. Tellus **2**, 196—211, 275—301 (1950); **3**, 3—16 (1951).
16. Baur, F.: Einführung in die Großwetterkunde. Wiesbaden 1948, 165 S.
17. Flohn, H.: Witterung und Klima in Mitteleuropa. 2. Aufl. Forsch. z. Dt. Landeskunde 78 (1954), sowie Meteorol. Rundsch. **2**, 258—263 (1949) und Geofisica pura e applicata **13**, 167—188 (1948).
18. Brezowsky, H., H. Flohn and P. Hess: Some remarks on the climatology of blocking action. Tellus **3**, 191—194 (1951).
19. Bullig, H. J.: Ergebnisse zum Thema: Großräumige Witterungszusammenhänge. Ann. Meteorol. **1948**, 263—268.
20. Essenwanger, O.: Statistische Untersuchungen über die Zirkulation der Westdrift in 55° Breite. Ber. Dt. Wetterdienst 7 (1953); vgl. auch Ann. Meteorol. **5**, 328—333 (1952).
21. Hess, P. und H. Brezowsky: Katalog der Großwetterlagen Europas. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone Nr. 33 (1952); Fortsetzung in „Großwetterlagen Mitteleuropas" 1951f.
22. Lettau, H.: Luftmassen- und Energieaustausch zwischen niederen und höheren Breiten der Nordhalbkugel während des Polarjahrs 1932/33. Beitr. Phys. fr. Atmosph. **23**, 45—84 (1936).
23. Vowinckel, E.: Berechnungen des Austauschkoeffizienten auf der Südhalbkugel. Notos (Pretoria) **1**, 128—136 (1952).
24. Hess, P. und H. Brezowsky: Der Katalog der Großwetterlagen Europas. Einführung und erste Zirkulationsuntersuchungen. Säkulare Schwankungen der Zirkulation. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone Nr. 35, 42—56 (1952).
25. Wallén, C. C.: The variability of summer-temperature in Sweden and its connection with changes in the general circulation. Tellus **5**, 157—178 (1953).
26. Elliott, R. D.: Extended-range forecasting by weather types. Compendium of Meteorology 834—840 (1951).
27. Flohn, H.: Hochgebirge und allgemeine Zirkulation. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone Nr. 31, 17—23 (1951).
28. James, R. W.: The earth's angular momentum balances, a nonsense problem? J. Meteorol. **10**, 393—397 (1953).
29. Flohn, H.: Probleme der großräumigen Synoptik. Ber. Dt. Wetterdienst US-Zone Nr. 35, 12—23 (1952).

551.511

(Swedish Meteorological and Hydrological Institute, Stockholm.)

Meridional Heat Transport on a Part of the Northern Hemisphere in November 1947, July 1949, and February 1950.

By

Alf Nyberg.

With 6 Figures.

Summary. Horizontal flux of enthalpy and latent heat has been computed from synoptic maps over a large part of the northern hemisphere for several isobaric levels during 3 months. The flux of enthalpy and also the flux of latent heat is lowest in July and 3 to 4 times larger in winter. The flux is largest at 850 mb. The large scale eddy conductivity for the enthalpy increases with the horizontal meridional temperature gradient showing that the atmospheric energy exchange processes become more effective when the gradients are strong. From the convergence of the flux values the mean heating of an air column has been computed. This heating has a winter maximum of about 1° C/24 hrs at latitude 60°–70° N. The values for the polar region are considerably lower, indicating a considerable mean descending motion in the region. The correlation between flux or convergence of flux and circulation indices is found to be rather small. There is even a negative correlation between convergence of enthalpy and the zonal index.

Zusammenfassung. Der horizontale Transport von Enthalpie und latenter Wärme wurde auf Grund von Wetterkarten für verschiedene Druckniveaus über einem großen Teil der nördlichen Hemisphäre für drei verschiedene Monate berechnet. Sowohl der Enthalpie- wie der latente Wärmestrom ist am geringsten im Juli und drei- bis viermal größer im Winter; am größten ist er bei 850 mb. Der Großaustauschkoeffizient der Enthalpie nimmt mit dem horizontalen meridionalen Temperaturgradienten zu, was sich durch die Steigerung der atmosphärischen Energieaustauschprozesse bei Verstärkung des Gradienten erklärt. Aus der Strömungskonvergenz wurde die durchschnittliche Erwärmung einer Luftsäule berechnet. Diese Erwärmung zeigt ein Maximum von zirka 1° C/24 Stunden im Winter in einer Breite von 60 bis 70° N. Die Werte für das Polargebiet sind beträchtlich niedriger und lassen eine merkliche absinkende Strömung erkennen. Die Korrelation

zwischen Strömung oder Strömungskonvergenz und Zirkulationsgrößen hat sich als eher niedrig erwiesen. Die Korrelation zwischen der Konvergenz der Enthalpie und dem Zonalindex ist sogar negativ.

Résumé. Le flux horizontal d'enthalpie et de chaleur latente a été calculé à partir de cartes synoptiques couvrant une grande partie de l'hémisphère nord et cela pendant 3 mois pour plusieurs niveaux isobariques. Le flux d'enthalpie ainsi que celui de chaleur latente est à son minimum en juillet et est 3 à 4 fois plus grand en hiver. Le flux le plus important se trouve au niveau de 850 mb. Le coefficient de la conductivité turbulente de l'enthalpie à grande échelle croît avec le gradient horizontal méridional de température, et montre ainsi que les processus de l'échange d'énergie atmosphérique augmentent avec la force du gradient. L'auteur a calculé le réchauffement moyen d'une colonne d'air en partant de la convergence des valeurs du flux. Ce réchauffement atteint un maximum hivernal d'environ 1° C/24 h à 60°–70° de latitude N. Les valeurs des régions polaires sont notablement plus petites et laissent reconnaître un mouvement descendant considérable dans cette région. La corrélation entre le courant ou la convergence de flux et les valeurs de la circulation s'est avérée plutôt petite. Il y a même une corrélation négative entre la convergence de l'enthalpie et l'index zonal.

Introduction.

The general atmospheric circulation is at present studied by many research workers throughout the world. Most studies are primarily concerned with the flux of angular momentum and from these investigations conclusions have been drawn as to the rôle of vertical and horizontal cells in the meridional exchange of angular momentum. The results by STARR (1948) and collaborators indicate that a very large part of the exchange takes place through horizontal large scale eddies. PRIESTLEY (1951) and PALMÉN and ALAKA (1953) have supported the idea that in the equatorial region the vertical cell is also of considerable importance.

This paper will deal with the meridional flux of energy. The flux through an area with unit length and height dz consists of several parts.

1. The enthalpy or "sensible heat" transport is $\varrho\, c_p\, V\, T\, dz$, where ϱ is the density; c_p the specific heat at constant pressure; V the meridional component of the wind, positive when southerly, and T the absolute temperature.

2. The latent heat transport is $\varrho\, V\, L\, X\, dz$ where L is the latent heat coefficient and X the mixing ratio.

3. The kinetic energy transport is $\varrho \frac{U^2}{2} V\, dz$, where U is the zonal component of the wind, positive when westerly.

4. The potential energy transport is $\varrho\, \Phi\, V\, dz$, where Φ is the geopotential of the air.

If we integrate over a latitude circle the total flux $\Pi\, dz$ becomes $\Pi\, dz = \int_0^{2\pi} \varrho\, V \left(c_p\, T + L\, X + \frac{U^2}{2} + \Phi\right) R \cos\varphi\, dz\, d\lambda$ where R is the radius of the earth, φ the latitude and λ the longitude. When the wind

is geostrophic the last term vanishes. $\int_0^{2\pi} \frac{\varrho\, V\, U^2\, R\cos\varphi}{2}\, d\lambda$ may be neglected because the correlation between V and U^2 is very small. Since $\varrho\, dz = -\frac{dp}{g}$ the total geostrophic flux $\overline{III}_g\, dp$ may be written $\overline{III}_g\, dp = -\int_0^{2\pi} (V_g\, c_p\, T + L\, V_g\, X)\, \frac{R\cos\varphi}{g}\, dp\, d\lambda$. Here V_g is the geostrophic wind. We obtain $\overline{III}_g\, dp = -\frac{2\pi R\cos\varphi}{g}\, (c_p\, \overline{V_g\, T}^{\lambda} + \overline{L\, V_g\, X}^{\lambda})\, dp$ where $\overline{V_g\, T}^{\lambda}$ and $\overline{V_g\, X}^{\lambda}$ are mean values over the latitude circle. This may now be integrated from the surface of the earth, where the pressure is p_0, to the top of the atmosphere.

$$\int_{p_0}^{0} \overline{III}_g\, dp = \frac{2\pi R\cos\varphi}{g}\left[\int_0^{p_0} c_p\, \overline{V_g\, T}^{\lambda}\, dp + \int_0^{p_0} L\, \overline{V_g\, X}^{\lambda}\, dp\right].$$

The total energy flux is the sum of three terms, namely $\int_0^{p_0} \overline{III}_g\, dp$, the non-geostrophic flux and the transport by ocean currents.

An early attempt to estimate the flux of enthalpy was made by Defant (1921). Defant started from the concept of "*Austausch*" or large scale eddy conductivity, A, and computed the value of A directly from the definition $A = \frac{\Sigma\, m \cdot k}{f \cdot t}$ where m is the mass of a particle and k the distance from the surface f of the origin of the particles passing f during the time t. The enthalpy flux through a surface of unit length and unit height is $A\, \frac{\partial T}{R\, \partial\varphi}$.

Using rough estimates of $\frac{\partial T}{R\, \partial\varphi}$ and A, Defant found a maximum heat transport sufficient to heat the air in the zone between 40° N and 45° N at a rate of approximately 1.5° C/24 hrs. The values of A were found to be $10^7 < A < 5 \cdot 10^8$ cgs.

Ångström (1925) pointed out the effect of the ocean currents and also used the latent heat in computations of A. The value obtained for middle latitudes was $3.5 \cdot 10^7$ cgs.

Priestley (1949) computed the local flux,

$$\frac{c_p}{g}\int_0^{p_0} \overline{V\, T}^{t}\, dp + \frac{L}{g}\int_0^{p_0} \overline{V\, X}^{t}\, dp,$$

averaging over time periods t of two months.

Then $\overline{V\, T}^{t} = \overline{V}^{t}\overline{T}^{t} + \overline{V'\, T'}^{t}$. The first term on the right gives the local advective flux due to the mean wind $\overline{V}$ whereas the second term

gives the (time) eddy flux. Computing $\overline{\overline{V\,T}^{t}}^{\lambda}$ i. e. the space mean value of the local time mean values we find $\overline{\overline{V\,T}^{t}}^{\lambda} = \overline{\overline{V}^{t}\overline{T}^{t}}^{\lambda} + \overline{\overline{V'\,T'}^{t}}^{\lambda}$. The first term on the right gives the space correlation between local mean wind and local mean temperature. This can of course not be derived from observations at one station. PRIESTLEY computed only the term $\overline{V'\,T'}^{t}$ for the station Larkhill located at 51° 11′ N in Southern England. NYBERG and SCHMACKE (1951) made similar computations for the station Bromma located near Stockholm at a latitude of 59° 21′ N. Assuming that the local eddy flux $\overline{V'\,T'}^{t}$ for these stations was approximately equal to the mean eddy flux for the latitude $\overline{\overline{V'\,T'}^{t}}^{\lambda}$, the heat gain between 51° 11′ N and 59° 21′ N, was then computed by the latter authors. The increase of temperature due to eddy flux of enthalpy and latent heat in this latitude belt was under these assumptions found to be about 0.3° C/24 hrs and north of this belt 0.5° C/24 hrs in January and 0.2° C/24 hrs in July.

Such a method is of course not a very exact one, and the computations should be based on hemispherical observations. WHITE (1951 a) used direct wind and temperature observations from a series of stations in North America from the surface to 100 mb and also, WHITE (1951 b) made a first computation of the meridional enthalpy flux based on synoptic charts, for the layer from the surface to 500 mb for the winter 1945–1946. He obtained divergence i. e. heat loss from 35° N to 55° N and convergence i. e. heat gain north of 55° N. The maximum value of $\frac{\partial T}{\partial t}$ computed from WHITE's data is at the zone 55–65° N (see Table III).

Synoptic investigations of this kind are rather large projects, and it has been possible to carry them through for a moderate time period at some of the larger universities in the U. S. A. as special projects sponsored by military agencies. In the Swedish Meteorological and Hydrological Institute studies of the same type were started by the author in 1947 but in spite of hard work by clerks and research assistants it has not been possible to finish the work until now. A full report giving a description in more detail of the technique used will be published by NYBERG, DUVEDAL and FRYKLUND (1954).

Data.

Assuming geostrophic winds, $\int_0^{2\pi} R \cos\varphi \; V_g \, dp \, d\lambda = 0$, and the net mass transport across any latitude circle vanishes at every level. However, the data available to us did not permit an analysis over the whole hemisphere. We therefore selected for each day a portion of each latitude circle between the longitudes λ_1, and λ_2 such that $\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} R \cos\varphi \; V_g \, dp \, d\lambda = 0$,

which condition is fullfilled when the value of the geopotential in λ_1 equals the geopotential in λ_2. The total flux $F_{2\pi}$ across the latitude circle was then derived from the computed flux values $F_{\lambda_1 - \lambda_2}$ by assuming that $F_{2\pi} = \frac{2\pi}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot F_{\lambda_1 - \lambda_2}$. $\lambda_1 - \lambda_2$ varies from day to day. Its mean value for November 1947 was about $\frac{3\pi}{2}$, the westernmost points being approximately at the Rocky Mountains and the easternmost points normally in eastern Siberia. Larger values of $\lambda_1 - \lambda_2$ could be used for the following months and during February 1950 it was even possible to use the entire latitude circle sometimes at 60° N and 70° N.

As the zonal belts are open in the western and eastern parts when $\lambda_1 - \lambda_2 < 2\pi$ one may ask whether there is a net gain of heat by different advection in the belts at the western and eastern boundary. A computation shows that this effect does not amount to 1‰ of the meridional transport and it has therefore been neglected. A much greater effect may arise because when analyzing upper charts use is made of the measured winds under the assumption that they are geostrophic winds, which certainly is not always the case. It is, however, not easy to find a method for estimating this effect.

If there is a mean nongeostrophic transport, for example, of opposite sign in the lower and upper layers, this may have a considerable effect on the net transport, but it is not feasible to measure such winds directly, at least in higher altitudes.

The values $\overline{\overline{V_g T}^t}^\lambda$ and $\overline{\overline{V_g X}^t}^\lambda$ have been computed for the months, latitude circles and levels shown in Table I. T stands for sensible heat transport and X for latent heat transport.

Table I.

Pressure level	1000	850	700	500	300	200	100	Latitude circles
Nov. 1947	TX	TX	TX	TX	—	—	—	40, 50, 60
July 1949	TX	TX	TX	TX	T	T	—	40, 50, 60, 70
Febr. 1950	TX	TX	TX	TX	T	T	T	40, 50, 60, 70

Flux Values.

The values of $\overline{\overline{V_g T}^t}^\lambda$ and $\overline{\overline{V_g X}^t}^\lambda$ for the months and levels shown in Table I are given in Fig. 1 to 3. The transport of enthalpy is lowest in summer. Whereas in July the value in the mid troposphere is about $5 \cdot 10^2$ ° A cm/sec at 50° and 60° N, the corresponding values in November and February are about 3 and 4 times as large. At the tropopause-level there is a rapid decrease of the transport especially in February. In some levels there is a negative transport. This may occur where the horizontal meridional temperature gradient is reversed i. e. where it is

warmer in the north than in the south as at the 100-mb level at latitude 40° N in February. However, it seems that in some cases the flux is against the mean temperature gradient. The value of A_T is then negative. This occurs at the tropopause level or in the sub stratosphere. The phenomenon may be due to vertical motion which has a large effect on the temperature in the stable stratosphere. Southerly winds ascend in the substratosphere, between latitude 60° and 70° N. They are therefore cold whereas the northerly winds near latitude 70° N descend and get warm.

In February we find a large flux towards the north at the 100-mb level at latitude 60° N in connection with the very cold polar stratosphere at that time of the year.

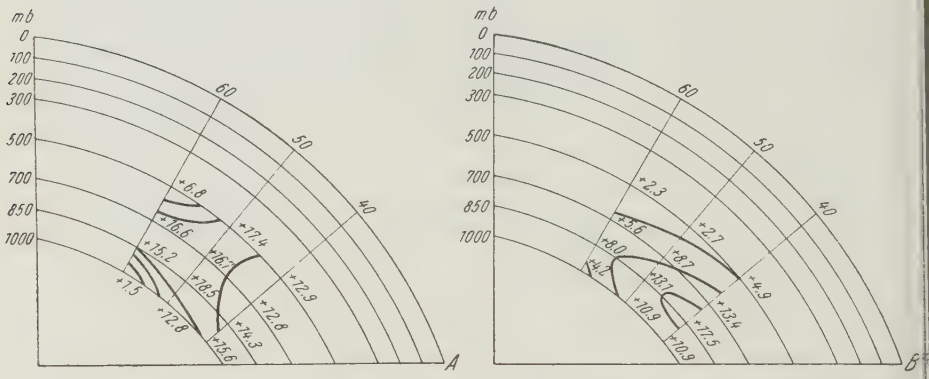


Fig. 1. Mean flux values in 10^2 °A cm/sec of enthalpy (A) and latent heat (B) in November 1947 for different latitudes and levels.

The flux of latent heat has a minimum in the summer, too, although the yearly variation of the latent heat flux is smaller than that of the enthalpy flux. The latent heat flux values in the lowest troposphere in July are almost as large as the enthalpy flux values, i. e., about $5 \cdot 10^2$ ° A cm/sec at 50° and 60° N. The maximum latent heat flux values are found in November when they are about 3 times larger than the same values for July. The February values are somewhat smaller than the November values. This is a result of the lower temperatures (and therefore, in general, lower mixing ratios) in February as compared to November.

The maximum values occur at the 850-mb level or, in February, at the surface of the earth. The flux of latent heat decreases rapidly with height, as the temperature decreases, and the flux above 500 mb has been neglected. The latent heat flux decreases normally with latitude and at 70° N is about $^1/_3$ or $^1/_4$ of the flux at 40° N. There are a few exceptions to this rule. In the mid troposphere the flux is everywhere northward. In February there is a maximum flux at 50° N in the lowest

layers and in July also a maximum flux at 50° N. The enthalpy flux is dominating in all three months in regions where the temperature is low, i. e. at 500 mb and higher and also in high latitudes at all levels.

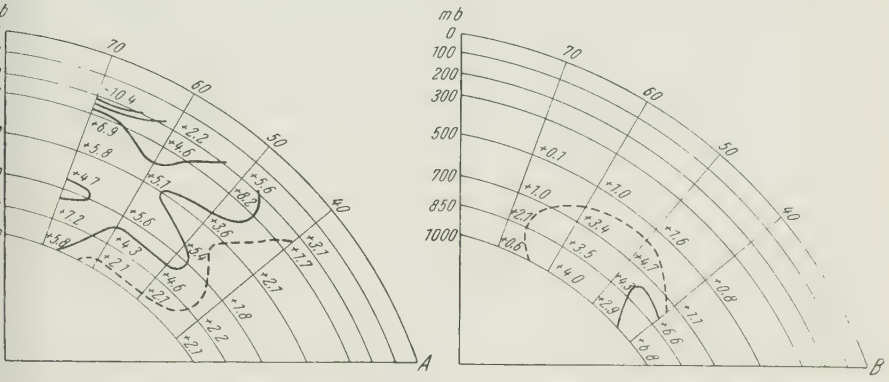


Fig. 2. Mean flux values in 10^2 ° A cm/sec of enthalpy (A) and latent heat (B) in July 1949 for different latitudes and levels.

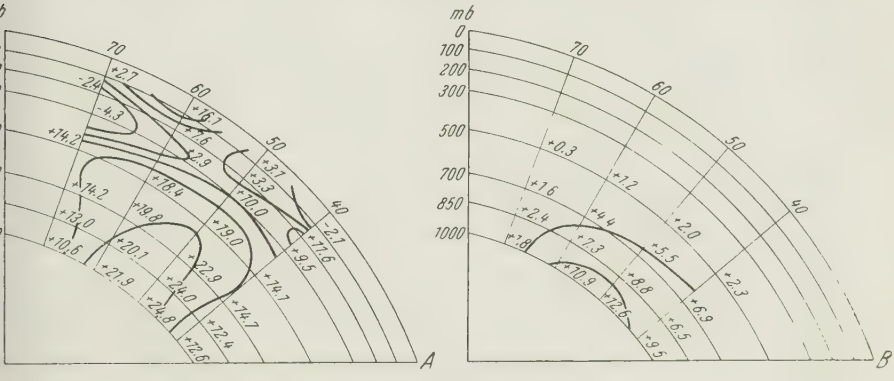


Fig. 3. Mean flux values in 10^2 ° A cm/sec of enthalpy (A) and latent heat (B) in February 1950 for different latitudes and levels.

The latent heat flux is larger than the enthalpy flux only in the lowest layers in July at 40° N, and at the 850-mb and the 700-mb levels in November at 40° N.

Values of the Eddy Conductivity.

From the flux values and the values of the meridional gradients of temperature and mixing ratio, which have been computed from the charts, values of the "*Großaustausch*" or the large scale eddy conductivity A have been computed. We have by definition

$$c_p \varrho V_g T = A_T \frac{\partial T}{R \partial \varphi} \text{ and } \overline{\varrho L V_g X} = A_X \frac{\partial X}{R \partial \varphi}.$$

Table II.

$K \cdot 10^{10}$ for *1* enthalpy and *2* latent heat.

A. November 1947.

Mb	40° N		50° N		60° N	
	1	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*
500	2.4	3.8	3.2	3.4	1.3	2.9
700	2.2	4.5	2.8	4.1	3.2	3.8
850	2.1	4.8	3.2	4.1	3.9	3.8
1000	1.8	2.5	2.0	2.4	0.3	1.4

B. July 1949.

Mb	40° N		50° N		60° N		70° N	
	1	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*
200	1.9		1.9		0.8		—	
300	0.5		2.2		1.6		7.2	
500	0.5	1.7	0.8	1.6	1.5	1.0	4.3	0.1
700	0.3	2.3	1.1	2.5	1.4	1.8	2.7	0.6
850	0.4	1.8	0.9	1.3	1.0	1.0	2.1	0.8
1000	0.3	0.9	0.4	0.6	0.4	0.8	1.4	0.1

C. February 1950.

Mb	40° N		50° N		60° N		70° N	
	1	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*
100	0.4		1.9		[1]		1.2	
200	1.0		3.5		1.5		—	
300	3.5		3.1		0.8		—	
500	3.2	2.2	3.1	3.6	4.6	3.7	6.7	1.6
700	1.5	3.1	4.2	3.6	4.5	4.8	3.1	2.6
850	1.4	2.2	3.3	3.6	4.0	5.4	3.1	3.1
1000	0.8	1.8	2.5	3.0	2.3	4.6	1.4	1.4

[1] The temperature has a maximum at or near 60° N, thus the K-value is indeterminate.

Table II shows the values of the eddy diffusivity $\frac{A_T}{\varrho}$ or K_T and $\frac{A_X}{\varrho}$ or K_X for different months and latitudes. Owing to inaccurate values of the meridional gradient especially at the northern and southern boundaries some of the values are questionable but still some main results may be noted. The values of A_T and K_T are larger in winter than in summer. The A_T and A_X values for 1000 mb in July are about 10^7 cgs, in November about $3 \cdot 10^7$ cgs and in February about $4 \cdot 10^7$ cgs. The K values are rather constant with height in the lower and central troposphere. K_T and K_X values vary between $5 \cdot 10^9$ and $5 \cdot 10^{10}$ cgs.

There is however a tendency for a maximum in the lower and mid troposphere, indicating that these layers are the source of the eddy activity. The values are much lower at the 1000-mb level, certainly due to the frictional effect of the earth. It is probable that the eddy conductivity at the surface would be even smaller as surface winds are smaller than geostrophic winds. The values at 40° N are in general lower than the values at other latitudes. The exceptional values at 70° N in July, are somewhat uncertain because of uncertainties in the values of the mean temperature gradient.

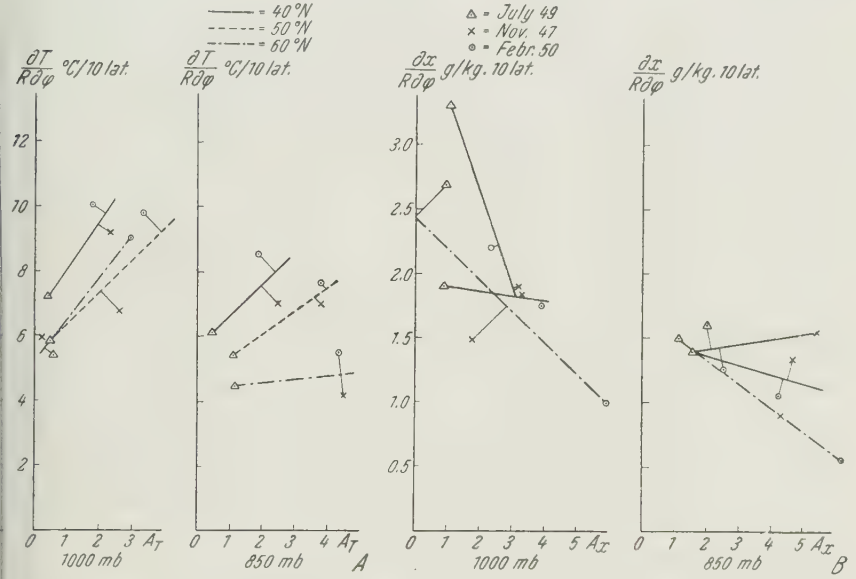


Fig. 4. Variation of the large scale eddy diffusivity with the horizontal meridional gradient in the levels 1000 mb and 850 mb; (A) shows A_T and (B) shows A_X.

Some values of A_T and A_X for fixed levels are also plotted in Fig. 4. From this figure we see that the large scale eddy enthalpy conductivity A_T increases with the temperature gradient i. e. the larger the meridional horizontal temperature contrasts the more effectively does the atmosphere transport enthalpy from warm regions to cold regions. If thus the heat flux for some time is too low to balance radiational losses and gains of heat, the resulting increase of meridional temperature contrast will lead to an increased meridional heat flux, not only because of an increase in $\frac{\partial T}{\partial \varphi}$ but also in A_T itself. Long periods of heat surplus or deficit in certain latitude belts therefore does not seem likely as a result of random variation of the large scale enthalpy conductivity. The occuring oscillations of this kind must, I believe, be small and the amplitudes must necessarily decrease with the length of the time period. Climatic fluctuations over

a period of several decades can hardly be due to random variations of the large scale eddy conductivity, as the atmospheric circulation seems to be a self regulating system.

The large-scale eddy diffusivity K_X for latent heat is as may be expected of the same order of magnitude as K_T. However, with the exception of the latitude 70° N in February, where the values $\frac{\partial X}{R\,\partial\varphi}$ are uncertain, most values of K_X are larger than the corresponding values of K_T. This means that the correlation between V_g and X is larger than the correlation between V_g and T. X depends of T and of the relative humidity and there is a positive correlation not only between V_g and T but also between V_g and the relative humidity. The southerly winds are moist the northerly winds dry. This is not surprising in view of the well known fact that southerly winds generally ascend, whereas northerly winds descend. K_X has generally a maximum at the 700-mb level. It has no definite meridional variation.

In Fig. 4 B is shown the variation of A_X with the horizontal meridional gradient $\frac{\partial X}{R\,\partial\varphi}$ for the levels 1000 mb and 850 mb. In these levels the correlation between A_X and $\frac{\partial X}{R\,\partial\varphi}$ is even negative i. e. the smaller values of the gradient there are the larger are the eddy conductivity values. This may be interpreted as showing that it is mainly the temperature contrasts which determine the intensity of the energy exchange performed by the large scale eddies cyclones and anticyclones. It is true that the changes in mixing ratio follow the changes in temperature but the relationship is not linear and when temperature is high as in the summer the values $\frac{\partial X}{R\,\partial\varphi}$ also become higher although the $\frac{\partial T}{R\,\partial\varphi}$ values may be unchanged.

Convergence Values.

From the flux data the convergence in the latitude belts have been computed. At first the flux F has been integrated from the surface of the earth to the top of the atmosphere or from the surface pressure p_0 to the lowest pressure available p_L i. e. for the enthalpy flux 500 mb in November, 200 mb in July and 100 mb in February and for the latent heat flux 500 mb in all months. The integration of the flux between p_L and p_0 over the latitude circle φ gives the total meridional flux of enthalpy over that latitude $F_{Tt} = \frac{1}{g}\int_0^{2\pi}\int_{p_L}^{p_0} c_p\,\overline{V_g\,T}^t \cdot R\cos\varphi\,dp\,d\lambda$.

The total flux of latent heat is $F_{Xt} = \frac{L}{g}\int_0^{2\pi}\int_{p_L}^{p_0} \overline{V_g\,X}^t \cdot R\cos\varphi\,dp\,d\lambda$.

The difference between the flux at φ_1 and φ_2 gives the convergence in

that latitude belt and by dividing by the mass in the belt we obtain the temperature increase $\frac{\partial T}{\partial t}$ in the belt due to the heat flux. The $\frac{\partial T}{\partial t}$ values for combined enthalpy and latent heat flux are given in Fig. 5 expressed in degrees C per 24 hrs.

In July there is a divergence of the total energy flux between 40° N and 50° N i. e. more energy leaves that belt by horizontal transport than is received. There is a heat gain between 50° N and 60° N and a somewhat larger heat gain between 70° N and the pole. The values are below 0.5° C/24 hrs. In November there is a heat gain between 40° and 50° N mainly because of the large inflow of latent heat at 40° N. The energy gain between 50° and 60° N is much larger and corresponds to a temperature rise of slightly above 1° C/24 hrs. It is remarkable that the temperature rise due to horizontal flux north of 60° is considerably smaller, about 0.85° C/24 hrs. In February the latent heat flux across the latitude 40° N is much smaller and there is a slight net loss of energy in the zone 40° to 50° N a net gain between 50° N and 60° N a maximum net gain corresponding to a temperature rise of more than 1° C/24 hrs between 60° N and 70° N and again a lower value between 70° N and the pole. Differences in the curves for November and February may depend partly on the fact that different layers have been used, but the fact remains that there is in both of them a larger net gain at about 60° N than at the pole.

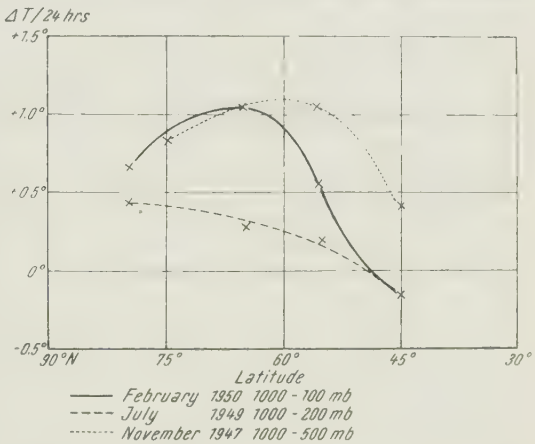


Fig. 5. Mean temperature increase due to horizontal flux of enthalpy and latent heat. Note that in Table III is given the effect of enthalpy flux only.

Mintz (1951) has made an extensive study of the enthalpy flux. His values refer to the month of January 1949 and he used levels from the surface to 100 mb for a latitude zone from 25° N to 80° N. Like the author Mintz found that the temperature increase (due to enthalpy flux) had a maximum (1.5° C/24 hrs) at 65° N. His enthalpy flux values are larger than the writer's total flux values, but January 1949 was according to Mintz "a very unusual month".

One obtains similar results from White's enthalpy flux values for four months during the winter 1945–1946. Figures for heat gain and loss have been derived from White's divergence values and those of the writer and they are presented in Table III. The figures refer to

the layer from the surface to the 500-mb level[1]. The values of the total transport for November and February are considerably smaller than those obtained by WHITE, for enthalpy only, for the winter 1945–1946. The reason for the discrepancy is not clear, but it may at least partly depend on the fact that the two sets of values refer to different latitude zones.

Table III.

Temperature increase in 24 hrs due to enthalpy flux in the layer 1000–500 mb, computed A. from WHITE's values and B. from the author's values.

A.

Latitude° N	35—45	45—55	55—65	65—75	75—90
November	— 0.5	— 0.2	+ *1.2*	+ 1.1	— 0.2
December	— 1.0	+ 0.1	+ *1.9*	+ 1.0	+ 0.2
January . .	— 1.0	— 0.3	+ *1.4*	65—90 + 1.4	
February .	— 0.9	± 0.0	+ *1.6*	+ 1.3	+ 0.3
Mean	— 0.9	— 0.1	+ *1.5*	+ 1.2	+ 0.1

B.

Latitude° N	40—50	50—60	60—70	70—90
November	± 0.0	+ *0.6*	60—90 + 0.5	
February	— 0.4	+ 0.5	+ *1.0*	+ 1.0
July	— 0.1	± 0.0	± 0.0	+ *0.4*

It has thus been shown by 3 authors that the meridional transport of enthalpy and latent heat in latitudes north of 40° N is large enough to compensate for a radiational cooling of more than 1° C/24 hrs at about 65° and less both north and south of that latitude. This value is of the same order of magnitude as that which has been given by experts on radiation.

From oceanographic studies, SVERDRUP (1945), we know that there is a convergence of the heat transported by ocean currents. This transport at 40° N is in the yearly mean approximately 25% of the air enthalpy transport, and at 60° N it is only 10%. The convergence[2] of the heat energy transported by the ocean currents has its maximum between

[1] The heat gain values obtained, Table III B, are about twice as large as the figures computed by NYBERG and SCHMACKE based on studies of the eddy flux $\overline{V' T'}^t$ at the two stations Larkhill, 51° N, and Bromma, 59° N. This means that in that case $\overline{V' T'}^t$ made a large part of the energy flux—when a sufficiently long period, 2 years, was chosen.

[2] The convergence values are computed from flux values given by professor SVERDRUP in a lecture at the University of Stockholm in October 1953.

50° N and 60° N. With due regard to the uncertainty of the data we again find that this zone is gaining more energy by transport and losing more energy by radiation, or other effects, than the polar cap.

How is this result to be explained? The heat gain must be used to compensate for radiational loss. We may neglect the change in temperature from the beginning to the end of the month (especially in February). Is there any reason to expect a stronger radiational cooling at the latitude of 60° N, where we still have some incoming radiation, than near the pole? The tropospheric temperature at the pole is not very much lower than at 60° N. One could perhaps suggest that the amount of clouds is higher at 60° N than farther to the north. But then we must also ask, why is that so?

It seems that a simple interpretation of this result is that there are other means of transporting energy in the atmosphere than by horizontal flux. Let us assume that the radiational cooling north of 70° N is somewhat higher than the radiational cooling at 65° N, say 1.3° C. Then more than 50% of the necessary heat flux is due to the large scale horizontal eddies. The rest may be due to vertical motions associated with a mean meridional circulation. A sinking of the air in the polar region of about 100 m/24 hrs would suffice to give the heating necessary for a balance. An ascending motion at 65° N could also explain the phenomenon but in any case a relative mean sinking of the polar air of 100 m/24 hrs seems necessary. If by such vertical motion the cloud amount decreases in the polar region, the radiational cooling might also decrease somewhat, and diminish the amount of vertical motion needed. Qualitatively, however, the process must be unchanged.

In this context I should like to note the observation of Scherhag (1953), that cold air domes in the polar region may persist for periods of a month or more, without getting colder, in spite of the fact that radiational cooling of at least 1° C/24 hrs must take place. It is also remarkable that the tropopause over these cold domes are very low. These facts support the idea of sinking of the polar air.

A computation of the relative humidity averaged over the latitude circles for the area used in our computations for February 1950 gives the following mean values for 700 mb (Table IV).

Table IV.

Latitude.....	40°	50°	60°	70°
Rel. Hum.% ..	60.4	62.6	63.3	58.6

The humidity observations are certainly not very accurate but the figures given in Table IV are means derived from 28 charts based on a large number of observations, and random errors in the means must be very small.

The relative humidity may be expected to decrease slightly northwards as the frequency of ice clouds giving relative humidity values below 100% increases with falling temperature. The values obtained, however, lead to the conclusion that there may be a descending motion not only at or south of 40° N but also at or north of 70° N.

Flux and Circulation Indices.

An attempt has been made to correlate the daily flux of enthalpy with various indices. First the sum of the absolute values of the north-south wind components at the 500-mb level at 50° N for all longitudes used in our study were computed. This sum gives the meridional index, $M\,I$. The correlation between $M\,I$ and the corresponding heat flux is 0.44. If there were no meridional components V_g, the geostrophic flow $\overline{V_g\,T}$ would of course disappear, so it is reasonable that there exists

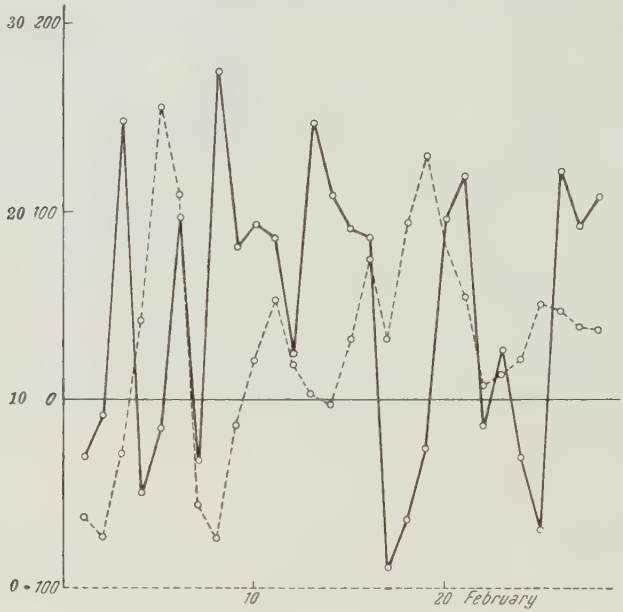


Fig. 6. Time variation of the convergence of the enthalpy flux in 10^7 gcal/cm min integrated from 1000 mb to 500 mb, full line, and zonal index, in geopotential decameters, of the relative contours 1000 – 500 mb beetween 50° and 60° N, dotted line. February 1950.

a correlation, but this correlation is surprisingly low. Still lower is the correlation between the enthalpy flow and the zonal index $Z\,I$. This correlation varies with month, level and latitude and even different signs of the correlation coefficient occur. It is not possible to give any definite statement about such correlations.

The convergence of the enthalpy has been computed for 50°–60° N and does not show any correlation with $Z\,I$ at 1000 mb. There is a small correlation between the $Z\,I$ at 500 mb and the convergence of $\overline{V_g\,T}$ at the zone 50°–60° N. However, it is negative as is also that between $\overline{V_g\,T}$ and the zonal index $Z\,I_{1000-500}$ of the relative contours 1000–500 mb. The curves in Fig. 6 show the variation of the convergence of $\overline{V_g\,T}$ 50°–60° N and the $Z\,I_{1000-500}$. The lowest value of the index is simultaneous

with the largest value of the convergence. The results of the study of the relation between indices and energy transport call for further investigations.

Acknowledgement.

I wish to express my gratitude to Dr. Reichelderfer, Chief of the U. S. Weather Bureau and to Mr. A. Thomson, Controller of Meteorological Division, Canada, for supplying North American data necessary for analyzing the basic surface and upper air charts. I also want to express my thanks to Dr. A. Ångström, Director of the Swedish Meteorological and Hydrological Institute, for the permission to carry out this work with the help of the staff of the institute, and finally to all members of the staff of the aerological section who have participated in this work, with great care and for a long time.

References.

Ångström, A.: Evaporation and precipitation at Various Latitudes and the Horizontal Eddy Convectivity of the Atmosphere. Ark. Astr. Fys., **19**, A, No. 20 (1925).

Defant, A.: Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. Geogr. Ann. **3**, 209 (1921).

Mintz, Y.: The geostrophic poleward flux of sensible heat in the month of January 1949. Investigation of the General Circulation. Part I, Report No. 8. University of California, Los Angeles 1951.

Nyberg, A., T. Duvedal, and S. Fryklund: Transport of heat and momentum by horizontal large scale eddies in November 1947, July 1949 and February 1950 north of 40° N. Sverig. Meteorol. Hydrol. Inst. Not. o. prelimin. Rapport. M. B. Vol. I. No. 4. Stockholm (1954).

Nyberg, A., and E. Schmacke: Eddy Flux of Heat and Momentum during Two Years at Stockholm–Bromma. Tellus **3**, 89 (1951).

Palmén, E., and M. A. Alaka: On the Budget of Angular Momentum in the Zone between Equator and 30° N. Tellus **4**, 324 (1952).

Priestley, C. H. B.: Heat Transport and Zonal Stress between Latitudes. Quart. J. Roy. Met. Soc. **75**, 323 (1949).

— Physical interactions between tropical and temperate latitudes. Quart. J. Roy. Met. Soc. **77**, 200 (1951).

Scherhag, R.: Untersuchungen der troposphärischen Kältepole der höheren Breiten. Geophysica **4**, 146 (1953).

Stark, V. P.: An essay on the general circulation of the earth's atmosphere. J. Meteorol. **5**, 89 (1948).

Sverdrup, H. U.: Oceanography for meteorologists. London 1945.

White, R. M.: a) The meridional eddy flux of energy. Quart. J. Roy. Met. Soc. **77**, 188 (1951).

— b) The Meridional Flux of Sensible Heat over the Northern Hemisphere. Tellus **3**, 82 (1951).

551.511 : 551.513

(Imperial College of Science and Technology Department of Meteorology, London S. W. 7.)

The Vertical Transfer of Momentum in the General Circulation.

By

P. A. Sheppard.

With 1 Figure.

Summary. A simplified scheme of the transfer of zonal momentum in the general circulation is first summarised. Observational evidence in support of the pattern of vertical transfer is then provided from the relation between the fields of pressure and wind over the oceans in the Trades and westerlies, with large down-gradient motion in the former and very little cross-isobar motion in the latter. In neither case are the concepts of the classical (barotropic) friction layer valid. The vertical gradients of downwind and cross-wind shear stress are evaluated and from them climatological values of eddy viscosity are deduced for the surface layers. Values of eddy viscosity at levels of a few hundred metres are also deduced and found to be greater than at lower levels, consistent with the pattern of momentum transfer advanced. The transfer in the lower troposphere is probably mainly convective above the layer of mechanical turbulence. There is a concluding discussion on the nature of the vertical transfer of momentum in the middle and upper troposphere.

Zusammenfassung. Zunächst wird ein vereinfachtes Schema für den Transport der zonalen Bewegungsgröße in der allgemeinen Zirkulation skizziert. Hierauf werden auf Grund der Beziehungen zwischen Druck- und Windfeld über den Ozeanen in den Gebieten der Passatwinde und der Westströmung auf Beobachtungsmaterial beruhende Beweise für den Vertikaltransport entwickelt; dabei erweist sich der Winkel zwischen Isobaren und Windrichtung in den Passatgebieten als groß, in der Westströmung als klein. In keinem der beiden Fälle haben die Anschauungen über die klassische (barotrope) Reibungsschicht Gültigkeit. Die Vertikalgradienten der Schubspannung in Richtung wie auch senkrecht zum Winde werden berechnet und daraus klimatologische Mittelwerte der scheinbaren Viskosität (Austausch) für bodennahe Schichten abgeleitet. Werte der scheinbaren Viskosität werden auch für Niveaus von einigen 100 m berechnet und größer als in niedrigeren Schichten gefunden, was in Übereinstimmung mit der entwickelten Anschauung über das Schema der Fortpflanzung der Bewegungsgröße steht. Der Austausch in der unteren Troposphäre oberhalb der Schicht mechanischer

Turbulenz ist wahrscheinlich in der Hauptsache konvektiv. Zum Schluß wird das Wesen des Vertikalaustausches der Bewegungsgröße in der mittleren und oberen Troposphäre diskutiert.

Résumé. Un schéma simplifié du transport, dans la circulation générale, de la quantité de mouvement zonal est d'abord esquissé. Des arguments en faveur du transport vertical proposé sont alors fournis par les relations des champs de pression et du vent au-dessus des océans dans les zones des alizés et du courant d'ouest; dans la première, l'angle entre l'isobare et la direction du vent est grande, dans la seconde il est petit. Dans aucun des deux cas, la conception de la couche de friction classique (barotropique) n'est valable. Les gradients verticaux des tensions internes sont évalués dans la direction et normalement à la direction du vent et des valeurs climatologiques de la viscosité apparente due à la turbulence en sont déduites pour les couches voisines du sol. Les valeurs de la viscosité apparente calculées pour des niveaux de quelques centaines de mètres sont plus grandes que celles des niveaux bas, concordant ainsi avec le transport vertical proposé. Dans la basse troposphère le transport est probablement surtout convectif au-dessus de la couche de turbulence. En conclusion l'auteur discute la nature du transport vertical de la quantité de mouvement dans la troposphère moyenne et supérieure.

1. Introduction; the Global Pattern of Momentum Transfer.

In a recent paper [*1*] I have described a probable pattern for the transfer of zonal (west to east) momentum in the general circulation. It is represented, somewhat pictorially, in Fig. 1, and refers essentially to a uniform earth in which monsoon and topographic or other land/sea effects are excluded. Even with these restrictions, it is almost certainly over-simplified but it may have some merit as a basis for discussion of the problems involved. The pattern of momentum transfer proposed in Fig. 1 is essentially empirical and may be briefly summarised before proceeding. It omits reference to the polar basins because these are probably not vitally important to the problem as a whole.

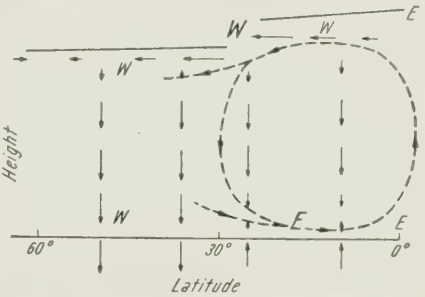


Fig. 1. Schematic diagram (vertical cross-section) of general circulation and associated fluxes of zonal momentum. Letters *W*, *E* indicate zonal mean motion from west, east. Horizontal arrows indicate meridional flux of zonal (westerly) momentum, vertical arrows the vertical flux of zonal momentum; regions of convergence and divergence of flux indicated by length and sense of arrows. Meridional mean motion indicated by dashed lines, tropopause by full lines at top of diagram. (Reproduction by permission of the Royal Meteorological Society.)

The system of observed zonal mean motion (as indicated by letters E, W in Fig. 1) is taken as given. Surface friction then implies an input of westerly momentum from the surface to the overlying air in the surface easterlies and a drain of westerly momentum from the air to the underlying surface in the surface westerlies, the total moment of these forces

about the earth's axis being zero. The downward flux of westerly momentum in the surface westerlies is maintained with height up to near the level of maximum westerly motion in middle latitudes, that is to just below the tropopause, where there is a convergent pattern of meridional transfer of momentum. The convergence of this flux is approximately equal to the divergence of the vertical flux so that no substantial meridional mean motion is required for balance of the mean zonal motion. The convergence in the meridional flux is however probably a little less than the divergence of the vertical flux, so providing in the equation of balance for a small *poleward* mean motion in the upper troposphere and lower stratosphere of middle latitudes. This equation of balance may be written, with good approximation,

$$l\,\overline{\varrho\,v} = \frac{\partial}{\partial n}(\overline{\varrho\,u}\,\overline{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\varrho\,u}\,\overline{w}) + \frac{\partial}{\partial n}\overline{(\varrho\,u)'\,v'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{(\varrho\,u)'\,w'} \quad (1.1)$$

where u, v, w are components of motion in the e (east), n (north) and z (vertical) directions respectively, ϱ is the density and l $(= 2\,\omega \sin \Phi)$ the Coriolis parameter. The bar implies a mean value with respect to time and around a circle of latitude, and the prime a departure from the mean. The primed terms then represent the effects of turbulent motion on all scales downward from the largest disturbances in the general circulation.

The upward transfer of westerly momentum in the near-surface layer of the Trades decreases rapidly with height and reverses to become a downward flux over the remainder of the troposphere up to near the level of maximum westerlies overlying the Trades. At the latter level there is a divergence of meridional flux of zonal momentum, and this together with the divergence of the vertical flux is balanced (Eq. 1.1) by a rather strong meridional mean motion to higher latitude. The decrease in strength of this meridional flow in passing across the absolute maximum of zonal motion in the upper westerlies (the subtropical jet) is related to the downward mean motion over the sub-tropical high-pressure belt which in turn is part of a meridional circulation of the direct kind in lower latitudes. This circulation has equatorward flow in the Trades, giving balance (Eq. 1.1) with the convergence of vertical flux in the easterlies, and upward mean motion in the doldrums.

The above pattern of momentum transfer and meridional mean motion appears to be self-consistent, but it makes no reference to mechanism. The meridional transfer of zonal momentum has been shown by Priestley, Widger, Starr and White, and others to be provided in the main by the large-scale (tilted trough) disturbances in the upper westerlies (Defant's *Großturbulenz*). Palmén however has provided ground for the belief that the meridional mean motion may also play a significant part, through the term in $\varrho\,\overline{u}\,\overline{v}$ in Eq. 1.1, in the transfer in lower latitudes, and Priestley considers it may still be significant at about 35° latitude. I shall attempt below to provide some evidence in support of the pattern of vertical flux of momentum elaborated above and to enquire into the mechanism of the transfer.

2. The Relation Between the Fields of Pressure and Wind.

Observations in the westerlies of the NE Atlantic in winter by Sheppard, Charnock and Francis [2] showed that the surface wind direction had a mean inclination to the surface isobar of not more than 1° or 2°. The mean surface motion was in fact deduced to be *up* the pressure gradient, but in view of the difficulty in determining the mean direction of the pressure gradient to better than about $\pm 3°$ one can only infer with confidence that there was no appreciable down-gradient motion.

Now, if we assume that, over a period which includes the passage of many disturbances, the accelerations of the air are self-cancelling or small in resultant compared with the pressure, shearing stress and Coriolis forces, we may write the equations of motion for any level z

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = -l\,\varrho\,J\sin\alpha \tag{2.1a}$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = l\,\varrho\,(u - J\cos\alpha), \tag{2.1b}$$

where τ_{xz} is the shearing stress along the direction of motion x, τ_{yz} the shearing stress along the normal y to the motion, u the actual wind (not, as in Eq. 1.1, necessarily zonal), J the geostrophic wind and α the angle between u and J (positive for J veered on u). The angle α then determines, for given $l\,\varrho\,J$, the rate of change of the downwind shearing stress with height (Eq. 2.1a) and we infer that the above-mentioned result in [2] regarding α implies no material change in τ_{xz} with height near the surface. [If $\alpha = \pm 1°$, $\varrho = 10^{-3}\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$, $l = 10^{-4}\,\mathrm{sec^{-1}}$, $J = 10\ \mathrm{m\cdot sec^{-1}}$, then $\partial\tau_{xz}/\partial z = \mp 1.7 \times 10^{-2}\ \mathrm{dyne\cdot cm^{-2}\cdot (100\ m)^{-1}}$ compared with a value of τ_{xz} of about $1\ \mathrm{dyne\cdot cm^{-2}}$ for such a value of J over the sea]. This is consistent with the pattern of momentum flux shown in Fig. 1 for the near-surface westerlies. Moreover other observations reported in [2] were consistent with this finding, for example (a) the turbulence on a scale of about 10 min to a few hours, was maintained with height over the lowest km, (b) on about 30 per cent of occasions the wind speed decreased and the wind direction backed with height over the lowest 300 m although the mean variation was in each case of opposite sense, indicating the presence of moderate-scale overturning, and (c) the mean variation of direction with height was only of the order to be expected from the thermal wind. Thus the classical conception of the friction boundary layer – a conception based on barotropic flow — is not valid in the baroclinic westerlies over the sea where the vertical gradient of westerly wind, in association with moderate-scale turbulence, provides a mechanism for the sustained downward transfer of momentum. Over the land, where the surface-drag coefficient is generally larger than over the sea, some features of the classical boundary layer do of course remain, but the maintenance of a downward flux of momentum of order $1\ \mathrm{dyne\cdot cm^{-2}}$ is as likely to be valid in the westerlies of the lower troposphere

over land as over sea, for the increase of westerly wind with height is as characteristic of the one regime as it is of the other. The result has validity only in the longer-term, climatological sense, for there will be many synoptic situations and thermal wind patterns which will be inconsistent with the proposed pattern.

Consider now the Trades, which are characterised by an increase in wind speed over the bottom few hundred metres, followed by a decrease leading ultimately to the upper westerlies of those latitudes (cf. Fig. 1). Here also turbulence of moderate scale is maintained up to substantial heights, for cumulus convection is characteristic of the Trades. Applying then the ideas which found expression in the westerlies, but allowing for the essentially different variation of wind with height in the Trades, we infer a flux of westerly momentum which is upward at the surface but decreases with height to become a reversed, downward flux in the layer of decreasing easterlies or increasing westerlies, up to at least the level of the cumulus tops. This inference was tested by Sheppard and Omar [3] who applied observations of wind, by pilot balloon, and of pressure, in the Pacific and Atlantic Trades to Eq. 2.1a, integrated over the layer from the surface to the level of maximum wind speed in the direction of the surface wind. With the assumption that the turning point in the wind profile is a level for which $\tau_{xz} = 0$, the surface drag τ_0 is obtained. The values of drag coefficient inferred (1×10^{-3} to 1.5×10^{-3} for c in $\tau_0 = c\,\varrho\,u_0^2$) were of the correct order for the sea surface. They have received support from a similar investigation made in collaboration with Mr. A. K. El Amly using the S. S. Meteor kite ascents in the Trades and the U. S. Weather Bureau Daily Synoptic Series, Historical Weather Maps. The values of c obtained were 1.3×10^{-3} and 1.4×10^{-3} for two groups of 17 observations each for which the mean surface wind speeds were 6.1 and 9.1 $\mathrm{m \cdot sec^{-1}}$ respectively. They contrast with much smaller values found earlier, e. g. Sutcliffe [4], who assumed however that the turning point in the wind profile gave the level of geostrophic wind and zero $\partial\tau_{xz}/\partial z$. The pattern of momentum transfer outlined here involves a considerable numerical value for $\partial\tau_{xz}/\partial z$ at the turning point of the wind profile so that the wind should be far from geostrophic there. This was confirmed by the observations which showed the value of α to be nearly as large at the turning point as at the surface.

It is of interest to note that the effects of surface friction in a baroclinic atmosphere display themselves very differently according as the thermal wind augments or diminishes the surface geostrophic wind; in the former case the 'friction layer' is largely lost as far as direction differences α are concerned (though a sharp increase of wind speed very near the surface must remain) while in the latter case the direction difference α is large at the surface and remains large over a substantial depth of atmosphere. Whether, in the second case, the vertical flux of momentum falls to zero precisely at the level assumed, remains to be investigated. The very reasonable values of c quoted above suggest that the level of zero transfer is not greatly different from the level of the turning point

in the wind profile. But the values of c quoted are probably a little low, the best present value being probably 2×10^{-3}.

Additional evidence in support of the present thesis is provided by the climatological values of wind and pressure gradient over the oceans. Here I am indebted to Mr. A. H. Gordon, formerly of the Marine Branch, Meteorological Office, London, for an analysis of routine ship observations on the North and South Atlantic over a very long period. He has provided mean values of actual and geostrophic surface-wind velocities for 10° 'squares' between 60° N and 50° S, for all months in the north Atlantic and for January and July in the South Atlantic. Mean values of α, u and J have been formed for each zone of 10° latitude and, in the absence of clearly defined effects of season and ocean, combined means for January and July for both oceans are presented here (Table 2.1), together with the vertical gradients of shear stress from Eq. 2.1. Considering the rather rough nature of the original observations the values in Table 2.1 form a quite coherent set. It should be noted that the pressure field has been derived independently of the winds.

Table 2.1. *Angular departure α of surface wind u_0 from surface geostrophic wind J_0 (α positive for down-gradient motion) and derived quantities as function of latitude. North and South Atlantic, January and July.*

	Mean latitude (deg)					
	5	15	25	35	45	55
α (deg)	43	24	10	2	0	2
u_0 (m/sec)	5.3	5.6	3.7	2.7	4.1	4.1
J_0 (m/sec)	13.8	8.9	4.2	4.7	5.8	5.1
$-\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$ $\left(\frac{\text{dyne/cm}^2}{100\,\text{m}}\right)$	.15	.18	.06	.02	.00	.03
$-\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$ $\left(\quad,,\quad\right)$	.08	.12	.03	.22	.22	.16

The variation of α with latitude is much greater than can be ascribed to the variation of the Coriolis parameter in a classical terrestrial boundary layer (see e. g. Brunt [5], p. 254). Nor could the variation of the Coriolis parameter lead to the vanishing of α in any latitude. The angle vanishes in fact in the zone of maximum baroclinity and here, for the north Atlantic, for which mean values are more reliable, α is negative (— 1.3°). Moreover Eq. 2.1 makes no assumption regarding the nature of the turbulent shear stress, except in so far as it may be effected by the meaning procession which the equation is based. With that provision therefore the values of the vertical gradient of τ_{xz} in Table 2.1 follow directly from the observations of the pressure gradients and the winds. The large change in the gradient of τ_{xz} in passing across the sub-tropical 'high' confirms in part the pattern of momentum flux we have elaborated, though τ_{xz} in Table 2.1

is not precisely the zonal shear stress since the surface winds are not precisely zonal. Riehl, Yeh, Malkus and La Seur [6] have provided data relating to an air trajectory in the Pacific Trades from which a value of $-\partial\tau_{xz}/\partial z = 0.19$ dyne $\cdot$ cm$^{-2} \cdot$ (100 m)$^{-1}$ may be inferred. This is comparable with the corresponding values in Table 2.1.

3. Eddy Viscosity in Oceanic Air.

Rough values of the eddy viscosity in the air near the surface may be inferred from the last two rows of Table 2.1. Consider first the values of $\partial\tau_{yz}/\delta z$. We assume $\tau_{yz} = 0$ at $z = 0$. This corresponds to the surface stress being along the surface wind direction, a relation obeyed at any instant and true in the mean provided the variations in wind speed are not correlated with the variations in wind direction. With this assumption, the figures in the last row of Table 2.1 may be read as the stress τ_{yz} at 100 m. Making use of the phenomenological definition of eddy viscosity ϱK as the ratio of the shear stress at the centre of a layer to the velocity gradient over the layer we have

$$K = \frac{\tau_{yz}(z/2)}{\varrho\, v(z)/z},$$

where $v(z)$ is the component of wind, normal to the surface wind direction, at height z ($v(0) \equiv 0$) and is not, as in Eq. 1.1, necessarily meridional. Observations made or referred to in [2] and [3] suggest that a veer of wind of 1.5° in the first 100 m may be applied throughout the latitude range of Table 2.1, from which and the values of surface wind speed u_0 in Table 2.1 we obtain v (100 m) with reasonable approximation. Interpolating τ_{yz} (50 m) from $\tau_{yz}(0)$ and τ_{yz} (100 m) we obtain the values of K given in the first row of Table 3.1 as applicable to the bottom 100 m of the oceanic atmosphere.

Again, from the vertical gradient of downwind shear stress $\partial\tau_{xz}/\partial z$, we may write

$$K = \frac{\tau_{xz}(z/2)}{\varrho\,[u(z) - u_0]/z}$$

or

$$K = \frac{\frac{1}{2}\left(2\tau_0 + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}\, z\right)}{\varrho\,[u(z) - u_0]/z}.$$

We may replace τ_0 by $c\,\varrho\,u_0^2$, with $c = 2 \times 10^{-3}$, and u_0 strictly the root mean square value of the surface wind. In taking the square of the mean surface wind itself from Table 2.1 we then underestimate τ_0 and so K by perhaps 50 per cent or so. From [2] and [3] a rough mean value of u (100 m) $- u_0$ is $0.15\,u_0$, whence the lower limits to the values of K given in the second row of Table 3.1 are obtained, again for the bottom 100 m. Formally, the first set of K's refers to the eddy viscosity for crosswind momentum and the second set for downwind momentum but the crudity of the data hardly warrants the distinction.

Table 3.1. *Approximate climatological values of eddy viscosity K over the first 100 m of the oceanic atmosphere.*

	Mean latitude (deg)					
	5	15	25	35	45	55
K from $\partial\tau_{yz}/\partial z$ (10^4 cm^2/sec).....	2	3	2	12	7	6
K from $\partial\tau_{xz}/\partial z$ (10^4 cm^2/sec).....	>6	>7	>5	>3	>5	>5

These values are little better than order-of-magnitude estimates but they show an encouraging uniformity at a not unreasonable level. The method of reduction gives no hint as to the part of the turbulence spectrum which is responsible for the transfer property expressed by K, but existing ideas would suggest, for the height range concerned, a scale of the order of the height.

It is possible also to make crude estimates of K at a materially higher level in the Trades, using again Eq. 2.1 b. Thus the value of $\tau_{yz}(z)$ is given by integration of this equation, assuming again that $\tau_{yz}(0) = 0$,

$$\tau_{yz}(z) = -l\int_0^z \varrho\,(u - J\cos\alpha)\,dz. \qquad 3.1$$

The data given in [3] and the S. S. Meteor and synoptic data referred to in section 2 have been used in this equation up to the level $z = h$ of the maximum wind in the direction of the surface wind, to obtain $\tau_{yz}(h)$. The eddy viscosity K for this level h has then been computed from $\tau_{yz}(h)$ and the gradient of v as given by standard observation levels below and above h. I am indebted to Mr. A. K. El Amly for undertaking the analysis, the results of which are given in Table 3.2 (see [3] for supplementary matter relating to this table).

Table 3.2. *Values of eddy viscosity K at level h of turning point in wind profile in the Trades. Mean values for observations grouped according to surface wind speed u_0.*

Place	u_0	h	$\tau_{yz}(h)$	$\frac{\partial v}{\partial z}(h)$	K
	m/sec	m	10^{-1} dyne/cm^2	10^{-4} sec^{-1}	10^5 cm^2/sec
Wake Is.	3.4	260	3	10	3
19° 18′ N, 166° 37′ E	4.9	380	2	11	1
	6.0	410	2	25	1
	7.8	410	2	11	2
Johnson Is.	4.5	240	4	8	4
16° 44′ N, 169° 31′ W	6.2	300	3	18	2
	7.8	500	3	17	1
	9.4	760	1	13	1
Enewitok	7.8	440	2	5	3
11° 21′ N, 162° 21′ E	9.1	610	6	16	3
	11.8	700	3	31	1
Atlantic N & S	6.9	350	3	23	1
(S. S. Meteor)	9.1	350	4	53	1

Again, only order-of-magnitude estimates of K are possible from the crude data utilised, particularly for the geostrophic wind, but a reasonable uniformity is again provided and the mean level (2×10^5 cm^2/sec) is materially above that of Table 3.1. Thus, the eddy viscosity does not diminish with height but rather increases and so is able to provide a flux aloft of the same order (in the Trades, of reversed sense) as near the surface, in spite of lower gradients of velocity aloft. Evidence in support of these conclusions is provided in [*6*].

Values of K at 300 m have also been computed for the westerlies for the winter period of 7 days to which the data in reference [*2*] apply. The integral in Eq. 3.1 has been evaluated, making allowance for the variation of J with height — a significant factor — and K has then been computed from the resulting value of τ_{yz} (300 m) and the gradient of v over the layer 250 m to 350 m. The quantities concerned are given in Table 3.3 and are the means for the 7 days.

Table 3.3 *Mean values of eddy viscosity K at 300 m over a 7-day winter period in the North Atlantic [50° N, 6° 20′ W].*

u_0 m/sec	J_0 m/sec	τ_{yz} (300 m) dyne/cm^2	$\frac{\partial v}{\partial z}$ (300 m) 10^{-3} sec^{-1}	K 10^5 cm^2/sec
9.64	11.9	— 0.43	— 7.0	0.49

The wind data used here are more precise and detailed than for Table 3.2 but the possible error in geostrophic wind is still appreciable so that again the value of K is only rough. It is a little lower than the average value in Table 3.2 but the difference, bearing in mind differences of level, may not be significant. The data in [*2*] become inhomogeneous above 300 m but they suggest that K increases with height in the next few hundred meters.

It is to be noted that the value of τ_{yz} (300 m) in Table 3.3 is reasonably consistent with the values of $\partial\tau_{yz}/\partial z$ in Table 2.1 for the westerlies. It is much higher than would be expected if the classical boundary layer ideas were valid.

The effective part of the turbulence spectrum is again not evident from the above analysis but there can be little doubt that, in the Trades, where h is not far from the base of the Trade cumuli, convection processes are becoming dominant. At higher levels they should intensify K. Recent special investigations in the Trades by the Department of Meteorology at Imperial College and the National Institute of Oceanography, in collaboration with Woods Hole Oceanographic Institution, should clarify this problem.

4. The vertical Flux of Momentum in the Middle and Upper Troposphere.

The last two sections deal with momentum transfer in the lower troposphere, but by extrapolation of tendencies, to those levels also to which convection cloud extends, that is practically to the tropopause,

with a weakening of activity near cloud tops because the supply of latent heat is there rather exhausted. When however motions of moderate scale, such as convection, are involved in transfer processes, the transfer will be intermittent to the extent that the motions are sometimes present and sometimes absent. A climatological mean value for K of significant amount must then imply a much larger value when the activity concerned is present. The point has been argued more closely by PRIESTLEY and SHEPPARD [7] and, in the case of heat transfer, the sign of K may even change, in proceeding from the shorter term to the longer term value, the corresponding gradients being used for the two periods.

In the present state of knowledge, observational and theoretical, of cumulus convection, it is hardly possible to assess the contribution which it may make to the transfer of momentum at middle and upper levels of the troposphere, but a climatological mean value of K for this scale of motion in low and middle latitudes of 10^5 to 10^6 is not to be dismissed a priori. There will of course be substantial variations from place to place e. g. as between regions in the Trades with low, intense and well-maintained inversions as opposed to others where the inversion is high, weak or interrupted. Reference [6] gives $K \simeq 6 \times 10^5$ cm^2/sec on a quasi-climatological basis for the Trade of the Eastern Pacific at about 700 mb, *above* the Trade inversion. A similar value at higher levels would give a downward transport of zonal momentum of a few tenths of 1 dyne/cm^2. There is scope for further research into this part of the turbulence spectrum for these levels.

It is not of course argued that larger scale motions than convection play no effective part in the momentum-transfer process in middle and upper levels. WHITE and COOLEY [8] have indeed made computations suggesting that there is a downward flux from large-scale systems. But a crude argument advanced in [1] suggests that the spectral range of eddies which give rise to a poleward meridional flux of momentum cannot be responsible also for a downward flux unless poleward moving air in these eddies sinks and equatorward moving air rises. This is not generally true of the large-scale weather systems which are responsible for the meridional eddy transport. Yet there must be an overall downward transfer of momentum in middle latitudes, to feed the sink at the surface.

The vertical branch of the meridional circulation is a possible additional source of significant vertical flux of momentum. The meridional circulation is inferred to be strongest in lower latitudes, though numerical values of the velocities of ascent and subsidence remain uncertain. RIEHL et al. [6] have estimated a downward velocity of 60 m/day (0.7 mm/sec) at 700 mb over the Trade trajectory investigated by them and this value might be taken as holding up to much higher levels. With zonal winds (to east or west) of order 5 m/sec, a vertical transfer (upward or downward respectively) of order 10^{-2} dyne $\cdot$ cm^{-2} only is then obtained. This is not a significant transfer and its change of sign at the level of reversal of the zonal wind would add complication to the problem if it were significant. There is a notable difference between such transfer and that by

convection for example, in that the sense of the former depends on the sense of the zonal motion itself whereas the latter is likely to be roughly related to the *vertical gradient* of the zonal motion and so would not change sign between the low level of maximum easterly or some neighbouring level and the levels to which convection reaches in the upper westerlies.

References.

1. Sheppard, P. A.: Proc. Toronto Met. Conf., Roy. Met. Soc. (1954) (to be published).
2. Sheppard, P. A., H. Charnock and J. R. D. Francis: Quart. J. Roy. Met. Soc. **78**, 563 (1952).
3. Sheppard, P. A. and M. H. Omar: Ibid. **78**, 583 (1952).
4. Sutcliffe, R. C.: Ibid. **62**, 3 (1936).
5. Brunt, D.: Physical and Dynamical Meteorology, 2nd Ed., Cambridge, England, 1939.
6. Riehl, H. et al.: Quart. J. Roy. Met. Soc. **77**, 598 (1951).
7. Priestley, C. H. B. and P. A. Sheppard: Ibid. **78**, 488 (1952).
8. White, R. M. and D. S. Cooley: Trans. Amer. Geophys. Union **33**, 502 (1952).

551.511

(Brown University, Providence, R. I., and Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, Mass., USA.)

Convection of Heat[1].

By

R. B. Montgomery.

Summary. Several aspects of the formulation and physical meaning of heat flux by convection are discussed. Convective heat flux is uniquely determined only when the flux of each constituent substance vanishes. For uniform composition, the physically satisfactory formulation of eddy flux of heat is in terms of the velocity fluctuation about the weighted mean introduced by HESSELBERG, but in some important problems this formulation is practically the same as SWINBANK's. It is suggested that convective heat flux be interpreted to include the flux of not only enthalpy but also potential energy.

Zusammenfassung. Es werden mehrere Möglichkeiten der Formulierung und der physikalischen Interpretation des Wärmeflusses durch Konvektion diskutiert. Der konvektive Wärmefluß ist nur dann eindeutig bestimmt, wenn der Fluß der einzelnen Komponenten verschwindet. Eine physikalisch befriedigende Formulierung der Wärmescheinleitung im Falle eines homogenen Mediums läßt sich mittels Geschwindigkeitsschwankungen um die ausgeglichene Bewegung gewinnen, wie sie von HESSELBERG eingeführt wurden; doch ist diese Formulierung bei einigen wichtigen Problemen praktisch identisch mit der von SWINBANK. Es wird vorgeschlagen, unter konvektivem Wärmefluß nicht nur den Fluß von Enthalpie, sondern auch den von potentieller Energie zu verstehen.

Résumé. Cet exposé discute les divers aspects du sens physique du flux calorifique dû à la convection. Le flux convectif de chaleur n'est déterminé absolument que lorsque le flux de chaque constituant est égal à zéro. Pour une composition uniforme, la formule physiquement satisfaisante du flux calorifique dû à la turbulence est en fonction de la fluctuation de la vitesse par rapport à la moyenne pondérée introduite par HESSELBERG. Dans certains problèmes importants, cette formule est cependant pratiquement

[1] This research was sponsored by the Office of Naval Research, U. S. Department of the Navy, under contract with Brown University.

Contribution No. 701 from the Woods Hole, Oceanographic Institution.

la même que celle de SWINBANK. L'auteur propose d'interpréter le flux de chaleur convectif de manière à y inclure non seulement le flux d'enthalpie, mais aussi le flux d'énergie potentielle.

That motions of the scale shown by weather maps can advantageously be treated statistically as turbulence was first demonstrated in ALBERT DEFANT's famous paper of 1921 on the circulation of the atmosphere [*1*]. From an estimated coefficient of meridional exchange and the observed meridional gradient of mean temperature he was able to calculate the meridional heat flux by eddy convection. Recently PRIESTLEY [*7*] and WHITE [*13*] have calculated this heat flux directly from instantaneous values of temperature and meridional component of velocity.

The present paper deals with the general concept *convection of heat*, not limited to horizontal flux. The purpose is to resolve questions that have arisen regarding the formulation and basic physical meaning of heat convection. Further evidence is found in support of the formulation of eddy convection of heat that is based on the weighted means introduced by HESSELBERG [*2, 3*].

I. Convective Flux of Heat.

One can readily formulate the convection of substance, but difficulties arise if the same formulation is heedlessly applied to the convection of heat. The convective flux of a substance of density (or partial density) ϱ_1 through a surface A can be expressed in terms of v_n, the normal component of velocity relative to the surface, as

$$\int_A \varrho_1 v_n \, \delta A; \tag{1}$$

this quantity is a definite flux of mass, and no ambiguity arises. The convective flux of heat has sometimes been stated in a formally similar way in terms of the density (of the mixture) ϱ and the specific enthalpy h as

$$\int_A \varrho v_n h \, \delta A. \tag{2}$$

In general this quantity, however, is not uniquely determined, because the specific enthalpy of each substance is reckoned from an arbitrary zero point. For instance, at a given section of a current (air current, ocean current, or flow of fluid through a tube) the flux of each constituent is uniquely specified by (1), but no absolute value for the heat flux can be obtained by (2). In other words, the distributions of velocity, composition, and temperature over the section do not by themselves determine a meaningful heat flux.

The important consideration is that the quantity (2) becomes unique and generally meaningful only in the special case that the flux of each constituent vanishes,

$$\int_A \varrho_1 v_n \, \delta A = 0, \quad \int_A \varrho_2 v_n \, \delta A = 0, \ldots, \tag{3}$$

for then the arbitrary constant in the specific enthalpy of each substance contributes nothing to the integral (2). Such a special case occurs if the surface A encloses a system containing constant mass of each constituent. One such system is a constant-flow system. (If a system completes a cycle so that the mass of each constituent returns to the initial value, the integral of the flux (2) over the cycle is also unique and meaningful.)

To illustrate these conclusions, consider now the surface A forming a section across a channel in which the current carries a net flow of mass. Suppose that the zero point of enthalpy has been chosen for each substance involved and that the flux (2) has been calculated accordingly. The flux (2), depending as it does on the arbitrary zero points, has no significance by itself. Thus, for instance, it is meaningless to speak of the heat flux of a single ocean current. It is common in engineering, however, to calculate the flux (2), meaningless by itself, because the sum of these fluxes over all the channels forming the openings of a steady-flow system equals the convective flux of heat for the system.

II. Eddy Flux of Heat with Uniform Composition.

The formulation of eddy flux of heat is discussed in the present section for a fluid of uniform composition. The condition that

$$\int_A \varrho \, v_n \, h \, \delta A \tag{2}$$

represent a definite flux of heat becomes simply

$$\int_A \varrho \, v_n \, \delta A = 0. \tag{4}$$

Hesselberg [2, 3] proposed that for turbulent flow with instantaneous velocity $\boldsymbol{v}$ the useful mean velocity is the weighted mean defined as

$$\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho = \{\varrho \, \boldsymbol{v}\}/\bar{\varrho}. \tag{5}$$

The notation of the present paper is that a mean is represented either by a superior bar or by braces { }. (A weighted mean is marked with a subscript ϱ; absence of subscript indicates a simple mean.) The same weighted mean has been discussed by Montgomery [5], Van Mieghem [11, 12], and Miller [4]. Let

$$\boldsymbol{v} = \bar{\boldsymbol{v}}_\varrho + \boldsymbol{v}''. \tag{6}$$

Multiplying by ϱ and taking means shows, in view of (5), that $\{\varrho \, \boldsymbol{v}''\} = 0$, subject to the condition that $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$ is constant. (That this important condition is not necessarily fulfilled is recognized but is not discussed here.)

If the surface A moves with velocity $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$, then the normal component of velocity relative to the surface is v_n'', so that the instantaneous flux of mass is

$$\int_A \varrho \, v_n'' \, \delta A$$

and the mean flux of mass is

$$\int_A \{\varrho\, v_n''\}\, \delta A = 0.$$

Therefore the quantity

$$\int_A \{\varrho\, v_n''\, h\}\, \delta A \tag{7}$$

is a definite convective flux of enthalpy. It is proposed to call (7) the *eddy flux of heat* through the surface A. The unit-area eddy flux of heat in the n direction is $\{\varrho\, v_n''\, h\}$, which is a component of the vector unit-area eddy flux of heat, $\{\varrho\, \boldsymbol{v}''\, h\}$. This formulation of eddy flux of heat was presented by HESSELBERG [*3*, § 6], MONTGOMERY [*5*, *6*], and VAN MIEGHEM [*11*, § 22; *12*], each using different ways to reach the same result.

In other words, a surface moving with the mean flow $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$ (i. e., an individual surface with respect to the mean flow $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$) has the unique advantage that the mean flux of mass through the surface is everywhere zero, so that the mean flux of enthalpy assumes a definite value that can properly be called the eddy flux of heat. Indeed, the physical idea of an eddy flux can best be formulated as the mean flux relative to natural coordinates that everywhere move with the mean flow $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$, just as true conduction (or diffusion) can best be formulated as the flux relative to natural coordinates moving with the instantaneous fluid velocity. For instance (to digress from uniform composition), the eddy diffusion of smoke from a drifting puff can advantageously be studied in terms of the flux of smoke through a closed surface surrounding the maximum concentration. If each point of the surface moves with the local mean flow $\bar{\boldsymbol{v}}_\varrho$, the enclosed total mass remains constant and the rate of decrease of enclosed smoke equals the eddy diffusion of smoke outward through the surface.

It may be noted that the present formulation of eddy flux of heat is not limited to constant pressure: the pressure may vary over the surface A and may fluctuate with time at any point of A. The validity of this statement was demonstrated [*5*] for vertical eddy flux of heat in the atmosphere[1], and general validity seems acceptable.

A different formulation of eddy flux has been advanced by SWINBANK [*9*] and PRIESTLEY and SHEPPARD [*8*, pp. 498, 503–504]. The surface they use is stationary relative to the earth's crust. They call $\varrho\, v_n\, h$ the (unit-area) flux of heat. The product of the unit-area mean flux of mass $\{\varrho\, v_n\}$ and the mean specific enthalpy $\bar{h}$ is $\{\varrho\, v_n\}\, \bar{h}$, which they call the (unit-area) mass flux of heat. Let

$$\varrho\, v_n = \{\varrho\, v_n\} + (\varrho\, v_n)'. \tag{8}$$

---

[1] G. D. ROBINSON, in his "Reply" following my comments [*6*], says he believes that the restriction to negligible fluctuation of pressure is implied in my first paper [*5*]. He erroneously assumes that I imply "that p is a time mean of pressure." On the contrary, I stated explicitly [*5*, p. 267]: "The pressures in the system and its volume and shape may change."

The unit-area eddy flux of heat is then defined as $\{(\varrho\, v_n)'\, h\}$, which equals the difference $\{\varrho\, v_n\, h\} - \{\varrho\, v_n\}\, h$. Both terms of this difference depend on an arbitrary constant and have no significance by themselves. The quantity $\{(\varrho\, v_n)'\, h\}$ is indeed independent of the arbitrary constant, but significance is not gained by that fact alone, for the quantity $\{x'\, h\}$ involving any variable x would be independent of the arbitrary constant in h. It is not clear to me, therefore, that $\{(\varrho\, v_n)'\, h\}$ has physical significance, either in itself or as the difference between $\{\varrho\, v_n\, h\}$ and $\{\varrho\, v_n\}\, \bar{h}$.

SWINBANK's quantity $\{(\varrho\, v_n)'\, h\}$ and the quantity $\{\varrho\, v_n''\, h\}$ here proposed are different, for (5, 6, 8) yield

$$\varrho\, v_n'' - (\varrho\, v_n)' = \bar{\varrho}\, \bar{v}_{n\varrho} - \varrho\, \bar{v}_{n\varrho} = -\bar{v}_{n\varrho}\, \varrho',$$

so that

$$\{\varrho\, v_n''\, h\} - \{(\varrho\, v_n)'\, h\} = -\bar{v}_{n\varrho}\, \{\varrho'\, h\}. \tag{9}$$

SWINBANK [*9*, *10*] calculated $\{(\varrho\, v_z)'\, h\}$, v_z being the velocity component vertically upward, as part of his pioneering measurement of vertical fluxes a short distance above the ground. As $v_{z\varrho}$ is small in SWINBANK's problem, his calculated values of $\{(\varrho\, v_z)'\, h\}$ are for practical purposes equal to $\{\varrho\, v_z''\, h\}$, which is a basically sound formulation of the unit-area upward eddy flux of heat. In other words, although the theoretical validity of his formulation is questioned, there is no doubt that his formulation is fully valid for practical purposes.

Further insight into this difference can be gained by considering SWINBANK's problem more fully. At a fixed point above ground he measured temperature and $\varrho\, v_z$. His purpose was to calculate the vertical eddy flux of heat, so that this flux could, for example, be compared with the radiative fluxes. He realized that at the point of measurement the mean vertical flow $\{\varrho\, v_z\}$ may differ from zero, owing either to the ground not being level and smooth or to the presence of vertical circulation, and he wanted to avoid any contribution of the mean vertical motion to the eddy flux of heat. It is helpful to focus attention on a quasi-level surface that contains the point of measurement and that at all points is tangent to the flow direction, given by the vector $\{\varrho\, \boldsymbol{v}\}$. Let n be the upward normal to the quasi-level surface; then $\{\varrho\, v_n\} = 0$. The unit-area eddy flux of heat across the quasi-level surface (by either definition) is $\{\varrho\, v_n\, h\}$.

The eddy flux of heat at the point has three natural components: one in the direction of n, one in the flow direction, and one in the horizontal direction normal to the flow direction. The vertical flux is the sum of the vertical components of the first two natural components of flux. As the first natural component is nearly vertical, it may be considered equal to its vertical component. Hence the unit-area vertical eddy flux of heat is the sum of $\{\varrho\, v_n\, h\}$ and of the vertical component of the unit-area eddy flux of heat in the flow direction. A representative value of $\{\varrho\, v_n\, h\}$ is 0.1 cal cm^{-2} min^{-1}. The unit-area eddy flux of heat in the flow direction differs according to the two definitions, as may be seen from (9), by the amount $-v_\varrho\, \{\varrho'\, h\}$, where $\bar{v}_\varrho$ is the magnitude

of the flow velocity $\boldsymbol{v}_\varrho = \{\varrho\, \boldsymbol{v}\}/\varrho$. Representative values of 5 m/s for $\bar{v}_\varrho$ and 0.5 C for the temperature fluctuation give (where T is absolute temperature, c_p is isobaric specific heat, and p is pressure)

$$-\{\varrho' h\} = -\{\varrho' h'\} = -c_p \{\varrho' T'\} = (p/0.286)\{(T'/T)^2\} \sim 10 \text{ dyne cm}^{-2},$$

so that

$$-\bar{v}_\varrho \{\varrho' h\} = 5 \times 10^3 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} = 0.007 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}.$$

The vertical component of this flux difference is insignificant.

III. Eddy Flux of Heat in a Variable Mixture of Two Constituents.

Actually the composition of the atmosphere varies. At any point the specific humidity q fluctuates, and this fluctuation is accompanied by an eddy flux of aqueous vapor. The unit-area eddy flux of vapor may be defined as $\{\varrho\, \boldsymbol{v}'' q\}$, with component $\{\varrho\, v_n'' q\}$ in the n direction. This flux is balanced by an equal and opposite flux of dry air. The condition (3) is not fulfilled, and there is no unique and generally meaningful formulation of convective flux of heat. In special cases the heat flux can be formulated in terms of the effect on some chosen system, but there is no general formulation in terms of only the conditions at a given point. The eddy flux of heat can sometimes be formulated in a practically satisfactory way, but an arbitrary constant is always involved and must be chosen within reason. The fluxes of sensible heat and latent heat will be discussed, but they are found to be not fully separable.

A two-constituent mixture is considered, at first in general. Let the proportions by mass of constituents 1 and 2 be P_1 and $1 - P_1$. Let the specific enthalpies of the separate constituents be h_{1a} and h_{2a}, which are measured from arbitrary states 1a and 2a of zero enthalpy. If the enthalpy of the mixture equals the sum of the enthalpies of the separate constituents, the specific enthalpy of the mixture is

$$h_a = P_1 h_{1a} + (1 - P_1) h_{2a}. \tag{10}$$

The unit-area eddy flux of enthalpy in the n direction is

$$\{\varrho\, v_n'' h_a\} = \{\varrho\, v_n'' [P_1 h_{1a} + (1 - P_1) h_{2a}]\}. \tag{11}$$

If the two states of zero enthalpy are differently chosen, the specific enthalpies of the constituents being h_{1b} and h_{2b}, the unit-area eddy flux of enthalpy becomes

$$\{\varrho\, v_n'' h_b\} = \{\varrho\, v_n'' [P_1 h_{1b} + (1 - P_1) h_{2b}]\}.$$

The difference is

$$\{\varrho\, v_n'' h_b\} - \{\varrho\, v_n'' h_a\} = [(h_{1b} - h_{1a}) - (h_{2b} - h_{2a})]\{\varrho\, v_n'' P_1\}. \tag{12}$$

It is seen that, as the constant in brackets is arbitrary, the eddy flux of enthalpy is undetermined as long as there is an eddy flux of the separate constituents ($\{\varrho\, v_n'' P_1\} \neq 0$).

Returning to the consideration of air, both constituents are treated as perfect gases with constant isobaric specific heats, c_{pd} for dry air

and $c_{p\mathrm{w}}$ for aqueous vapor. The specific enthalpies of the separate constituents may be written

$$h_{\mathrm{d}} = c_{p\mathrm{d}} (T - T_{0\mathrm{d}}), \quad h_{\mathrm{w}} = c_{p\mathrm{w}} (T - T_{0\mathrm{w}}) + L_0, \tag{13}$$

where T is temperature (on any predetermined scale) and $T_{0\mathrm{d}}$ is the arbitrary temperature at which the enthalpy of dry air is zero. The specific enthalpy of aqueous vapor is written to include the latent heat, $T_{0\mathrm{w}}$ being the arbitrary temperature at which the enthalpy of liquid water is zero and L_0 being the latent heat of vaporization at this temperature. The specific enthalpy of the mixture is

$$h = (1 - q)\, h_{\mathrm{d}} + q\, h_{\mathrm{w}}. \tag{14}$$

The resulting unit-area eddy flux of enthalpy in the n direction is

$$\{\varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, h\} = c_{p\mathrm{d}} \{\varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, (T - T_{0\mathrm{d}})\} + \{[c_{p\mathrm{w}} (T - T_{0\mathrm{w}}) - c_{p\mathrm{d}} (T - T_{0\mathrm{d}})]\, \varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, q\} + L_0 \{\varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, q\} \tag{15}$$

(which can be rearranged in a variety of ways). Of the three terms on the right, the first is independent of the constant $T_{0\mathrm{d}}$, but the other two depend on an arbitrary constant.

In trying to separate the right side of (15) into fluxes of sensible heat and latent heat, one might think that the second term belongs entirely to the flux of sensible heat. The second and third terms, however, both depend on the arbitrary constant $T_{0\mathrm{w}}$ and therefore are not fully separable in physical interpretation. If the arbitrary constants $T_{0\mathrm{d}}$ and $T_{0\mathrm{w}}$ are sufficiently close to the average temperature, the second term is small and may be neglected in practice. The term is not small, however, if $T_{0\mathrm{d}}$ and $T_{0\mathrm{w}}$ are given extreme values like absolute zero.

If the second term on the right of (15) can be neglected, the unit-area eddy flux of sensible heat is given by the first term, $c_{p\mathrm{d}} \{\varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, (T - T_{0\mathrm{d}})\}$. The unit-area eddy flux of latent heat is given by the last term, $L_0 \{\varrho\, v_{\mathrm{n}}''\, q\}$, which depends on $T_{0\mathrm{w}}$. It is advantageous to choose $T_{0\mathrm{w}}$ to be close to the temperature of the water surfaces where evaporation and condensation occur [*5*, p. 270; *6*].

IV. Nonuniform Geopotential.

It has been tacitly assumed in the preceding sections that geopotential is essentially uniform over the surface through which the flux is computed. If geopotential is not uniform, the convective heat flux may well be identified not with the flux of enthalpy alone as in (2) but with the quantity

$$\int_A \varrho\, v_{\mathrm{n}}\, (h + \Phi)\, \delta A, \tag{16}$$

where Φ is geopotential.

Let A be a vertical surface extending around the earth at constant latitude and from the bottom of the ocean to the top of the atmosphere, and let v_{n} be the horizontal poleward component of velocity. Suppose there is a direct thermal circulation: equatorward flow at low levels

and poleward flow aloft, the air in the poleward flow being potentially warmer but actually colder. The flux of mass, (1), is close to zero, at least if a mean is taken over a sufficient time. The poleward flux of enthalpy, (2), is negative. The poleward flux of $h + \Phi$, (16), is positive and represents the poleward flux of energy (kinetic energy being neglected).

It is merely a matter of definition whether (2) or (16) is called the heat flux. If one wants to think of a direct thermal circulation as carrying heat from the warm source to the cold source, he must choose (16).

Acknowledgement.

The author has enjoyed the benefit of correspondence on part of this material with Mr. W. C. Swinbank, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Australia, who first showed the relation (9) and the practical identity of the vertical heat fluxes by the two definitions.

References.

1. Defant, Albert: Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. Grundzüge einer Theorie der Klimaschwankungen. Geograf. Ann. **3**, 209–266 (1921).
2. Hesselberg, Th.: Die Gesetze der ausgeglichenen atmosphärischen Bewegungen. Beitr. Phys. fr. Atmos. **12**, 141–160 (1925).
3. — Untersuchungen über die Gesetze der ausgeglichenen Bewegungen in der Atmosphäre. Geofys. Publ. **5**, no. 4, 30 pp. (1928).
4. Miller, J. E.: Energy equations. Compendium of meteorology, pp. 483 to 491 (1951).
5. Montgomery, R. B.: Vertical eddy flux of heat in the atmosphere. J. Meteorol. **5**, 265–274 (1948).
6. — Vertical convective heat flux. Quart. J. R. meteor. Soc. **77**, 675–678 (1951).
7. Priestley, C. H. B.: Heat transport and zonal stress between latitudes. Ibid. **75**, 28–40, 430–434 (1949).
8. Priestley, C. H. B. and P. A. Sheppard: Reviews of modern meteorology – 7. Turbulence and transfer processes in the atmosphere. Ibid. **78**, 488–529 (1952).
9. Swinbank, W. C.: The measurement of vertical transfer of heat and water vapor by eddies in the lower atmosphere. J. Meteorol. **8**, 135–145 (1951).
10. — The measurement of the vertical transfer of heat, water vapor, and momentum by eddies in the lower atmosphere, with some results. Geophys. Res. Pap. **19**, International symposium on atmospheric turbulence in the boundary layer, Massachusetts Institute of Technology, pp. 355–367 (1951).
11. Van Mieghem, Jacques: Les équations générales de la mécanique et de l'énergétique des milieux turbulents en vue des applications à la météorologie. Inst. R. météor. Belg., Mém. **34**, 60 pp. (1949).
12. — Application of the thermodynamics of open systems to meteorology. Compendium of meteorology, pp. 531–538 (1951).
13. White, R. M.: The meridional flux of sensible heat over the northern hemisphere. Tellus **3**, 82–88 (1951).

551.511

(Geophysics Research Directorate, Air Force Cambridge Research Center, Cambridge, Mass.)

A Study of the Mass, Momentum and Energy Budget of the Atmosphere.

By

Heinz Lettau.

With 8 Figures.

Abstract. Production and expenditure rates in the terrestrial budget of various air properties (mass of precipitable water and carbon dioxide, zonal and root mean square momentum, heat, and entropy) are studied. The discussion is based on graphs and diagrams which illustrate the global radiation and heat budget, dynamical energy forms and conversions, hydrologic and carbon dioxide cycles, and meridional cross sections of mass, momentum, heat, and entropy budget terms. A comparison of atmospheric property holdings with expenditure rates results in a fictitious interval of time required to annull the holdings. For momentum, precipitable water, and heat this interval of time has the order of magnitude of 10^0, 10^1, and 10^2 days, respectively.

Zusammenfassung. Es werden die Einnahme- und Ausgabeposten beim terrestrischen Haushalt verschiedener Eigenschaften der Luft (Wasserdampf und Kohlensäure als Beispiele von Masseneigenschaften, ferner zonal-vektorieller und skalarer Impuls, Wärme und Entropie) untersucht. Die Diskussion wird durch graphische Darstellungen und Diagramme unterstützt, welche folgende Größen veranschaulichen: den globalen Strahlungs- und Wärmehaushalt, dynamische Energieformen und ihre Umwandlungen, Wasserkreislauf und Kohlensäurekreislauf, sowie Bilanzposten der Massen-, Impuls-, Wärme- und Entropiebilanz in Meridionalschnitten. Eine Vergleichung des Gehalts der Atmosphäre an verschiedenen Eigenschaften mit ihren Verlusten liefert ein fiktives Zeitintervall, in welchem die Reserven aufgebraucht würden, wenn kein Ersatz nachgeliefert würde; die Größenordnung dieses Zeitintervalles ergibt sich zu 10^0, 10^1 und 10^2 Tagen für Impuls, Wasserdampf und Wärme.

Résumé. L'auteur étudie la production et la dépense dans le bilan terrestre des différentes propriétés de l'air (la vapeur d'eau et le dioxyde de carbone comme exemples de propriétés de masse, puis la quantité de mouvement zonale-vectorielle et scalaire, la chaleur et l'entropie). Des graphiques illustrent la discussion qui représentent les grandeurs suivantes: économie globale de

la radiation et de la chaleur, formes dynamiques de l'énergie et leurs transformations, cycles hydrologique et du dioxyde de carbone, ainsi que les composantes du bilan des masses, de la quantité de mouvement, de la chaleur et de l'entropie en coupes méridionales. La comparaison du contenu des diverses propriétés dans l'atmosphère avec leurs pertes est fournie par un intervalle de temps fictif, pendant lequel les réserves seraient épuisées, au cas où leur renouvellement ferait défaut; l'ordre de grandeur de cet intervalle résulte à 10^0, 10^1 et 10^2 jours respectivement pour la quantité de mouvement, la vapeur d'eau et la chaleur.

I. Introduction.

The aim of this article is to discuss certain gross aspects of *the terrestrial balance of the prominent atmospheric properties, such as masses, momentum, and energy*. Since no new empirical data are presented here the main objective of the discussions is a *synopsis*, or general review of results already in existence. Although the author has devoted considerable time and effort in trying to collect a bibliography of pertinent publications it must be said that a complete coverage of the field could by no means be achieved. In spite of this it is hoped that the discussions may serve to stimulate thinking about atmospheric budget problems, perhaps from a broader viewpoint than customary.

The main results of the discussions have been presented in the course of the October 1953 meetings of the "Deutsche Meteorologische Gesellschaft" in Berlin.

II. Global multi-annual mean of the atmospheric energy budget.

The sun's radiation represents the ultimate driving force of all atmospheric processes. Therefore, it appears natural to begin with a discussion of the transformations of radiational energy in the atmosphere. We assume a solar constant of 1.94 ly/min ("ly" is the abbreviation for the unit of 1 Langley = 1 cal/cm^2 = 1000 millical/cm^2 = 1000 mly). It must be said that the above value of the solar constant has recently been disputed as being too small. Rocket measurements appear to indicate that the true value is above 2.0 ly/min. The problem is still open; reference is made to Fritz (1951).

Fig. 1 illustrates the global and multi-annual averages of the terrestrial heat budget in relative units. To the best of the author's knowledge the first illustration of this type has been given by Dines (1917). A second more widely known picture originated from Alt (1929). Other investigators have since followed suit, among whom we find Baur and Philipps (1935, 1936), Möller (1936, 1950), Willet (1944), Albrecht (1949), and Falckenberg and Schnaidt (1952). Although 37 years of research have passed since Dines' original discussion some of the items numerically presented in Fig. 1 are still open to considerable quantitative uncertainty. A conservative estimate of the uncertainty is $\pm$ 2 relative units, approximately. Therefore, the items which contribute less than one relative unit are considered insignificant and denoted by ε in Fig. 1.

The numerical values listed in Fig. 1 do not correspond entirely to the scheme of any one authority. A simple rule was followed in attributing the positive and negative signs. Plus means always a gain, minus a loss of heat for the region in which a number is written. As indicated at the left margin of Fig. 1 we distinguish three regions: the atmospheric region, the space region, and the hydro-lithosphere or earth region.

Other differences between our and similar illustrations in the literature are the following:

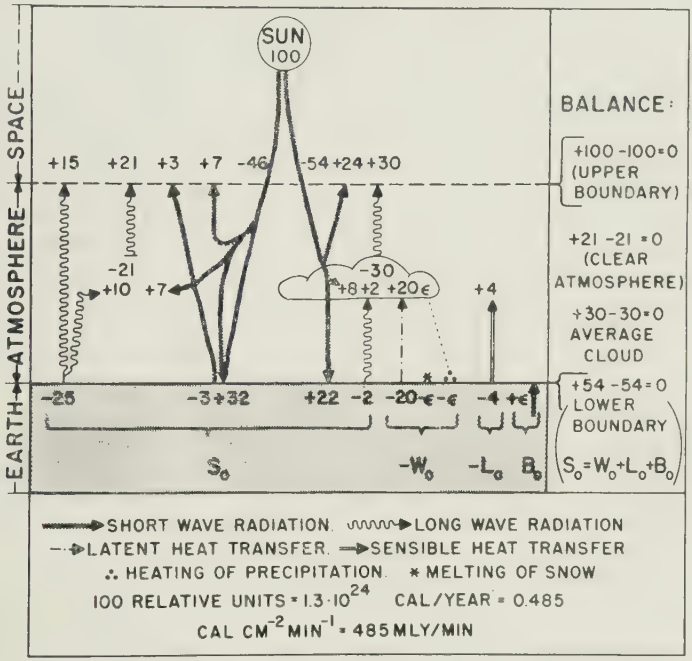


Fig. 1. Global multi-annual mean of heat budget terms in the atmosphere and at its boundaries.

(a) According to Brooks (1927) the average cloudiness over the earth is 0.54. This ratio was used to split the solar energy flux into a part which hits cloud surfaces and another which penetrates clear air. With the aid of Fig. 1 one confirms readily that we assumed the following averages of short-wave albedo: 0.34 for the entire upper surface of the atmosphere or, the planetary value; $24/54 = 0.44$ for the average cloud, and $3/32 = 0.09$ for the earth/air interface. The majority of previous investigators based their calculations on a planetary albedo value in the vicinity of 0.43; Dines' (1917) estimate of 0.50 and Möller's (1950) of 0.35 denoting the previous extremes. Like Möller we based our value on Fritz's (1949, 1951) re-examination of existing cloud albedo

measurements; see also Möller (1953). Fritz (1949) showed that 0.50 is a more reasonable value for the average cloud albedo than Aldrich's 0.78 value assumed before. We went somewhat farther with the reduction of the older albedo value. The motivation is given below in (d).

(b) It has not been considered before in illustrations of this kind that the "*average cloud*", or better the "*middle cloudiness*" can satisfy a balanced heat budget within the over-all picture of the total balance. One should avoid a possible mis-interpretation. The "*average cloud*" and "*clear atmosphere*" do not denote conditions pertaining to climatic zones of high or low average cloud cover. A global average means that atmospheric conditions from all climatic zones are projected into a vertical column no matter how small the cross section of the column is chosen. Consequently, any transfer processes in the direction parallel to the earth/air interface add up to zero and vertical transfer processes only need to be considered. The flux of latent heat (which originates at the earth/air interface and ends in the middle cloudiness producing precipitation at an average rate which equals that of evaporation) must be compensated by other vertical energy fluxes. These are short-wave radiation absorbed in the cloud, and loss and gain of long-wave radiation at the upper and lower cloud surface. The last items were estimated on the basis of computations by Albrecht (1949) and London (1952). It may be noted that we followed Möller's (1936, 1950) suggestion inasmuch as long-wave radiation between ground and atmosphere or cloud is presented as net value rather than separated into up and down going constituents.

(c) For completeness the hydrologic cycle is indicated in Fig. 1, although the heat effects of the returning branch, that is, of precipitational transport and transformations, are negligible on a global average. In Albrecht's (1940) study of the heat budget terms of the earth/air interface for a variety of climatic zones the heating of precipation was found significant only in Batavia as prototype of a tropical station, where relatively cold rains occur frequently during the hot time of the day. Melting of snow can be important in the arctic and subarctic zone. The global insignificance of these effects is explained by the relative smallness of both: the specific heat of water and the latent heat of fusion of ice in comparison with the latent heat of evaporation. The majority of previous investigators assumed the heat equivalent of global evaporation or precipiation = 23 relative units. Willett (1944) and Albrecht (1949) gave 18 relative units. The motivation for our value of 20 relative units shall be discussed in Section 4.

(d) One readily verifies that on Fig. 1 a total of four elementary surface budgets are perfectly balanced, in addition to the balances listed at the right margin of Fig. 1. The four supplementary balances refer to the upper and lower boundary of the atmospheric region above and below the clear air and the middle cloudiness. It is agreed that one can hardly expect *a priori* satisfaction of such special conditions. However, after the heat budget of the middle cloudiness was established with

the aid of the cloud albedo of 0.50 as given by FRITZ (1949) it was found that a relatively slight further downward adjustment of the average cloud albedo to 0.44 did produce the above result. The author decided to make this adjustment which of course is somewhat artificial and open to criticism. The argumentation can only theoretically be supported by thoughts along the lines of the discussion in (b) and considering that the sensible heat transfer is largely an affair of clear air conditions so that it does not contribute significantly to the budget of the average cloud.

(e) Sensible heat is assumed to be transferred from the earth/air interface towards the atmosphere. Previous investigators–with the exception of DINES (1917), ALBRECHT (1949), and MÖLLER (1950)–considered an average sensible heat flux in the opposite direction. The ground-to-air direction of this item can be motivated by the results of recent detailed heat budget analyses for the earth's surface. Reference is made to ALBRECHT (1940) who studied conditions at meteorological observatories and stations typical for a great variety of climatic zones (continental and maritime), and JACOBS (1951) who investigated the heat budget of ocean surfaces using detailed climatic maps. The assumption that the average sensible heat flux should be directed towards the ground became known under the name of "Schmidt paradox" since it was propagated on theoretical grounds by W. SCHMIDT (1921, 1928), and opposite to the older generally accepted empirical concept of average heat conduction from the ground to the atmosphere. SCHMIDT apparently underestimated the extent of terrestrial zones with upward directed heat flux and did not sufficiently appreciate that the product of separately averaged values of the mass exchange coefficient and the vertical temperature gradient can differ decisively from the average product of instantaneous values of the two quantities. Reference is made to the discussion of the SCHMIDT paradox by the author (1939, 1941). Other objections against SCHMIDT's result have been raised. We refer to SCHMITZ (1946), and the long discussion between ERTEL and PRANDTL as summarized by the author (1948).

(f) The heat budget equation of the earth/air interface is explicitly written, in the lower part of Fig. 1, as formulated by ALBRECHT (1940) and re-formulated by the author (1952). This necessitates that certain terms, although insignificant for the over-all global budget (for example, heat conduction from the earth's interior to the surface, melting of winter snow cover, heating of precipitation) are indicated on the graph.

In summarizing, the numerical values given on Fig. 1 are by no means final. Continuing empirical work will gradually produce more realistic figures than are now available. One refinement will be the division of the atmospheric region into global subregions. An interesting approach in this direction has been made by WILLETT (1944) by separating the budget terms of troposphere and stratosphere.

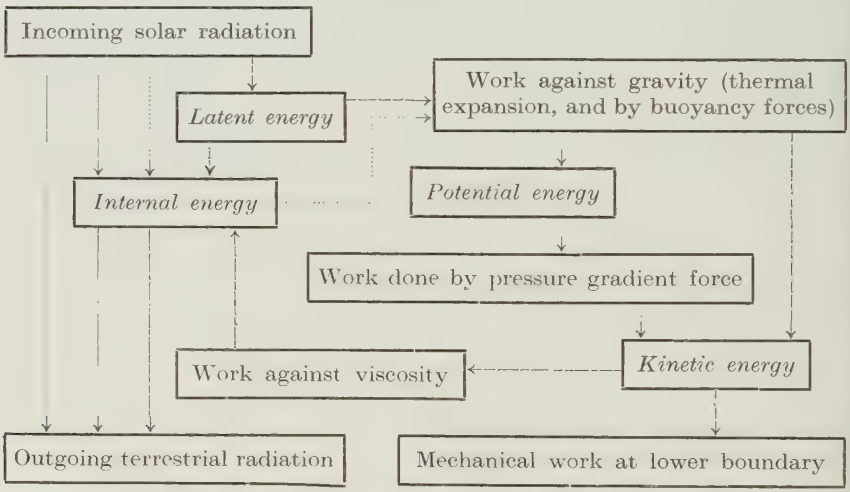
Like any other authority we have assumed a perfect balance; the over-all rate of expenditures equals the income. In terms of global

averages for one or a few decades this appears to be the proper point of view. The discussion of possible long-term climatic changes is another problem. In this article the "*holding*", that is, *the total heat energy contained in the whole atmosphere*, is assumed to be a constant. The value of this constant was immaterial for the study of the above nature. However, it shall become significant in Section 6 of this article.

III. Mechanical energy transformations in relation to the global radiational and heat budget.

In an illustration of the type of Fig. 1 no item refers directly to mechanical energy forms and their conversions. In order to supplement Fig. 1 we have composed a block diagram of atmospheric energy forms and transformations including potential and kinetic energy. Reference is made to Chart 1, which is self-explanatory. From an inspection of this block diagram we arrive at what one may call a "*kinetic energy cycle*" of the atmosphere. This leads us to a fundamental problem, namely, the manner in which atmospheric motions, especially the general circulation is maintained against the dissipative effect of friction.

Chart 1. *Scheme of Fundamental Energy Transformations in the Earth's Atmosphere.*



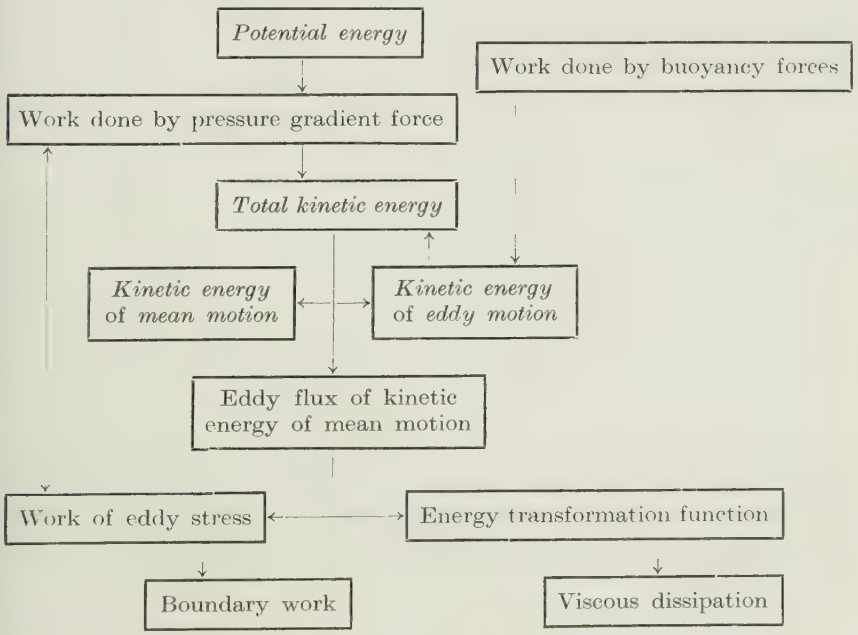
Incoming radiation is the ultimate driving force of atmospheric motions. Energy conversions from short to long-wave radiation which do not contribute to the dynamics of the system are indicated by the full lines on Chart 1. The dynamically important conversions involve sensible and latent heat forms and follow the dotted and dashed lines on Chart 1. When the latter cease to have distinguishable effects the following transformations are indicated by the dash-dot lines. Once a motion is set up the earth's surface receives heat controlled by the

rate at which kinetic energy is dissipated through the action of viscosity. This gives a temperature rise and a temperature gradient away from the surface, which in turn pushes energy back out through conduction. Corresponding terms are seldom considered in a presentation similar to Fig. 1. This is explained by the relative smallness of dissipation rates. Furthermore, a satisfactory appraisal requires a study of meridional cross sections rather than global means. We return to this point in Section 5 of this article.

HAURWITZ (1949) has made a critical survey of literature. He finds that the first substantial theoretical investigations of the various forms of mechanical atmospheric energy were made approximately 50 years ago by MARGULES; considerably later REFSDAL (1933) discussed the problems and gave a classification of the various forms and transformations of atmospheric energy; a simpler classification was given by BRUNT (1941). We may add that EADY (1950) investigated the mechanism by which surface friction is "geared" to motion above the frictional layer, and summarized his thoughts in form of a chart illustrating heat and energy transfer in the atmosphere.

Our Chart 1 does not correspond entirely to the scheme of any of the above mentioned authors. In Chart 1 we have not distinguished between kinetic energy of mean motion and eddying motion. This is a very important distinction when atmospheric energy transformations are considered. Therefore, we supplemented Chart 1 by Chart 2.

Chart 2. *Scheme of Dynamical Energy Transformations in the Atmosphere.*



The basis for the understanding of Chart 2 is the separation of a mean motion from the instantaneous motion. This is achieved with the aid of an averaging process, that is, by forming a climatological mean, either as a time average and/or a zonal or global average of observed motions. We define the *eddy motion* as the difference: instantaneous minus mean motion. Without difficulty we obtain the kinetic energy of the mean motion and the average kinetic energy of the eddy motion by forming the squares of the pertinent velocity components.

A complete study of the dynamics of the system requires the investigation of the Lagrangian derivative of energy, that is the individual or total rate of change when one follows the motion. In eddying fluids the average of the Lagrangian derivative of instantaneous kinetic energy equals the sum of more than two terms. The first and second are the Lagrangian derivatives of mean-motion kinetic energy, and of the average of the kinetic eddy energy. The additional terms are a consequence of the non-linearity of the advection expression in the Lagrangian derivative. Most important among these terms is the three-dimensional divergence of the eddy flux of mean kinetic energy. Although these thoughts are rather elementary we wanted to outline briefly the developments, without mathematical formulation. A complete discussion can be found in the text books of fluid dynamics; reference can also be made to a recent article of the author (1954).

Two new items appear on Chart 2, the "*energy transformation function*" and "*work of eddy stress*". These terms represent the two constituents of the divergence of the eddy flux of kinetic energy of mean motion. This flux can be expressed as the scalar product of eddy stress vector times the wind vector. Therefore, the first constituent of the divergence is the product of eddy stress and wind shear. ERTEL (1943) has called this product the "First dissipation function". The second constituent is the product of wind and an eddy stress derivative and gives thus the work done by the eddy frictional force. The latter represents also the agency through which mechanical work at the lower boundary is done. Examples of such boundary work are wind driven ocean currents, drift and packing of ice, wind erosion, wind damages, etc.

When one follows the arrows which denote possible conversions on Charts 1 and 2 one sees that we can truly speak of a kinetic energy cycle in the atmosphere. That atmospheric energy transformations are more complicated than simple "one-way" transfer processes has been illustrated also by REFSDAL's (1933) diagram. In wind tunnel investigations concerning energy transfer one usually finds a kinetic energy "cascade" rather than a cycle. The difference between the two concepts may serve to explain the considerable disagreement prevailing in the meteorological literature as regards dynamical energy transformations. It is very interesting to note that there appears to exist a gradual shift of emphasis during the last two decades as regards the role which eddy motions play in atmospheric energy transformations. In brief, the shift is from "cascade" to "cycle".

We begin with JEFFREYS (1926) who suggested that the disturbances are only the irregularities inevitable in any circulation when skin friction over the earth's surface is taken into account. Correspondingly, BRUNT's (1941) classification of energy transformations in the atmosphere indicates no possible conversion of turbulence energy associated with eddies into kinetic energy of the general circulation. Expansional work was considered by NEIS (1943) the only important process which can produce kinetic energy in the atmosphere. STARR (1948) assumed that the intensity of the primary source of horizontal kinetic energy is equal to the pressure multiplied by the horizontal divergence of the wind, so that anticyclones are of primary importance in producing kinetic energy for the general circulation. One can say that in the above references the „cascade" concept dominated. A change was indicated by ROSSBY (1949) who considered that the conversion of the potential-energy supply of the atmosphere into motion may to a large extent occur in local baroclinic circulation patterns. More recently, STARR (1953) stated quite definitely that the disturbances in the atmosphere produce kinetic energy of mean zonal motions, and not the reverse as has been with few exceptions generally supposed in the past. KUO (1951) and LORENZ (1953) have also pointed out that the disturbance kinetic energy may represent an important source of the mean-flow kinetic energy. ARAKAWA (1953) emphasized also the process of conversion of the eddy kinetic energy into kinetic energy of mean rotating motion in the storm region of typhoons.

Most noteworthy among the early advocates of disturbances as essential components of the mean flow or, the general circulation, are EXNER (1925) and A. DEFANT (1921, 1926). Especially noteworthy are the contributions of both authors towards clarification of the important role which large scale eddies play as agencies of meridional transfer of momentum and heat. We shall return briefly to the meridional transfer problem in Section 5 of this article.

In summarizing, Charts 1 and 2 represent a qualitative supplement of Fig. 1. It is suggested that, for the conversion of solar energy into dynamical energy forms, buoyancy forces or local baroclinic circulation cells produce kinetic energy directly, parallel with the creation of kinetic energy via potential energy through work of expansion. Eddy fluxes of kinetic energy of mean motion are very important in the atmosphere and complicate the existing energy conversions by producing kinetic energy cycles. Finally, kinetic energy is dissipated. Some quantitative considerations of the dissipation rate in the atmosphere shall be given in Section 5.

IV. Examples of mass budget studies: Hydrologic cycle and carbon dioxide cycle.

The relative stable chemical compounds H_2O and CO_2 owe their meteorological importance to their particular selective absorbing and emitting of radiation energy, and their relatively rapid cycles of replace-

ment through geophysical and biological processes. H_2O is more abundant in the atmosphere than CO_2, and is especially important because it undergoes readily all possible changes of phase, that is, it appears as gas, liquid, and solid. These phase changes involve heat conversions of great significance for the global heat budget of the atmosphere; see Fig. 1. Carbon dioxide is more of indirect importance for the energy budget. The main reason for our discussion is the fact that the CO_2 budget appears to represent the best understood example for one which is not perfectly balanced. The carbon dioxide content of the atmosphere

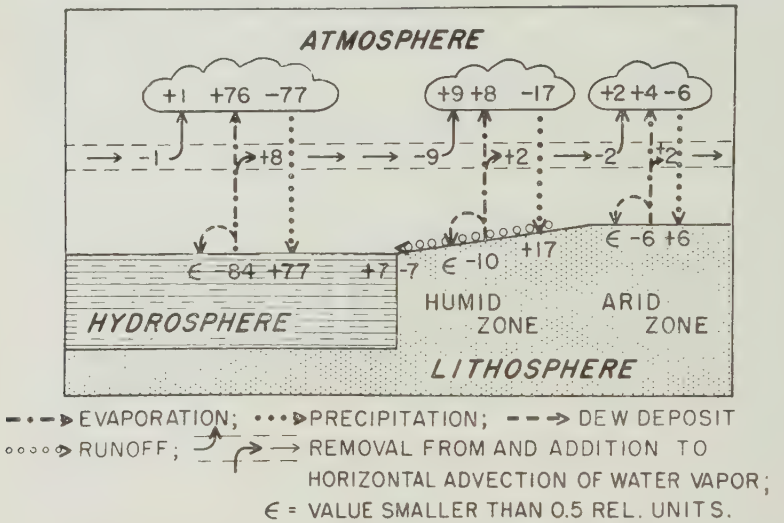


Fig. 2. Schematic diagram of the hydrologic cycle. 100 relative units = $4378 \cdot 10^{17}$ g H_2O per year, that is 85.7 g cm^{-2} year^{-1} or, 857 mm global annual mean of precipitation.

appears to give evidence of a definite gradual trend towards an increase during the past five decades; reference is made to GLUECKAUF (1951).

The hydrologic cycle describes the circulation of water as it enters the atmosphere by evaporation, predominantly from ocean areas, is precipitated to the earth, and ultimately returns to the oceans by surface and underground channels; reference is made to LINSLEY (1951). Many writers have attempted to evaluate the quantities of water involved in the meteorological, hydrological and oceanographic phases of the cycle. We can refer to REICHEL's (1952) excellent and rather exhaustive review of the problem in its present state and historical development, supplemented by discussion remarks from experienced hydrologists and meteorologists.

We have tried to illustrate the prominent meteorological features of the water exchange between continent and ocean areas on Fig. 2. Along lines introduced by WUNDT (1938) and elaborated, among others,

by KALLE (1943) we distinguish between humid and arid land that is, with or without run-off, and have taken into account that the air is not completely dried out when leaving the land and returning to the oceans. It may be a novel feature that the hydrologic cycle is studied in relative units on the basis of the global multi-annual mean of precipitation. This fascilitates a comparison between Figs. 2 and 1. Furthermore, it is suggested on Fig. 2 that three elementary types of cycles be distinguished. They are the short vertical cycle of evaporation and dew deposition involving the atmospheric boundary layer, the long vertical cycle of evaporation and precipitation involving the troposphere, and the large horizontal cycle of advection of air moistened or dried out in the course of the general circulation. Although the first type may have local significance its contribution on a global scale was found negligible.

For completeness, a run-off from humid to arid land could have been indicated on Fig. 2. However, the contribution of this item was found negligible.

Inspection of the literature shows that considerable disagreement prevails as regards the true value of total precipitation over the earth. This statement parallels that at the beginning of Section 2 referring to the disputed value of the solar constant. Since we shall need for some of the discussions in Section 5 the meridional distribution of zonal means of rainfall, we used MEINARDUS' (1934) tabulation of precipitation data between parallels of latitude. MEINARDUS' values have been disputed as being too large for the oceans; reference is made to ALBRECHT (1949) and REICHEL (1952). It was decided to multiply the MEINARDUS data for the oceans by a constant factor of 0.82. This produced a total volume of precipitation of $4378 \cdot 10^{17}$ cm^3/year $= 857$ mm global annual mean of precipitation. The volume of evaporation from land surfaces was estimated for 15 deg latitude zones by employment of the empirical functions between precipitation, run-off and mean temperature as summarized by FRIEDRICH (1952), and subsequent smoothing of the resulting latitudinal variation of evaporation per unit land area. The volume of evaporation from ocean areas between parallels of latitude was averaged from rates determined by four different methods as reviewed and tabulated by SVERDRUP (1951). Putting together all information we arrived at the equivalent of 86 cm/year evaporation on the global average. This value was used in Fig. 1; reference is made to Section 2 (c).

There are parallels and dissimilarities between the hydrologic and carbon dioxide cycles in the atmosphere. According to RANKAMA and SAHAMA (1950) the total mass of CO_2 in the atmosphere is $23 \cdot 10^{17}$ g, compared to $138 \cdot 10^{17}$ g H_2O after SZÁVA-KOVÁTS (1947). Some principal features in the geochemical cycle of carbon dioxide are presented in Fig. 3. The illustration neglects certain phases of geochemical interest, thus simplifying the diagrams constructed by various authors, as summarized by KALLE (1943) and RANKAMA and SAHAMA (1950). The main dissimilarities follow from the relative slow turnover of CO_2 which shall be discussed in Section 6. This is due to the non-existence of a liquid

CO_2 phase. Consequently, the long vertical cycle of water has no counterpart in the carbon dioxide budget. The short vertical CO_2 cycle is much more important than its H_2O counterpart. This is mainly due to biological processes occurring also in the hydrosphere. HUBER (1952) has collected interesting data which illustrate the small scale vertical mass exchange of CO_2 above continental vegetation types.

Evidence of CO_2 production in excess of consumption has been discussed by various authors; reference is made to GLUECKAUF's (1951) review of the problem. Although the present rate of production excess

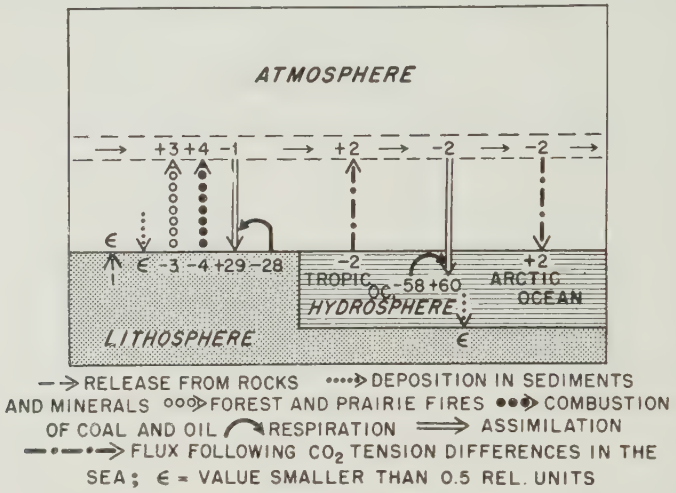


Fig. 3. Schematic diagram of carbon dioxide cycles in atmo-, hydro- and lithosphere. 100 relative units = $16 \cdot 10^{16}$ g CO_2 per year, that is 0.032 g cm^{-2} $year^{-1}$. Note that biological processes are dominant, particularly those of marine life. Balances: atmosphere, $+ 9 - 5 = 4$; lithosphere, $+ 29 - 35 = -6$; hydrosphere, $+ 62 - 60 = 2$; total, $+ 100 - 100 = 0$. The atmosphere gains $0.04 \cdot 16 \cdot 10^{16} = 0.64 \cdot 10^{16}$ g per year, or, $3.2 \cdot 10^{17}$ g per 50 years which corresponds to 14% of the estimated total CO_2 amount of $23 \cdot 10^{17}$ g in the entire atmosphere. For example, when 50 years before the average CO_2 density of the air was 0.00029, it is now 14% more, that is 0.00033.

—which we attributed in Fig. 3 to the combustion of coal and oil, that is, to modern civilization—may continue or increase, geochemicists believe that the increase of atmospheric CO_2 content will gradually slow down, since the ocean will begin to absorb larger fractions than before.

In concluding this section, we want to point out that there are features presented in Figs. 1, 2, and 3 which are worthy of a simultaneous discussion in more detail than possible in this brief review. For example, the carbon dioxide increase can result in a significant change of mean temperature through affecting long-wave radiational fluxes, especially at upper cloud surfaces, whereupon precipitation may also change. We can refer to HEWSON's (1953) review and discussion of such possible interactions. The introduction of the heat budget of the middle cloudiness within

the over-all global balance may serve to clarify the existing interrelations between rainfall over the globe and independently observed or computed long-wave radiation fluxes.

V. Meridional profiles of atmospheric property budget constituents.

By averaging atmospheric property budget terms over the entire earth's surface, or hemispheres, we dispose of the interesting features of meridional and longitudinal variations. To restore important details we contrasted oceans versus continent areas in the study of the hydrologic and carbon dioxide cycles in Section 4. In doing so we have placed emphasis on longitudinal variations (although, in a somewhat loosely defined manner), of certain mass budget terms. More rigorously, we now want to discuss the meridional variations of atmospheric property budget terms. This places emphasis on existing differences between equatoreal, temperate and arctic zones and neglects differences between ocean and continent areas.

The representativeness of property budget items usually decreases in proportion to the area considered. Therefore, we base the following discussions on multi-annual averages taken for six zonal rings each having a width of 15 deg of latitude, so that they cover a hemisphere completely from equator to pole. To account for the poleward decrease of the surface area of these zonal rings (which is proportional to $\cos\varphi$, when φ = geographic latitude) we plot the dependent variables against the independent variable φ by employing a latitude scale which varies proportional to $\cos\varphi$.

Fig. 4 refers to conditions at the lower boundary of the atmosphere. The four curves exemplify meridional variations of net property transfer across the unit surface of the earth/air interface. The first curve at the left in Fig. 4 gives evaporation minus precipitation. The observational data underlying the curve have been discussed in Section 4. Since the global mean of evaporation equals that of precipitation, the total area bounded by the curve and the zero line equals zero. Positive and negative areas denote the zones where evaporation exceeds precipitation and vice versa. The role of the subtropical belt is clearly evident.

An interesting similarity exists between the first and the next curve which refers to the interchange of mean relative angular momentum between earth and atmosphere. A positive sign denotes that angular momentum is transferred from the interface towards the atmosphere and occurs in zones of average east wind component near the surface (that is to say, in zonal belts where the atmosphere rotates slower than the ground). The minus sign denotes downward directed transfer which accompanies average west wind components near the surface. The observational data underlying this curve are averages of the mean zonal flow (in the upper strata of the atmospheric boundary layer, substituted in some cases by the average zonal component of geostrophic winds from

mean isobaric maps for the surface) and the proportionality between the east-west component of ground drag and the product of density and the square of the zonal velocity component. The latter relation defines the resistance coefficient. The terms zonal frictional surface force, mean relative momentum transfer, or east component of mean ground drag can be used synonomously. We considered data evaluations by Widger (1949), Priestley (1951) and computations made by the author (unpublished) for land and ocean areas, employing variable resistance coefficients depending on the ratio defined by flow intensity divided by the product of the characteristic roughness length and the Coriolis

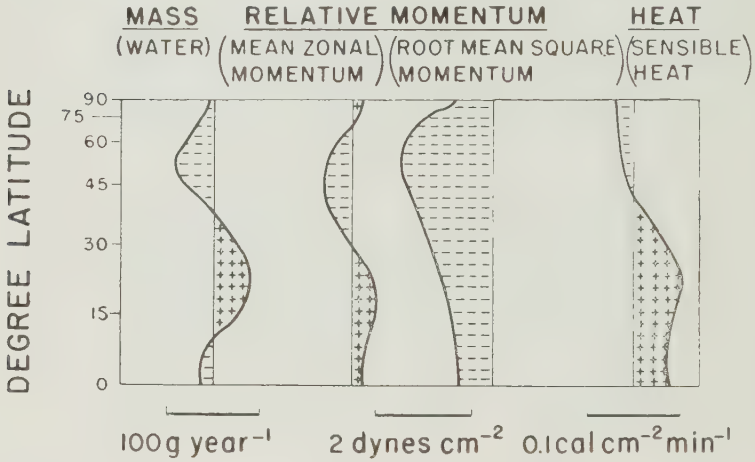


Fig. 4. Annual means of net property transfer across the unit surface area of the atmosphere's lower boundary at indicated latitude.

parameter. We disregarded Widger's values for low latitudes where his method appears to result in considerable over-estimates of zonal drag.

Although empirical evidence is disputable it is concluded that within tolerable limits of accuracy the global mean of interchange of average relative zonal momentum between atmosphere and earth equals zero. That is to say, we assume no difference of rotation both sides the earth/air interface. Otherwise, one might expect a gradual slowing down of the earth's rotation. With the above conclusion we establish full similarity between the budgets of relative zonal momentum and mass of water, thus matching the principles of conservation of relative angular momentum with conservation of mass of water. In the literature we can find conflicting statements. To mention only a few examples, Palmén and Alaka (1952) emphasize the role of absolute angular momentum transfer for the budget of angular momentum in the zone between the equator and 30 deg N latitude. Arakawa (1953) points out the unlikeliness of conserva-

tion of absolute angular momentum, in comparison with absolute vorticity. EADY (1950) states that angular momentum is not even approximately conserved during motion, but rejects also the hypothesis that the vertical component of absolute vorticity is conserved.

There exist meteorological elements for which the global mean of transfer across the earth/air interface is significantly different from zero; reference is made to the two remaining curves on Fig. 4. The "root mean square momentum" is approximately equal to mean density times the average of scalar wind velocity in the upper part of the boundary layer. Since the positive sign denotes an upward transfer we find that the earth receives everywhere root mean square momentum. Namely, any motion relative to the earth/air interface is accompanied by a momentum transfer following the velocity gradient, that is in the downward direction, owing to the boundary condition of zero (or, near-to-zero) wind velocity at the surface. Irregularity of direction excludes interference with the earth's rotation as in the case of the zonal momentum component considered above.

Numerical values of the root mean square momentum transfer are based on data presented by KEIL (1952) (values at 1000 m above ground in KEIL's tables of annual means of the wind velocity at a variety of aerological stations) and by BROOKS and collaborators (1950) (maps of root mean square winds for the 700 mb surface). Continental and oceanic areas were analysed separately considering resistance coefficients depending on the factors mentioned before.

The last curve on Fig. 4 refers to the transfer of sensible heat into the atmosphere. The global mean of this item was used in Fig. 1. As pointed out in Section 2 this curve was based on investigations by ALBRECHT (1940) and JACOBS (1951). In order to explain the characteristics of the two curves on the right of Fig. 4 it is of advantage to discuss Figs. 5 and 6.

The meridional cross section in the upper half of Fig. 5 illustrates how absorbed short-wave radiation, net long-wave radiation, heat equivalent of precipitation, and sensible heat conduction act together in establishing the heat budget for six 15-deg zones of the main layer of weather activity; that is, approximately the lower half of the troposphere. The observational facts and computational analyses underlying this cross section have been mentioned in Sections 2 and 4. In the process of matching the values for radiational transfer it was found possible to obtain a zero value for the global sum of all heat fluxes weighted by the size factor of $\cos \varphi$ of the zonal rings. In other words we have achieved a perfect balance for the hemispheric mean of this layer. This may be disputable since vertical exchange with the upper troposphere is possible where significant cold sources can occur.

The interesting feature illustrated on the lower half of Fig. 5 is that the heat fluxes weighted additionally by the factor T_m/T (where T = mean layer temperature in Kelvin of one of the six zonal rings, and T_m = global mean of the T values), add up to -2 Watts/m^2 which is significantly

different from zero. In the upper half of Fig. 5 the first law of thermodynamics is considered in the form that the total heat added is equal to the total heat radiated back out. In the lower half, the second law of thermodynamics is considered and results in a value for the efficiency of the atmospheric engine. We find the "boiler" of the engine essentially at low latitudes, the "condenser" at high latitudes. By introducing the

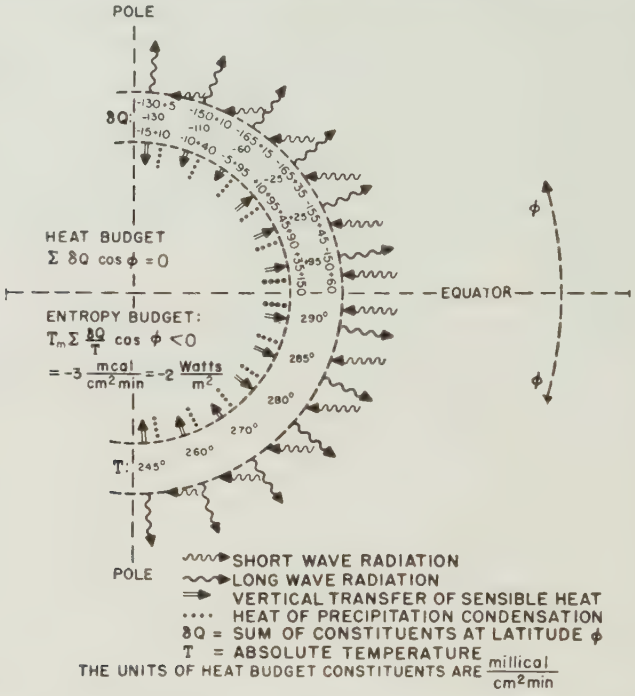


Fig. 5. Annual averages of the four principal heat budget constituents (and their sum δQ) for six zonal rings of 15 deg latitudinal width. The numerical values refer to the main layer of weather activity bounded above by the average top level of precipitation clouds.

second law of thermodynamics we are lead to a discussion of the entropy budget of the atmosphere. It is reasonable to assume that the entropy of the system remains constant. Therefore, the sum of the temperature-weighted heat changes must be compensated by an entropy gain produced by irreversible processes. They follow from the work done by the system, essentially by dissipation of kinetic energy; reference is made to Chart 1.

Fig. 6 illustrates the meridional distribution of zonal means of average wind velocity (root mean square wind) at the 700 mb surface, the resulting mean ground drag (excepting the reversed sign, this curve is the same as the third from the left on Fig. 4) and the dissipation of kinetic energy computed by the author (unpublished) on the basis of the two other

curves of Fig. 6. A global mean of the energy dissipation is 1.4 Watts/m². Since we have disregarded dissipation above the 700 mb surface and boundary work, the last figure is presumably too small. A complete consideration of all irreversible processes might perhaps double the above result. On the other hand, the value of — 2 Watts/m² derived from Fig. 5 is probably also an underestimate because we considered mean temperatures of the zonal rings, thus disregarding existing height dependencies of both temperature and heat conversions. All in all, it appears justifiable to conclude that the entropy budget of the layer considered is satisfactorily balanced involving energy rates of approximately 2 Watts/m² = 0.003 ly/min, which is 0.6 of the relative units defined in Fig. 1. For the global heat budget this value is rather insignificant and can be thought of as being absorbed in the item of sensible heat transfer to the atmosphere. For the entropy budget it is the decisive quantity, and also for the explanation of the third curve on Fig. 4.

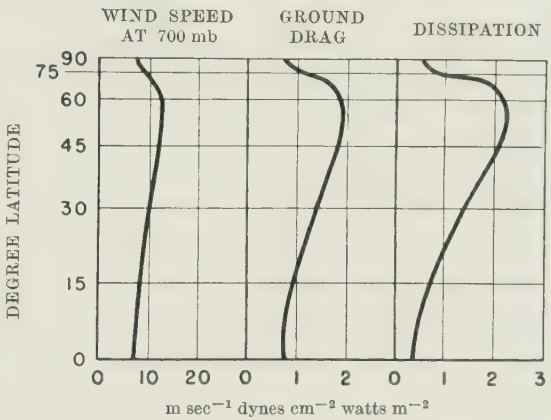


Fig. 6. Annual means of wind velocity at 700 mb, and ground drag, at indicated latitude. The two factors determine largely the dissipation of kinetic energy in the atmospheric boundary layer.

Before concluding this section we may list a few of the earlier studies of energy dissipation on a global scale in the atmosphere. Among the few attemps to discuss the efficiency of the atmospheric heat engine with the aid of the second law of thermodynamics we may mention the articles by Wulf and Davis (1952), and A. Defant and Ertel (1942) where a discussion of earlier work is given. More frequently, the problem has been approached by means of estimates of kinetic energy dissipation. Defant and Ertel showed that earlier estimates of dissipation rates by Margules, V. Bjerknes, Sverdrup, and Refsdal were too high, and assume an efficiency of the atmospheric engine of 0.66%. Brunt (1941) gives the more conventional value of 2%. Our value of 0.6% is very close to that found by Defant and Ertel.

Wulf and Davis (1952) have put forward the argument that one should consider as the basis for comparison not the total solar energy available, but the difference between radiation actually absorbed and that transported by the working substance from boiler to condenser. The proposed procedure would result in much higher efficiency values than discussed above. However, it introduces considerable uncertainty

as to what heating rate should be accepted for the computation. Besides clarification of theoretical backgrounds much more work of experimental nature concerning truly world-wide momentum and energy transfer studies appears desirable.

Finally, it may be noted that Figs. 4 and 5 lead us directly to the problem of meridional fluxes of mass, momentum, and heat. In order to make a global balance perfect under conditions of income not being compensated by expenditure on a local basis, a property transfer from predominant source to sink regions is a necessity. We may ask what agency accomplishes the transfer. In the hydrologic cycle as illustrated by Fig. 2 the principal agency is evidently the zonal general circulation. For property transfer in the meridional direction as required by the conditions illustrated on the left half of Fig. 4 it is generally accepted at the present time that advection in connection with mean meridional circulations cannot accomplish the task. The effective mechanism here is eddy transfer produced by the disturbances of the general circulation.

A. Defant (1921) was the first to compute the large-scale transfer of horizontal momentum with the aid of aerological wind data. He found the magnitude of such transfer in the lower troposphere over Central Europe of the order of 200 dynes/cm^2. The corresponding large-scale transfer of sensible heat was first evaluated on the basis of simultaneous aerological wind and temperature soundings by Möller (1935). Stimulated by the results obtained with the aid of a vastly extended network of high altitude radio soundings of temperature and wind during the last decade, the significance of such computations has lately been recognized more widely. Reference is made to Priestley (1949) and the systematic work by a school of American meteorologists. We refer, for brevity, to only a few of their recent articles: Starr and White (1952), and White and Cooley (1952). From the divergence of the total flux of zonal momentum Starr and White obtained the mean zonal ground drag between 13 and 31 deg N latitude equal to 0.53 dynes/cm^2. This value agrees to what one would read from our curve on Fig. 4 for the latitude belt considered, in spite of the entirely different basis of computation. Starr (1953) has also calculated the rate of dissipation of kinetic energy over the northern hemisphere employing the energy transformation function (see Chart 2) for meridional eddy stress. The result was a value of 0.2 Watts/m^2, one tenth of our value of dissipation in the boundary layer. This value must be considered as irreversible work done in layers above the boundary layer, in addition to what we have discussed in connection with the data presented in Fig. 6.

VI. Comparison of expenditure rates with holdings.

The "holdings" of atmospheric properties follow from the global, or zonal belt averages of an air property integrated with respect to height from bottom to top of the atmosphere. With respect to water and carbon

dioxide content we have mentioned such totals in Section 4. From the tables prepared by Száva-Kováts (1947) the mean holdings for the six 15-deg latitude rings were derived and the precipitable water content was plotted in Fig. 7. Since we want to compare holdings with expenditure rates we plotted also the mean rain intensity over the zonal belts, on the basis of data discussed in Section 4. Reichel (1949) has criticized Száva-Kováts' method of evaluating humidity measurements as yielding somewhat too large total water contents, and suggests a correction which reduces the Száva-Kováts data by approximately

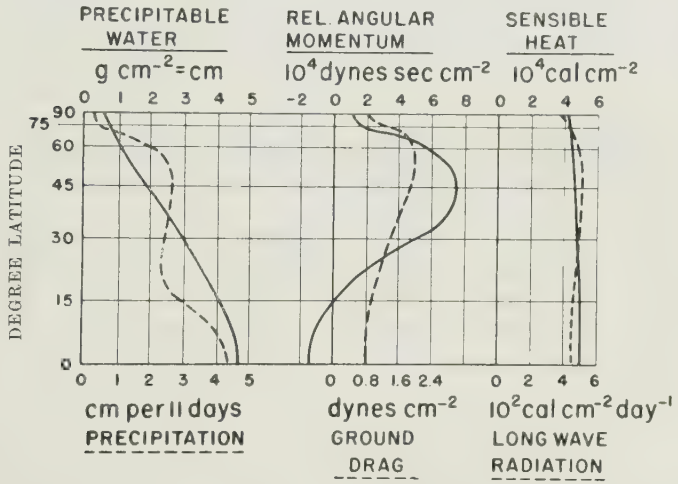


Fig. 7. Property integral from bottom to top of the atmosphere (full lines), and principal factor of property removal from the atmosphere (dashed lines), at indicated latitude.

10%, on the average. We disregarded such reductions since the magnitude of the correction is relatively small while the establishment of final values can only be based on future evaluations of direct aerological soundings from all parts of the globe.

The holdings of the atmosphere as regards relative angular momentum were derived from the results of a study by Mintz and Dean (1952). In a somewhat arbitrary manner we considered the root mean square momentum transfer through the atmospheric boundary layer towards the ground (see Figs. 4 and 6) the principal agency which deposes of angular momentum in the atmosphere. It would have been more exact to consider the holdings of root mean square momentum, but data were not available. An estimate of the relative importance of zonal motions in comparison with total motions indicated that the difference between the energy of the two cannot be very significant when total vertical columns are considered. It is hoped that future research work helps to improve the empirical knowledge of these items.

The sensible heat content of vertical columns was computed on the basis of mean temperature isopleths in a meridional cross section through the troposphere and lower stratosphere prepared by PENNDORF (1952). As the principal factor of heat removal we took outgoing long-wave radiation as calculated by LONDON (1952).

Note that on Fig. 7 the scales referring to meridional variation of expenditure rates (dashed lines, scales at the lower side) are chosen to fascilitate a comparison with the holdings (full lines, scales at the upper side). Fig. 8 illustrates the meridional variation of a ratio obtained when the total property amount present in a zonal ring of 15 deg latitude width is divided by the expenditure rate given by the principal factor of removal. The result is a fictitious interval of time which can be interpreted

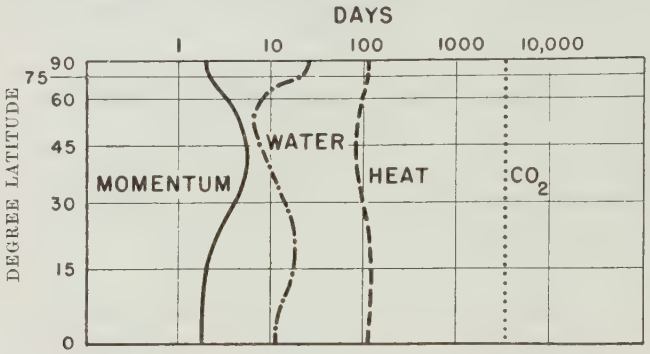


Fig. 8. Fictitious cycle of property removal from the atmosphere for diverse air properties.

as the period required to use up the holdings if the production were suddenly to cease while the expenditure were to maintain its normal rate. This is, of course, a rather unrealistic concept. If production would stop completely one may expect decreasing expenditure rates so that the holdings decay exponentially rather than linearly with time. However, in view of the crude assumption that production shall cease suddenly and completely, complexity of computation appears unjustifiable.

The curves on Fig. 8 refer to the four different atmospheric properties discussed in this article. A logarithmic time scale was chosen in order to cover the wide range of numerical values found for the fictitious cycle of property removal. Differences along latitude appear less important than differences for the properties. Angular momentum, or as we may say, relative total momentum seems to be the atmospheric property which has the shortest "lifetime". While its cycle of removal is measured by days, that of precipitable water, sensible heat, and carbon dioxide is measured by weeks, months, and decades, respectivley.

Previous studies of a similar nature were chiefly devoted to the destruction of momentum or, total kinetic energy in the atmosphere. JEFFREYS (1926) estimated that friction would annull surface velocities

in about ten days, if no other change occurred. Brunt (1941) states that the whole kinetic energy of the atmosphere would be destroyed in one day. Sutcliffe (1949) suggested a compromise figure by saying that it is reasonable to suppose that in five days the general level of momentum would be radically lowered were it not maintained by the general circulation. In the author's (1939) discussion a momentum cycle of one to three days was assumed.

VII. Concluding remarks.

It is rather common to regard the circulations of the atmosphere as corresponding to the behavior of the working substance of a heat engine. We have tried to illustrate with the aid of Figs. 1 and 5, how complicated the "boiler", or the heating process and the "condenser", or the cooling process really are in the atmosphere. From this we may conclude that the atmospheric circulations are fundamentally non-adiabatic. A theoretical study by means of frictionless adiabatic motion can hardly enable the meteorologist to arrive at a satisfactory descriptive analysis and a full understanding of the atmospheric problem. Moreover, the really important task of synoptic meteorology is forecasting rather than analysis. Numerical weather prediction models which disregard source and sink terms of atmospheric properties, particularly momentum and energy, must have limited applicability. Evidently, such shortcomings of a model become clearer as the length of the forecasting period is increased. The model may be satisfactory for a limitited length of time. A relative measure for this time limit follows from the discussions in Section 6, especially Fig. 8. Unfortunately, the field of motion is most important for weather analysis and forecasting, but has the smallest length of time (not more than perhaps two days) for which simplified prediction models can be applied with some hope of success. The prediction of admixture and heat distribution should be the simpler problem for a given length of time, provided, the prediction can be made without regard of the wind field.

The demand for accurate weather prediction is most urgent in the temperate zone where modern civilization has its roots and is in a highly progressed state of development. The temperate zone or the belt of westerlies is also the zone of dominant dissipation of kinetic energy of atmospheric motions, putting therefore the meteorologists in an unfavorable position as regards weather prediction for more than one to two days. The zones of prevailing easterlies can be thought of as the regions of dominant production of atmospheric momentum. In a semi-empirical manner these conditions have been discussed with the aid of an instructive hemispheric map showing the ring of energy dissipation embedded in the zones of energy gain; reference is made to Fig. 59 of the author's (1939) treatise of atmospheric turbulence. Recently, the existence of a region of surface westerlies near the equator has been brought to the attention of meteorologists by Flohn (1951). One may ask how this

region fits into the concept of the general circulation calling for easterlies in the zone of dominant energy gain everywhere at and near the equator. An answer may follow from consideration that the equatorial westerlies can indicate an excess of driving force over that amount of momentum which can be carried to higher latitudes through eddy transfer. The result will be a short intertropical cycle of kinetic energy in which dissipation produces the westerlies. However, continuation of empirical work and theoretical studies are necessary to consolidate these thoughts which, basically, imply satisfaction of a minimum principle within the bounds of extraneous conditions of the atmospheric circulation.

References.

Albrecht, F.: Untersuchungen über den Wärmehaushalt der Erdoberfläche in verschiedenen Klimagebieten. Wiss. Abh. Reichsamt. Wetterd. **8**, 2 (1940).

— Über die Wärme und Wasserbilanz der Erde. Ann. Met. **2**, 129 (1949).

Alt, E.: Der Stand des meteorologischen Strahlungsproblems. Meteorol. Z. **46**, 504 (1929).

Arakawa, H.: Critical study on the angular-momentum-transfer method and vorticity-transfer method in the investigations of zonal circulation of the atmosphere. J. Met. Soc. Japan **31**, 132 (1953).

— On the maintenance of westerlies and tropical revolving wind systems. J. Met. Soc. Japan **31**, 6 (1953).

Baur, F. und H. Philipps: Der Wärmehaushalt der Lufthülle der Nordhalbkugel im Januar und Juli und zur Zeit der Äquinoktien und Solstitien. Gerlands Beitr. Geophys. **45**, 82 (1935).

— — Der Wärmehaushalt der Lufthülle der Nordhalbkugel. Gerlands Beitr. Geophys. **47**, 218 (1936).

Brooks, C. E. P.: The mean cloudiness over the earth. Mem. Roy. Met. Soc. **1**, 127 (1927).

Brooks, C. E. P., C. S. Durst, N. Carruthers, D. Dewar, and J. S. Sawyer: Upper winds over the world. Geophys. Mem. **85**, 105 (1950).

Brunt, D.: Physical and Dynamical Meteorology. Cambridge Univ. Press, 2nd ed. (1941).

Defant, A.: Die Bestimmung der Turbulenzgrößen der atmosphärischen Zirkulation außertropischer Breiten. Sitzber. Akad. Wiss. Wien **130**, 383 (1921).

— Messungen der atmosphärischen Turbulenz und Energieumsatz bei atmosphärischen Turbulenzwirbeln. Meteorol. Z. **38**, 268 (1921).

— Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde. Geograf. Ann. **3**, 209 (1921).

— Die Austauschgröße der atmosphärischen Zirkulation. Ann. Hydrol. Marit. Met. **54**, Köppen Beiheft, 12 (1926).

Defant, A. und H. Ertel: Der thermodynamische Wirkungsgrad der Atmosphäre. Ann. Hydrol. Marit. Met. **70**, 161 (1942).

Dines, W. H.: The heat balance of the atmosphere. Quart. J. Roy. Met. Soc. **43**, 151 (1917).

Eady, E. T.: The cause of the general circulation. Centenary Proc. Roy. Met. Soc. 156 (1950).

Ertel, H.: Die hydro-thermodynamischen Grundgleichungen turbulenter Luftströmungen. Meteorol. Z. **60**, 289 (1943).

Exner, F.: Dynamische Meteorologie. Lehrbuch, 2. Aufl. Wien 1925.

Falckenberg, G. und F. Schnaidt: Strahlungshaushalt und meteorologische Optik. Landolt-Börnsteins Tabellen, 6. Aufl. Berlin, **3**, 686 (1952).

Flohn, H.: Passatzirkulation und äquatoriale Westwindzone. Arch. Met. Geophys. Biokl. Serie B, **3**, 3 (1951).

Friedrich, W.: Wasserhaushalt. Landolt-Börnsteins Tabellen, 6. Aufl. Berlin, **3**, 549 (1952).

Fritz, S.: The albedo of the planet Earth and of clouds. J. Meteorol. **6**, 277 (1949).

— Solar radiant energy and its modification by the earth and its atmosphere. Compendium of Meteorology, Boston, 13 (1951).

Glueckauf, E.: The composition of the air. Compendium of Meteorology, Boston, 1 (1951).

Haurwitz, B.: Report on studies of atmospheric energy. New York Univ. Meteorol. Dept. Report. (1949).

Hewson, W.: Some aspects of the dispersions of pollens and industrial contaminants in relation to micrometeorology. Univ. of Michigan, Ann. Arbor, Eng. Res. Inst., Scient. Rep. No. 1 (1953).

Huber, B.: Der Einfluß der Vegetation auf die Schwankungen des CO_2-Gehaltes der Atmosphäre. Arch. Geophys. Met. Biokl. Serie B, **4**, 154 (1952).

Jacobs, W. C.: Large-scale aspects of energy transformations over the oceans. Compendium of Meteorology, Boston, 1057 (1951).

Jeffreys, H.: On the dynamics of geostrophic winds. Quart. J. Roy. Met. Soc. **52**, 85 (1926).

Kalle, K.: Der Stoffhaushalt des Meeres. Leipzig, Probl. kosm. Physik, Bd. 23 (1943).

Keil, K.: Höhenwinde. Landolt-Börnsteins Tabellen, 6. Aufl. Berlin, **3**, 658 (1952).

Kuo, H. L.: Dynamical aspects of the general circulation and the stability of zonal flow. Tellus **3**, 268 (1951).

Lettau, H.: Atmosphärische Turbulenz. Akadem. Verl. Ges. Leipzig 1939.

— Das Austausch-Paradoxon von W. Schmidt. Ann. Hydrol. Marit. Met. **69**, 400 (1941).

— Dynamik der Atmosphäre. Naturf. u. Medizin i. Deutschland 1939—46 (FIAT Review), Wiesbaden. **19**, 146 (1948).

— Synthetische Klimatologie. Ber. Deutsch. Wetterd. Bad Kissingen, **38**, 127 (1951).

— The present position of selected turbulence problems in the atmospheric boundary layer. Geophys. Research Papers, Cambridge Mass., **19**, 49 (1952).

— Notes on the transformation of mechanical energy from and to eddying motion. J. Meteorol. **11** (1954) (in press).

Linsley, R. K.: The hydrologic cycle and its relation to meteorology. Compendium of Meteorology, Boston, 1048 (1951).

London, J.: The distribution of radiational temperature change in the northern hemisphere during March. Geophys. Research Papers, Cambridge Mass., **18** (1952).

London, J.: The distribution of radiational temperature change in the northern hemisphere during March. J. Meteorol. **9**, 145 (1952).

Lorenz, E. N.: The interaction between a mean flow and random disturbances. Tellus **5**, 238 (1953).

Meinardus, W.: Die Niederschlagsverteilung auf der Erde. Meteorol. Z. **51**, 345 (1934).

Mintz, Y., and G. Dean: The observed mean field of motion of the atmosphere. Geophys. Research Papers, Cambridge Mass., **17** (1952).

Möller, F.: Über horizontale Austausch-Wärmeströme über Mitteleuropa und ihre Veränderung mit der Höhe. Beitr. Phys. fr. Atmosph. **22**, 46 (1935).

— Bemerkungen zur Wärmebilanz der Atmosphäre und der Erdoberfläche. Gerlands Beitr. Geophys. **47**, 215 (1936).

— Der Wärmehaushalt der Atmosphäre. Experientia (Basel) **6**, 361 (1950).

— Druckmessung und Statik der Atmosphäre. Linkes Meteorol. Taschenb. Neue Ausg. Bd. 2 (1953).

Neis, B.: Die Bedeutung der elastischen Arbeit für die kinetische Energie der Winde. Meteorol. Z. **60**, 373 (1943).

Palmén, E. and M. A. Alaka: On the budget of angular momentum in the zone between Equator and 30° N. Tellus **4**, 324 (1952).

Penndorf, R.: Zusammensetzung, Druck und Temperatur der Atmosphäre. Landolt-Börnsteins Tabellen, 6. Aufl., Berlin, **3**, 564 (1952).

Priestley, C. H. B.: Heat transport and zonal stress between latitudes. Quart. J. Roy. Met. Soc. **75**, 28 (1949).

— A survey of the stress between the ocean and the atmosphere. Austral. J. Scient. Research, A **4**, 315 (1951).

Rankama, K., and T. G. Sahama: Geochemistry. Univ. of Chicago Press, Chicago 37, Ill. (1950).

Refsdal, A.: Zur Thermodynamik der Atmosphäre. Meteorol. Z. **50**, 212 (1933).

Reichel, E.: Zum Dampfgehalt und Wasserkreislauf der Atmosphäre. Meteorol. Rundsch. **2**, 206 (1949).

— Der Stand des Verdunstungsproblems. Ber. Deutsch. Wetterd. Bad Kissingen **35**, 155 (1952).

Rossby, C.-G.: On a mechanism for the release of potential energy in the atmosphere. J. Meteorol. **6**, 163 (1949).

Schmidt, W.: Wird die Atmosphäre durch Konvektion von der Erdoberfläche her erwärmt? Meteorol. Z. **38**, 262 (1921).

— Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Hamburg, Probl. kosm. Physik, Bd. 7 (1925).

Schmitz, H. P.: Eine Erweiterung der bisherigen Theorien des vertikalen Wärmestromes. Z. Meteorol. **1**, 422 (1946).

Starr, V. P.: On the production of kinetic energy in the atmosphere. J. Meteorol. **5**, 193 (1948).

— Note concerning the nature of the large-scale eddies in the atmosphere. Tellus **6**, 494 (1953).

Starr, V. P., and R. M. White: Meridional flux of angular momentum in the tropics. Tellus **4**, 118 (1952).

Sutcliffe, R. C.: The general circulation—a problem in synoptic meteorology. Quart. J. Roy. Met. Soc. **75**, 417 (1949).

Sverdrup, H. U.: Evaporation from the oceans. Compendium of Meteorology, Boston, 1071 (1951).
Száva-Kováts, J.: Zonal distribution of humidity in the Earth's atmosphere. Időjárás **51**, 54 (1947).
White, R. M., and O. S. Cooley: The large-scale vertical eddy stress in the free atmosphere. Trans. Amer. Geophys. Union **33**, 502 (1952).
Widger, W. R.: A study of the flow of angular momentum in the atmosphere. J. Meteorol. **6**, 291 (1949).
Willett, H. C.: Descriptive Meteorology. Academ. Press Inc., New York, N. Y. (1944).
Wulf, O. R., and L. Davis: On the efficiency of the engine driving the atmospheric circulation. J. Meteorol. **9**, 79 (1952).
Wundt, W.: Das Bild des Wasserkreislaufes auf Grund früherer und neuerer Forschungen. Mitt. Reichsverb. Deutsch. Wasserwirtschaft **44**, 79 (1938).

551.521.3

Ein Kurzverfahren zur Bestimmung der langwelligen Ausstrahlung dicker Atmosphärenschichten.

Von

F. Möller, Mainz.

Mit 4 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Für eine Reihe von Atmosphärenmodellen, die untereinander gleiche Temperaturschichtung und konstante relative Feuchtigkeit, aber verschieden hohe Temperatur und Feuchtigkeit im festen Niveau haben, wird der Nettostrahlungsstrom E in 400 mb und am Boden durch Berechnungen in den bekannten Strahlungsdiagrammen bestimmt. Es läßt sich zeigen, daß $E_{400}\,(E_B)$ als Funktion der Temperatur $t_{400}\,(t_B)$ und der Feuchtigkeit bzw. des Taupunktes $\tau_{400}\,(\tau_B)$ dargestellt werden kann [Abb. 1 und 3, Gl. (1) und (3)], ähnlich wie das für die effektive Strahlung des Bodens E_B bereits früher durch die Formeln von Ångström, Brunt u. a. geschehen ist. Wolkenschichten können durch Korrektionsfaktoren berücksichtigt werden. Die Abweichungen zwischen den so gewonnenen Strahlungssummen und den durch Planimetrieren im Strahlungsdiagramm berechneten sind im Durchschnitt kleiner als 3,5% (11%), für die Differenz $\Delta E = E_{400} - E_B$ sind sie kleiner als 6%.

Summary. For a series of model atmospheres which have the same stratification of temperature and constant relative humidity but different temperatures and humidities at a fixed level, the net radiation flux E at 400 mb and at the surface are determined by computations in the well known radiation charts. It is shown that $E_{400}\,(E_B)$ can be represented as a function of the temperature $t_{400}\,(t_B)$ and humidity resp. dew point $\tau_{400}\,(\tau_B)$ [Fig. 1 and 3, formula (1) and (3)], in a similar manner as the outgoing radiation E_B is already approximated by the formulae of Ångström, Brunt a. o. Cloud layers may be accounted for by correction factors. The differences between the radiation fluxes found in this way and those computed by integration in a radiation chart are in the average smaller than 3.5% (11%); with $\Delta E = E_{400} - E_B$, the differences are smaller than 6%.

Résumé. Pour plusieurs modèles de l'atmosphère qui ont la même structure par rapport à la température et une humidité relative constante, mais à un niveau fixe des températures et humidités différentes, on calcule à l'aide de diagrammes de radiation connus le flux net de radiation E pour 400 mb et au sol. On peut montrer que $E_{400}\,(E_B)$ peut être représenté comme fonc-

tion de la température t_{400} (t_B) et de l'humidité, resp. du point de rosée τ_{400} (τ_B) [Fig. 1 et 3, formules (1) et (3)], tout comme cela a déjà été fait pour la radiation effective au sol E_B grâce aux formules d'Ångström, de Brunt et d'autres. Par un facteur de correction on tient compte des couches de nuages. Les écarts entre les sommes de radiation ainsi obtenues et celles calculées à l'aide des diagrammes de radiation sont en moyenne plus petits que 3,5% (11%), la différence $\Delta E = E_{400} - E_B$ ne dépasse pas 6%.

Die mit Hilfe numerischer Wettervorhersagen bisher durchgeführten „experimentellen" Untersuchungen des Verhaltens der Atmosphäre scheinen zu zeigen, daß diese in erster Näherung barotrop, d. h. ohne Zufuhr thermodynamischer Energie zum System, arbeitet [*1*]. Es besteht aber kein Zweifel, daß neben den rein dynamischen Prozessen die Zufuhr thermischer Energie zur Atmosphäre maßgebend für die Wetterentwicklung ist. Insbesondere gilt dies für die Probleme der Großwetteruntersuchungen oder der Mittel- und Langfristvorhersagen, bei denen man neben gewissen Energieübertragungstermen in den Gleichungen auf die Energieproduktion und -vernichtung nicht verzichten kann.

Als thermische Beeinflussung der Atmosphäre kommen in Betracht:

1. Die Absorption von Sonnenstrahlung durch den Wasserdampf der Lufthülle. Sie ist stark abhängig von der Jahreszeit und geographischen Breite, aber auch von der Bewölkung und damit vom Wetterzustand selbst. — Energie*zufuhr*.

2. Die Abgabe von langwelliger Strahlung. Sie ist von der Schichtung der Lufthülle hinsichtlich Temperatur und Wasserdampf, sowie von der Bewölkung abhängig, damit ebenfalls vom Wetterzustand selbst, im ganzen jedoch weniger variabel als die Sonnenstrahlung. — Energie*abgabe*.

3. Die Freisetzung von Kondensationswärme. Diese verläuft so ungleichmäßig, daß man von zeitlichen und räumlichen Energie*impulsen* sprechen muß. Da daneben die Bindung von latenter Wärme durch Verdampfung von Niederschlag oder Wolken und durch Schmelzen von Schnee in freier Luft als unbedeutend angesehen werden kann, handelt es sich praktisch nur um eine Energie*zufuhr*.

4. Die Wärmeübertragung vom Boden an die Lufthülle. Sie ist stark variabel mit der Beschaffenheit des Bodens (Land oder Meer, Schneedecke usw.), mit der Temperatur und Schichtung der durch Advektion herangeschafften Luftmassen und mit der Strahlungs- und Wärmebilanz der Erdoberfläche. Sie kann — von der Atmosphäre aus gesehen — positiv oder negativ sein, d. h. Energie*zufuhr* oder *-abgabe* bedeuten.

Um diese Energieposten in der synoptischen Untersuchung einzelner Wetterlagen oder in der Großwetterforschung quantitativ einsetzen zu können, müssen einfache Methoden der Beobachtung oder Berechnung gefunden werden, die es gestatten, für den Bereich einer Wetterkarte, d. h. für eine große Anzahl von Stationen, diese Größe in kurzer Zeit bestimmen zu können. Das ist für die verschiedenen Punkte der obigen Aufzählung teils leichter, teils schwieriger. Recht unübersichtlich und

langwierig erscheinen bisher alle Verfahren zur Berechnung der langwelligen Ausstrahlung der Atmosphäre, die diese Größe noch weit entfernt von einer „Schnellberechnung", wie sie gefordert ist, erscheinen lassen. Es soll daher in dieser Studie versucht werden, aus bekannten Strahlungsdiagrammen ein solches Schnellverfahren abzuleiten, das naturgemäß eine geringere Genauigkeit haben wird, als jene gewährleisten.

Von Hales und Mitarbeitern [2], Neiburger [3] und anderen sind für einzelne Wetterlagen Kartendarstellungen der Strahlungsabkühlung in ausgesuchten Niveaus gezeichnet worden, die eine sehr unregelmäßige Linienführung zeigen. Man findet auf solchen Karten Zentren verstärkter Abkühlung an den Orten, wo das Untersuchungsniveau gerade eine Wolkenschicht anschneidet, denn Wolken bewirken als Schwarzstrahler eine sehr viel stärkere Abkühlung, als sie in wolkenloser Luft herrscht. Das Vorkommen von Wolken in einer bestimmten Höhenlage ist aber trotz der Bedingtheit durch die allgemeine Wetterlage mehr oder weniger zufällig. Es folgt deshalb aus den erwähnten Karten, daß es zweckmäßiger ist, statt *eines* Niveaus diejenige Atmosphären*schicht*, die überhaupt Wolken beherbergen kann, insgesamt zu betrachten, d. h. etwa die untere Troposphäre vom Boden bis 400 mb [4]. In dieser Schicht dürfte wohl der überwiegende Teil der Wolken bei allen Wetterlagen enthalten sein.

Der Strahlungsverlust einer solchen Schicht ist gegeben durch die Differenz ΔE zwischen dem Nettoausstrahlungsstrom E_{400}, der an der Obergrenze austritt, und dem Nettostrom E_B, der an der Untergrenze, also am Erdboden, von unten in die Schicht eintritt: $\Delta E = E_{400} - E_B$.

Jeder dieser Strahlungsströme kann korrekt berechnet werden durch Integration in einem Strahlungsdiagramm [5]. Für die effektive Ausstrahlung E_B sind Schnellverfahren in unserem Sinn schon längst in Gestalt der Ångströmschen oder Bruntschen Formel bekannt [6]; Zusatzglieder zu diesen Formeln gestatten auch die Wolkenbedeckung zu berücksichtigen. Als Kenngröße gehen nur ein die Bodentemperatur T_B (an deren Stelle meist unexakt die Lufttemperatur in Bodennähe genommen wird) und der Dampfdruck am Boden. Daß es möglich ist, nur mit Hilfe dieser zwei Parameter, die nur die bodennahen Verhältnisse kennzeichnen können, die Strahlungseigenschaften der ganzen Atmosphäre hinreichend genau zu erfassen, liegt daran, daß die unterste Luftschicht von 100 m Dicke bereits 70% der gesamten Gegenstrahlung liefert [7]. Der Einfluß der höher gelegenen Schichten ist gering. Trotzdem ist es verständlich, daß noch ziemlich starke Abweichungen der Beobachtungen von den durch die Formeln gegebenen Werten vorkommen [8], denn gerade in der bodennahen Luftschicht variiert der vertikale Temperaturgradient zwischen überdiabatischen Gradienten bei Tage und Inversionen bei Nacht sehr stark und damit auch die Differenz zwischen der Mitteltemperatur der Schicht und der Bodentemperatur.

Bei diesem großen Einfluß der nächstgelegenen Schichten auf die Strahlungsbeträge muß ein analoges Verfahren auch in jedem anderen Niveau möglich sein. Bei 400 mb sind zwar die Dampfgehalte erheblich geringer, der Einfluß ferngelegener Schichten daher größer, durch Tem-

peratur und Dampfgehalt wird auch sowohl die von unten kommende Strahlung U und die von oben kommende G beeinflußt, $E_{400} = U_{400} - G_{400}$, dafür sind aber die Schwankungen der Temperaturgradienten von Tag zu Tag fast zu vernachlässigen, denn größere Inversionen sind selten und die Tropopause liegt meist noch in genügendem Abstand über diesem Niveau. Ein der Ångströmschen Formel analoges Verfahren sollte daher noch brauchbarere Ergebnisse als am Boden versprechen.

Es wurden für eine Reihe von Versuchsatmosphären die Strahlungsströme genau berechnet, wobei für diese Atmosphären jedesmal die gleiche Temperatur*verteilung* in der Vertikalen (vgl. Tabelle 1) vorgegeben,

Tabelle 1. *Normalatmosphäre, die den Berechnungen zugrunde gelegt wurde.*

p	1000—900	900—800	800—700	700—600	600—500	500—400 mb
$\delta t/\delta z$	4	5	5	6	6	7°/km

jedoch die Temperatur in 400 mb zwischen — 10° und — 50°, als den vorkommenden Extremwerten, und die Feuchtigkeit zwischen 10% und 100% variiert wurde. Für die Berechnungen können die Strahlungsdiagramme von Möller [*9*], Elsasser [*10*] oder Yamamoto [*11*] Verwendung finden. Es erscheint nicht möglich, a priori zu entscheiden, welches Diagramm die richtigen Werte ergibt. Deshalb wurden die Berechnungen mit allen drei Diagrammen durchgeführt; für die effektive Wasserdampfmasse wurde dabei eine Reduktion mit p/p_n, nicht wie früher üblich mit $(p/p_n)^{1/2}$, verwendet [*12*]. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 2. Man erkennt, daß in allen neun Fällen die Werte E_{400} am größten werden bei Yamamoto, am kleinsten bei Elsasser, und die nach Möller berechneten in der Mitte liegen. Leider ist bis zum heutigen Tage eine Nachprüfung aller dieser Rechenergebnisse durch Messungen in der freien Atmosphäre noch nicht möglich. Es sind daher für die weiteren Berechnungen die mit dem Möllerschen Diagramm

Tabelle 2. *Netto-Strahlungsstrom E_{400} (cal cm^{-2} min^{-1}) in 400 mb in Atmosphären der Temperaturverteilung nach Tabelle 1, und konstanter relativer Feuchtigkeit f, nach* Elsasser *(E),* Möller *(M) und* Yamamoto *(Y). Wasserdampfdichte mit p/p_n reduziert.*

	t_{400}	— 50	— 30	— 10° C
$f = 100\%$	E	0,198	0,225	0,236
	M	0,218	0,242	0,282
	Y	0,233	0,276	0,289
	τ_{400}	— 50,0	— 30,0	— 10,0
$f = 50\%$	E	0,216	0,255	0,275
	M	0,239	0,270	0,317
	Y	0,249	0,302	0,329
	τ_{400}	— 55,9	— 37,2	— 18,5
$f = 10\%$	E	0,249	0,312	0,362
	M	0,280	0,336	0,381
	Y	0,283	0,356	0,415
	τ_{400}	— 68,3	— 52,0	— 35,8

berechneten Zahlenwerte verwendet worden. Jedoch ist es leicht möglich, statt dieser Werte andere einzuführen.

Nimmt man an, daß die Strahlungsströme $E_{400}°$ bei 400 mb in einer wolkenlosen Atmosphäre durch t_{400} und f_{400} (oder t_{400} und Taupunkt τ_{400}) genügend genau festgelegt werden können, dann können die Zahlen der Tabelle 2 als Grundlage für eine graphische Darstellung oder Tabelle

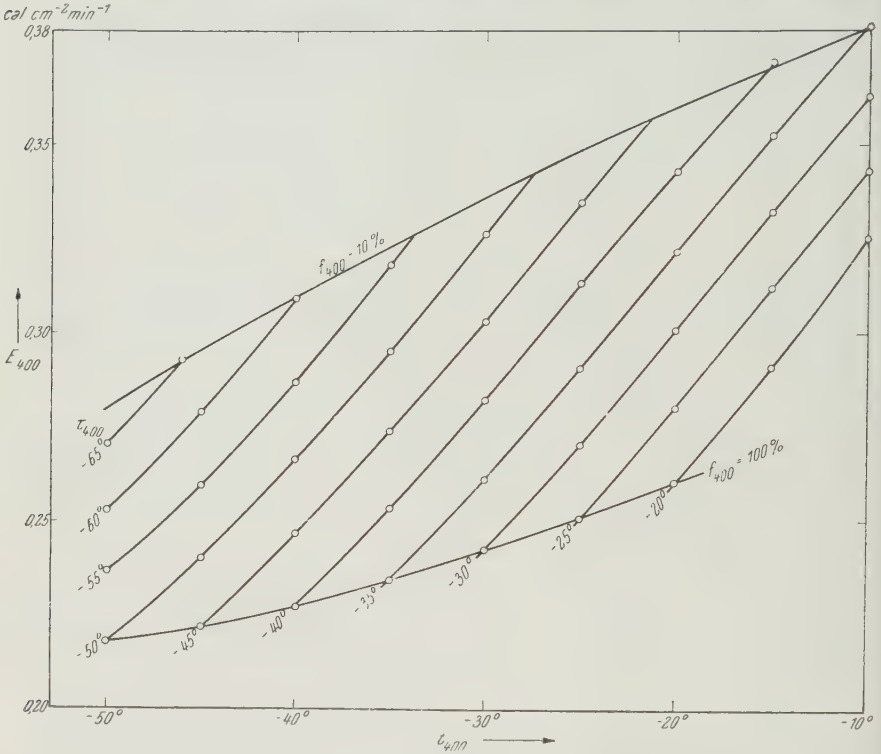


Abb. 1. Netto-Strahlungsstrom $E_{400}°$ bei 400 mb in einer wolkenlosen Atmosphäre in Abhängigkeit von Temperatur T_{400} und Taupunkt τ_{400}.

dienen, aus der für die gegebenen beobachteten Temperatur- und Feuchtedaten in 400 mb der aufwärtsgehende Nettostrahlungsstrom entnommen wird. Eine solche Darstellung ist in Abb. 1 gegeben. Als Feuchtigkeitsgröße ist der Taupunkt gewählt, weil er bei der Temperaturverschlüsselung verwendet wird. Sind wegen der Meßschwierigkeiten in großen Höhen keine Feuchteangaben mehr für 400 mb vorhanden, so kann man $t - \tau$ für 500 mb, eventuell nach Verkleinerung um $^1/_2$ bis 1°, als Korrektion an t_{400} anbringen, um τ_{400} zu erhalten.

$E_{400}°$ nimmt mit steigender Temperatur und abnehmender Feuchtigkeit zu. Der Feuchteeinfluß hat doppelte Ursache, denn einesteils wird die Gegenstrahlung mit abnehmender Wasserdampfmasse kleiner, andern-

teils wird die von unten kommende Strahlung U größer, weil mit abnehmender Feuchtigkeit die Transparenz größer wird und damit die tiefer gelegenen wärmeren Schichten einen größeren Anteil an der von unten kommenden Strahlung bekommen.

Das regelmäßige Aussehen der Abb. 1 verlockt dazu, den Zusammenhang von $E_{400}{}^{\circ}$, t_{400} und τ_{400} durch eine Formel zu approximieren. Eine recht gute Näherung ergibt sich durch

$$E_{400}{}^{\circ} = [121{,}4 - 4{,}187\,(\tau + 28) + 1{,}25 \cdot 10^{-4}\,(\tau + 28)^3 + \\ + 3{,}9\,(t + 51)^{1{,}105}] \cdot 10^{-3}. \quad (1)$$

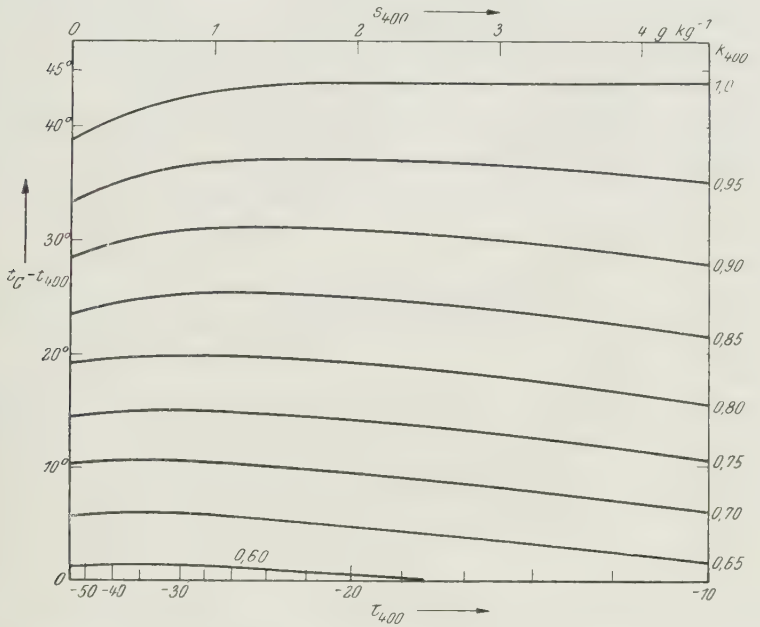


Abb. 2. Korrektionsfaktor $k_{100} = E_{100} : E_{100}{}^{\circ}$, um den der Strahlungsstrom in 400 mb kleiner ist als $E_{400}{}^{\circ}$, sofern unter dem 400 mb-Niveau eine geschlossene Wolkendecke der Temperatur t_c liegt, in Abhängigkeit von $\Delta t = t_c - t_{400}$ und der spezifischen Feuchte s_{400} bzw. Taupunkt τ_{400}.

Diese Formel gilt natürlich nur in dem Bereich von $-50 < t < -10$ und $100\% \geq f \geq 10\%$, für den sie entwickelt ist.

Der Einfluß einer Wolkendecke unterhalb des 400 mb-Niveaus auf die von unten kommende Strahlung U ist groß, denn die Wirkung entspricht der einer ins Wolkenniveau gehobenen Erdoberfläche. Je kälter diese ist, um so niedriger wird U bzw. E. Der Effekt wurde in gleicher Weise für die neun Versuchsatmosphären berechnet. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 3 für Wolkenoberflächen p_c, t_c von 100 zu 100 mb. Der Wert $E_{400}{}^{\circ}$ in wolkenloser Atmosphäre bzw. für $p_c = 1000$ mb nach Tabelle 2 oder Gl. (1) ist gleich 100% gesetzt. Es zeigt sich, daß ein Einfluß von t_{400} fast nur in der Verbindung von t und f als spezifische

Feuchte oder Taupunkt auftritt und man daher t als unabhängige Eingangsgröße neben s_{400} oder τ_{400} in erster Näherung vernachlässigen kann. Dies ist in Abb. 2 geschehen, wo aus τ_{400} und der Temperaturdifferenz $\Delta t = t_c - t_{400}$ der Faktor k abgelesen wird, um den bei geschlossener Wolkendecke der Temperatur t_c die Strahlung E_{400} niedriger liegt als $E_{400}°$. Ist beim Blick aus dem 400 mb-Niveau nach unten die untere Halbkugel zu dem Bruchteil n_1 mit Wolken der Oberflächentemperatur $t_{c,1}$, zu weiteren n_2 Teilen mit Wolken bei $t_{c,2}$ bedeckt und nur bei $1 - n_1 - n_2$ Teilen der Erdboden erkennbar, so ist $E_{400} = E_{400}^{\circ}[1 - n_1 - n_2 + n_1 \cdot k\,(t_{c,1}) + n_2 \cdot k\,(t_{c,2})]$. Es ist zu beachten, daß man bei mehreren Wolkenschichten nicht einfach die vom Boden aus beobachteten Bruchteile der Himmelsbedeckung verwenden darf, sondern diejenigen Werte n, die sich einem Beschauer von oben aus der Höhe von 400 mb darbieten würden.

Eine formelmäßige Darstellung des Faktors k ist schwierig. Es wurde daher der abfallende Ast der Kurve bei sehr großen Feuchtigkeiten in Abb. 2 außer acht gelassen und für $s_{400} < 1{,}5$ g/kg ein Mittelwert gebildet. Dieser ist dann leicht durch eine quadratische Formel approximierbar:

$$k_{400} = 0{,}585 + 0{,}0116\,\Delta t - 4 \cdot 10^{-5}\,\Delta t^2,\ \Delta t = t_c - t_{400}. \qquad (2)$$

Tabelle 3. *Einfluß einer geschlossenen Wolkendecke auf den Strahlungsstrom E_{400} in Vielfachen der Strahlung in wolkenloser Atmosphäre $E_{400}°$.*

$t_{400} = -50°$ Wolkendecke bei p_c		400	500	600	700	800	900 mb	Erdb.
t_c		−50,0	−39,6	−32,0	−25,4	−20,5	−16,1	−12,9
$f_{400} = 100\%$	$s_{400} = 0{,}10$	0,58	0,71	0,80	0,87	0,93	0,97	1,00
$= 50\%$	$= 0{,}05$	0,58	0,71	0,80	0,87	0,93	0,97	1,00
$= 10\%$	$= 0{,}01$	0,57	0,70	0,79	0,86	0,92	0,96	1,00
$t_{400} = -30°$ Wolkendecke bei p_c		400	500	600	700	800	900 mb	Erdb.
t_c		−30,0	−18,6	−10,4	−3,2	2,1	6,8	10,3
$f_{400} = 100\%$	$s_{400} = 0{,}77$	0,58	0,72	0,81	0,87	0,93	0,97	1,00
$= 50\%$	$= 0{,}38$	0,59	0,72	0,80	0,87	0,92	0,97	1,00
$= 10\%$	$= 0{,}08$	0,59	0,71	0,80	0,87	0,92	0,97	1,00
$t_{400} = -10°$ Wolkendecke bei p_c		400	500	600	700	800	900 mb	Erdb.
t_c		−10,0	2,3	11,3	19,2	24.9	30,1	33,9
$f_{400} = 100\%$	$s_{400} = 4{,}48$	0,63	0,77	0,85	0,91	0,95	0,98	1,00
$= 50\%$	$= 2{,}24$	0,61	0,75	0,83	0,90	0,94	0,98	1,00
$= 10\%$	$= 0{,}45$	0,58	0,71	0,80	0,87	0,92	0,97	1,00

Zur Erfassung des Strahlungsverlustes der Schicht zwischen Boden und 400 mb wird noch E_B gebraucht. Die Formeln von Ångström und Brunt ergeben zweifellos für geringe Feuchtigkeiten unrichtige Werte.

Es ist deshalb eine Berechnung der effektiven Ausstrahlung des Bodens unter der Annahme einer normalen Temperaturverteilung und konstanter relativer Feuchtigkeit in der Atmosphäre mit Hilfe des Strahlungsdiagrammes durchgeführt worden, deren Ergebnis in Abb. 3 dargestellt ist. Entsprechend Abb. 1 wird $E_B°$ in wolkenloser Atmosphäre als Funktion von t_B und τ_B abgelesen. Die Differenzen gegen die Ångströmsche Formel sind vor allem bei niedrigen Feuchten und hohen Temperaturen groß, d. h. bei atmosphärischen Zuständen, die außerhalb des Bereiches der Messungen liegen, die ursprünglich bei der Aufstellung der Formel verwendet wurden.

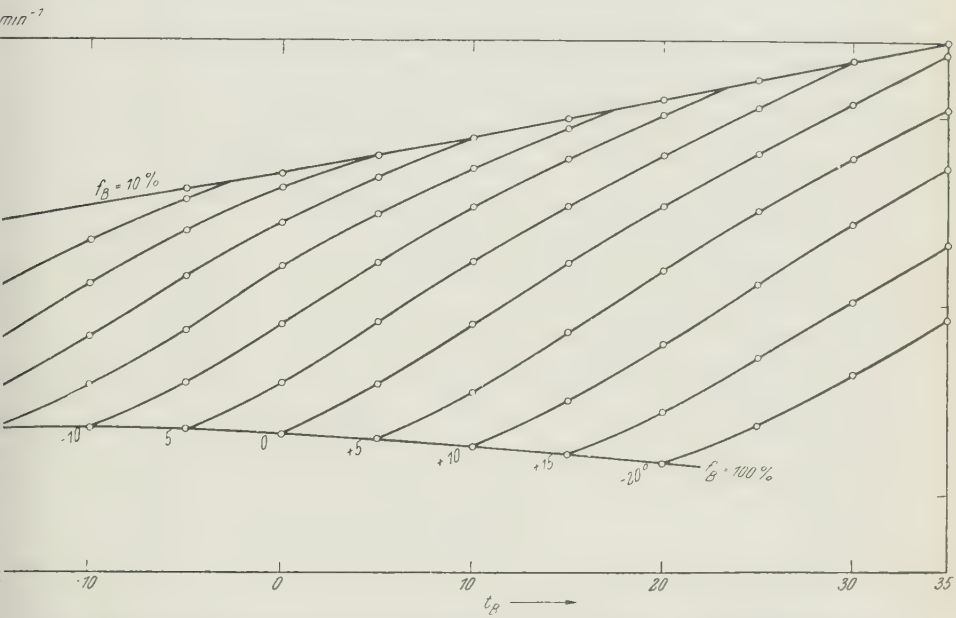


Abb. 3. Netto-Strahlungsstrom (effektive Ausstrahlung) $E_B°$ am Boden in wolkenloser Atmosphäre, in Abhängigkeit von Temperatur t_B und Taupunkt τ_B.

Hier ist eine Interpolationsformel leicht anzugeben. In Abhängigkeit von Taupunkt τ und Temperatur t am Boden erhält man

$$E_B° = (115{,}0 - 3{,}24\,\tau_B - 0{,}0185\,\tau_B^2 + 3{,}0\,t_B) \cdot 10^{-3}. \qquad (3)$$

Die Abweichungen zwischen den Werten der Abb. 3 und der Formel (3) sind in einem Bereich zwischen 15 und 90% kleiner als $\pm$ 0,002 cal cm^{-2} min^{-1}. Bei $f > 90\%$ erreichen die Abweichungen von der Formel wenig mehr als + 0,002, bei $f < 15\%$ sind sie kleiner als — 0,002. Es fällt auf, daß keine Veränderung mit der 4. Potenz der Temperatur, wie sie in den Formeln von Ångström und Brunt angenommen ist, gefunden wird. Jedoch ist schon mehrfach darauf hingewiesen worden, daß der

Spektralbereich von 8 bis 13 μ, der fast allein die Effektivstrahlung E liefert, keineswegs einem T^4-Gesetz folgt.

Der Faktor k_B, um den eine geschlossene Wolkendecke die Effektivstrahlung vermindert, wurde ebenfalls mittels des Strahlungsdiagramms für die verschiedenen Normalatmosphären und für Wolkendecken mit einer Temperaturdifferenz $\Delta t = t_B - t_c$ zwischen 0 und 40° berechnet. Es ergibt sich eine deutliche Abhängigkeit von allen drei Variablen Δt,

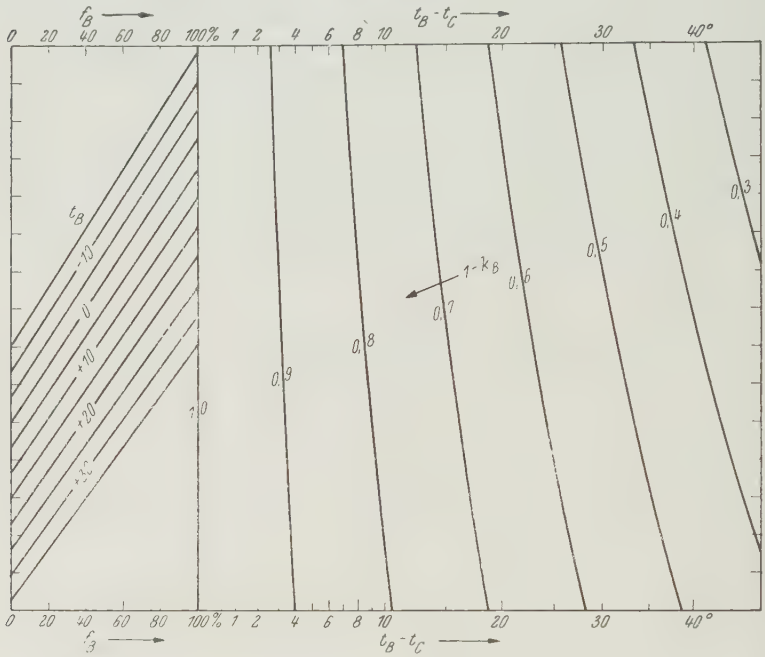


Abb. 4. Korrektionsfaktor $k_B = E_B : E_B^\circ$ für geschlossene Wolkendecke der Temperatur t_c. Man sucht im linken Teil der Darstellung den Punkt für t_B (° C) und f_B (%) auf, geht von da waagrecht in den rechten Teil bis zur Abszisse $t_B - t_c$ und liest $(1 - k_B)$ ab; vgl. Formel (5).

f_B und t_B, so daß eine geschlossene graphische Darstellung nicht leicht möglich ist. Dagegen liefert eine Approximationsformel

$$k_B = 0{,}043\, \Delta t^{0{,}7}\, (1 + 0{,}15\, f_B/100)\, (1 - 0{,}0027\, t_B) \qquad (4)$$

eine gute Annäherung der Ergebnisse. Auf Grund dieser Formel ist nun eine graphische Darstellung möglich, wie sie in Abb. 4 wiedergegeben ist. Hier sind jedoch die Linien nicht für die Werte k, sondern für $1 - k$ gezeichnet, denn wenn der Himmel nicht ganz, sondern nur zu N Teilen mit Wolken bedeckt ist, dann ist die gesuchte effektive Ausstrahlung

$$E_B = E_B^\circ\, (1 - N + N\, k_B) = E_B^\circ\, [1 - N\, (1 - k_B)]. \qquad (5)$$

Die Funktionsdarstellungen Abb. 1 bis 4 oder die Formeln (1) bis (4) ermöglichen nun eine leichte Bestimmung der Strahlungsströme am Boden und in 400 mb, für wolkenlosen und beliebig bewölkten Zustand der Atmosphäre.

Um die Brauchbarkeit dieses abgekürzten Berechnungsverfahrens der langwelligen Strahlung nachzuweisen, wurden für eine Reihe von sommerlichen und winterlichen Zustandskurven mit hohen und niedrigen Temperaturen und Feuchten die Werte $E_{400}{}^{\circ}$ und $E_B{}^{\circ}$ sowohl direkt mit dem Strahlungspapier wie nach dem abgekürzten Verfahren der Abb. 1 bis 3 berechnet. Der Vergleich ist in Tabelle 4 angegeben. Es wurde in allen Fällen so gerechnet, als ob keine Wolken vorhanden wären. Tabelle 4 gibt in Spalte 6 und 7 die mit dem Strahlungspapier nach Möller direkt berechneten Werte $E_{400}{}^{\circ}$ und $E_B{}^{\circ}$. Spalte 8 gibt die nach dem Diagramm Abb. 1 aus t_{400} und τ_{400} ermittelten Werte $E_{400}{}^{\circ}$. Man erkennt, daß die Differenzen zum Teil sehr erheblich sind (Hamburg 24. August, Köln 20. Januar). Das hat seine Ursache vor allem darin, daß in Abb. 1 zugleich mit der Festlegung der Normalatmosphäre (Tabelle 1) eine bestimmte Annahme über die Temperatur des Erdbodens gemacht ist. t_B ist aber für $E_{400}{}^{\circ}$ noch sehr wesentlich. Es liegt nahe, die wahre Temperatur der Erdoberfläche mittels des Diagramms der Abb. 2 zu berücksichtigen, d. h. den Boden durch eine bei der richtigen Temperatur in der Normalatmosphäre gelegene Wolkenoberfläche zu ersetzen. Dann wird zwar die zwischen Boden und 400 mb gelegene Wasserdampfschicht falsch angenommen, deren Einfluß ist aber gering gegenüber dem Einfluß einer falschen Bodentemperatur. Die aus Abb. 2 für $\Delta t = t_B - t_{400}$ und τ_{400} entnommenen Faktoren k sind in Sp. 9, die korrigierten Werte $E' = k \cdot E^{\circ}$ in Sp. 10 angegeben; Sp. 11 zeigt die zwischen Rechnung und Beobachtung verbleibenden Fehler $E' - E$. Man sieht, daß die Genauigkeit recht gut ist, der größte Fehler beträgt 3,5% (Königsberg 18. Januar).

Bei der entsprechenden Berechnung von E_B' nach Abb. 3 treten größere Fehler auf, die bis 11% (Hamburg 21. August) gehen. Die Ursache liegt, wie oben bereits erwähnt, darin, daß Temperaturschichtungen, die vom Normalzustand abweichen, in den bodennahen Schichten bedeutend häufiger und stärker sind als in der Hochtroposphäre bei 400 mb. Schließlich sind in Sp. 14 und 15 die Strahlungsverluste $\Delta E = E_{400} - E_B$ der gesamten Schicht in direkter (Sp. 7 — Sp. 6) und abgekürzter Rechnung (Sp. 12 — Sp. 10) angegeben. Die Fehler (Sp. 16) gehen bis 12%, das quadratische Mittel der Abweichungen beträgt 0,0093 oder 6,5% vom Mittel der vorliegenden 18 Fälle.

Bei der Beurteilung dieser Fehler ist zu bedenken, daß in dem hier durchweg angenommenen Fall des Fehlens von Wolken die maximalen Fehler auftreten. Die noch verbliebenen Fehler rühren davon her, daß die tatsächliche Temperatur- und Feuchteschichtung der Luft nicht mit der Normalatmosphäre übereinstimmt, die für die Ableitung der Abb. 1 bis 4 verwendet ist. Eventuell vorhandene Wolkendecken verhüllen nun einen Teil dieser abweichenden Schichten, während ihre eigene Strahlung

Tabelle 4. *Vergleich von Strahlungswerten nach Berechnungen im Strahlungs-*

1 Ort	Datum	2 t_{400}	3 τ_{400}	4 t_B	5 f_B	6 E_{400}°	7 E_B°
Hamburg	1. VIII. 1938	— 17,0	— 33,5	17,0	83	0,311	0,115
Hamburg	2. VIII. 1938	— 19,5	— 34,8	17,1	93	0,306	0,117
Hamburg	3. VIII. 1938	— 19,5	— 32,5	16,3	90	0,296	0,110
Hamburg	4. VIII. 1938	— 22,7	— 38,0	15,0	88	0,308	0,104
Hamburg	21. VIII. 1938	— 22,0	— 23,3	14,2	71	0,244	0,140
Hamburg	22. VIII. 1938	— 32,1	— 43,7	8,7	96	0,286	0,126
Hamburg	23. VIII. 1938	— 35,0	— 40,8	6,6	98	0,265	0,116
Hamburg	24. VIII. 1938	— 26,0	— 42,9	6,0	100	0,292	0,111
Köln	16. I. 1937	— 34,0	— 43,5	4,2	87	0,271	0,127
Köln	17. I. 1937	— 43,5	— 46,8	1,5	94	0,252	0,124
Köln	18. I. 1937	— 39,2	— 41,4	0,3	74	0,241	0,122
Köln	19. I. 1937	— 41,4	— 47,5	3,8	76	0,266	0,132
Köln	20. I. 1937	— 44,9	— 48,3	2,2	94	0,259	0,124
Königsberg	16. I. 1937	— 39,5	— 47,4	— 10,3	68	0,233	0,126
Königsberg	17. I. 1937	— 40,0	— 51,0	— 12,5	84	0,243	0,111
Königsberg	18. I. 1937	— 45,0	— 53,5	— 10,3	82	0,252	0,117
Königsberg	19. I. 1937	— 45,7	— 51,8	— 13,5	80	0,231	0,118
Königsberg	20. I. 1937	— 48,5	— 52,9	— 13,6	70	0,227	0,126

in der exakten wie in der abgekürzten Rechnung in gleicher Weise berücksichtigt wird. Das vermindert die Differenzen, die zwischen den beiden Methoden auftreten. Die mittleren Fehler sind daher *kleiner* als 6%.

Es ist hiermit gezeigt, daß es möglich ist, anstatt der Berechnungen im Strahlungspapier Schnellverfahren zur Bestimmung der langwelligen Strahlung zu benutzen, deren Genauigkeit derjenigen des Strahlungsdiagramms gleichkommt. Es ist selbstverständlich leicht, diese Methode auf ein anderes Strahlungspapier abzustützen, das nach dem gleichen Prinzip der Integration arbeitet, wenn sich herausstellen sollte, daß jenes richtigere Werte ergibt. Erstrebenswert ist nach wie vor eine Messung der Strahlungsströme in der hohen Atmosphäre, um die Berechnungen zu bestätigen.

Man erkennt insbesondere aus den Abb. 2 und 4, wie ausschlaggebend für die Strahlungswirkungen das Vorhandensein von Wolkendecken oder auch nur von durchbrochenen Wolkenfeldern in der Atmosphäre ist. Es ist ein großer Nachteil, daß die Methode der Radiosonde keinerlei Möglichkeit gibt, ausstrahlende Wolkenoberflächen direkt festzustellen. Dies führt dahin, daß z. B. über das Vorkommen von Cirren oberhalb 500 mb vor allem beim Vorhandensein von geschlossenen tiefen Wolkendecken die schroffsten Meinungsverschiedenheiten bestehen. Die oberste Wolkenschicht ist aber für die Strahlungsbilanz entscheidend.

Neben einem Berechnungsverfahren für die langwellige Strahlung werden auch solche für die andern einleitend genannten Energiegrößen benötigt, um rasch Energiebilanzen der Troposphäre aufstellen zu können. Hierauf soll an anderer Stelle näher eingegangen werden.

diagramm (Sp. 6, 7) und im abgekürzten Verfahren (Sp. 10, 12).

8 E_{400}°	9 k	10 E_{400}'	11 $E_{400}' - E_{400}$	12 E_B'	13 $E_B' - E_B^{\circ}$	14 ΔE_B	15 $\Delta E'$	16 $\Delta E' - \Delta E$
0,335	93%	0,311	0	0,117	0,002	0,196	0,194	— 0,002
0,326	96	0,313	+ 0,007	0,112	— 0,005	0,189	0,201	0,012
0,314	92	0,290	— 0,006	0,114	0,004	0,186	0,176	— 0,010
0,319	97	0,309	+ 0,001	0,116	0,012	0,204	0,193	— 0,011
0,257	94	0,242	— 0,002	0,126	— 0,014	0,104	0,116	0,012
0,285	103	0,293	+ 0,007	0,115	— 0,011	0,160	0,178	0,018
0,257	101	0,260	— 0,005	0,115	— 0,001	0,149	0,145	— 0,004
0,320	92	0,296	+ 0,004	0,114	0,003	0,181	0,182	0,001
0,274	98	0,269	+ 0,002	0,120	— 0,007	0,144	0,149	0,005
0,235	106	0,249	— 0,003	0,118	— 0,006	0,128	0,131	0,003
0,236	99	0,233	— 0,008	0,127	0,005	0,119	0,106	— 0,013
0,249	106	0,264	— 0,002	0,126	— 0,006	0,134	0,138	0,004
0,234	108	0,253	— 0,006	0,118	— 0,006	0,135	0,135	0
0,259	90	0,233	0	0,128	0,002	0,107	0,105	— 0,002
0,270	88	0,239	— 0,004	0,121	0,010	0,132	0,118	— 0,014
0,254	96	0,243	— 0,009	0,123	0,006	0,135	0,120	— 0,015
0,244	93	0,227	— 0,004	0,122	0,004	0,113	0,105	— 0,008
0,235	96	0,225	— 0,002	0,126	0	0,101	0,099	— 0,002

Literatur.

1. Bolin, B.: Studies of the general Circulation of the Atmosphere. Advances in Geophysics I, ed. by H. Landsberg, New York 1952, 87.
2. Alder, J. E.: Quart. Progr. Rep. No. 5, App. B, A. F. Contr. No. 19 (122) — 256, Met. Dep. Univ. Utah 1951. Williams, Th. L.: Sci. Rep. No. 7, AF Contr. No. 19 (122) — 256, Met. Dep. Univ. Utah 1952.
3. Thompson, A. H. and M. Neiburger: J. Meteorol. **10**, 167 (1953).
4. Möller, F.: Vortrag Tagung Dtsch. Meteorol. Ges. Berlin 1953.
5. — Compendium of Meteorology, Boston 1951, S. 34.
6. Linke, F. und F. Möller: Handb. d. Geophysik. Bd. 8, Kap. 11. Berlin 1943.
7. ebenda, S. 695.
8. Bolz, H. M. und G. Falckenberg: Z. Meteorol. **3**, 97 (1949).
9. Möller, F.: Das Strahlungsdiagramm. R. f. W. Berlin 1943.
10. Elsasser, W. M.: Harvard Meteorol. Studies, No. 6 (1942).
11. Yamamoto, G.: Sci. Rep. Tôhoku Univ. (5) Geoph. **4**, 9 (1952).
12. Kaplan, L. D.: J. Meteorol. **9**, 1 (1952).

551.557 (263):551.555.1

Schichtung der Hauptluftströmungen über dem atlantischen Gebiet 5° N bis 9° S, 10° W bis 5° E.

(Region südlich der Oberguineaküste.)

Von

E. Kuhlbrodt, Hamburg.

Mit 5 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Für die inneren Tropen läßt sich die Kenntnis der Höhenströmungen nur durch direkte Beobachtungen gewinnen. Für den Golf von Guinea liegen Messungen innerhalb der Breite 5° N bis 9° S von drei Profilen der „Meteor"-Expedition und von zwei Studienfahrten der Deutschen Seewarte vor. Eine Voruntersuchung der mittleren Windwerte für die einzelnen benachbarten 5°-Felder einer Breitenzone (gleicher Jahreszeit) ergibt weitgehende Übereinstimmung. Deshalb wird die zusammengefaßte Länge 10° W bis 5° E (für jede Breitenzone) der statistischen Bearbeitung zugrunde gelegt. Ziel der Untersuchung ist, die sich bei der Höhenwind-Statistik deutlich heraushebenden, charakteristischen Hauptströmungen zu beiden Seiten des Äquators und im jahreszeitlichen Unterschied zu erkennen und zahlenmäßig zu diskutieren. Nach einer Darstellung der Schichtung der mittleren Komponenten für 0 bis 19 km Höhe werden die einzelnen Strömungssysteme an Hand von Tabellen und Abbildungen näher beschrieben. Untere Troposphäre: Monsun, Antimonsun; Passat. Mittlere Troposphäre: Ostströmung (Urpassat). Hohe Troposphäre: Hohe Westströmung (Anti-Urpassat). Tropopausen-Schicht: Übergang von W in hohen Ost (Oberpassat). Hierbei wird für Test-Höhen die Streuung der beobachteten Einzelwinde besprochen. Größte gemessene Einzelgeschwindigkeit nahe dem Äquator: in der E-Strömung: SE 20 m/s (9 bis 10 km), in der hohen W-Strömung: SW 21 m/s (15 bis 16 km, nördlich vom Äquator), NW 21 m/s (13 bis 14 km, südlich vom Äquator). Die Rolle des Äquators bei den Höhenströmungen (meridionale Komponente) wird zusammenfassend betrachtet.

Summary. Knowledge on the currents of the upper atmosphere in the inner tropics can be obtained only by direct observations. In the Gulf of Guinea, between the latitudes 5° N and 9° S, three profiles were determined by the "Meteor" expedition and measurements carried out by two expeditions of the "Deutsche Seewarte". A preliminary test of the average wind values gives good agreement for all adjoining 5°-fields of a zone of latitude (during the same season). Therefore, the longitude 10° W–5° E as a whole (for

every zone of latitude) could be applied to statistical evaluation. Purpose of this investigation is to establish and discuss quantitatively the characteristic mean currents on both sides of the equator such as result from the wind statistics of the upper atmosphere in their seasonal variations. The distribution of the mean components is given for 0–19 km altitude; the different systems of currents are described in detail by tables and illustrations. Lower troposphere: monsoon, anti-monsoon; trade-wind. Medium troposphere: easterlies (Urpassat). High troposphere: high west-wind (Anti-Urpassat). Tropopause: transition from west to high east-wind (Oberpassat). For certain test heights the dispersion of the different observed winds is discussed. Measured maximum velocities near equator: in the eastern current: SE 20 m/s (9–10 km), in the western current: SW 21 m/s (15–16 km, north of equator), NW 21 m/s (13–14 km, south of equator). The rôle of the equator in connection with high currents (meridional component) is discussed comprehensively.

Résumé. On ne peut connaître l'allure de la circulation dans la haute atmosphère de la zone tropicale que par des observations directes. Dans le Golfe de Guinée on dispose de trois profils obtenus entre 5° N et 9° S par l'expédition du «Meteor» et de deux croisières d'étude de la Deutsche Seewarte. Une étude préalable des valeurs moyennes de vent relatives aux diverses surfaces de 5° d'une zone (mêmes saisons) aboutit à des résultats très concordants; aussi a-t-on soumis à l'examen statistique chaque bande zonale de 5° allant de 10° W à 5° E de longitude. Le but de cette recherche est de mettre en évidence les principaux courants en altitude de part et d'autre de l'équateur et d'examiner leurs valeurs numériques dans leurs variations saisonnières. Après avoir représenté la stratification des composantes moyennes entre 0 et 19 km, on décrit les différents systèmes de courants à l'aide de tableaux et de croquis et qui sont les suivants. Troposphère inférieure: mousson et contre-mousson; alizés. Troposphère moyenne: courant d'Est (Urpassat). Troposphère supérieure: courant d'Ouest supérieur (Anti-Urpassat). Tropopause: transition du courant d'Ouest à celui d'Est (Oberpassat). A cet effet on discute la dispersion des vents observés pour des niveaux choisis. Vitesse maximum observée près de l'équateur: dans le courant d'Est SE 20 m/s (à 9–10 km), et dans le courant d'Ouest supérieur SW 21 m/s (à 15—16 km au Nord de l'équateur), NW 21 m/s (à 13—14 km au Sud de l'équateur). On considère en résumé le rôle de l'équateur dans les courants en altitude (composante méridienne).

Mit diesem Beitrag möchte ein einstiger „Meteor"-Fahrer Herrn Professor A. Defant zu seinem 70. Geburtstag grüßen. A. Defant hat an der zweiten Hälfte der Deutschen Atlantischen Expedition auf „Meteor" teilgenommen. Er ist der Herausgeber des Werkes der wissenschaftlichen Ergebnisse dieser Expedition. Aus der Arbeit an dem noch abzuschließenden Band XVI seien hier einige Ergebnisse mitgeteilt: Ergebnisse von Höhenwindmessungen aus dem westlichen Bereich des Golfs von Guinea, der Region südwärts von der westafrikanischen Oberguinea-Küste zwischen den Meridianen 10° W und 5° E. Teile von zwei Meteorprofilen verlaufen hier nördlich und südlich vom Äquator, sie bringen mit ihren Zickzackkursen Beobachtungen aus 5° N bis $3^1/_2$° S-Breite; und ein drittes Meteor-Profil verläuft breitenparallel auf 9° S [*1*]. Zwei Studien-

fahrten der Deutschen Seewarte auf dem Handelsschiff „Panther" querten ferner unsere Region in 4 bis 5° N-Breite [*2, 3*].

In der Breite 9° S strömt — wie die klimatischen Windkarten nach vieljährigen Schiffsbeobachtungen zeigen — noch ausgeprägt der Südostpassat; aber weiter nördlich herrscht in unserem Seegebiet Südströmung, mit Annäherung an die Küste Südwestströmung [*4, 5*]. Das gilt so im wesentlichen für alle Monate des Jahres. Wenn der Abschnitt der S- bis SW-Strömung als „Monsun" vor dem afrikanischen Kontinent bezeichnet wird, so ist diese übliche Bezeichnung im eigentlichen Sinn nicht zutreffend, da das für einen Monsun typische jahreszeitliche Umspringen hier auf See fehlt. Unsere Region befindet sich, auch für Nordbreite, das ganze Jahr über südlich des meteorologischen Äquators; die innertropische Konvergenzzone (JTC), in welche die Grundströmung einmündet, liegt immer über Westafrika, im Winter nahe der Küste, im Sommer aber weit nördlicher.

Wie über dieser tropischen Grundströmung die (bei der Höhenwindstatistik sich deutlich heraushebenden) charakteristischen Höhenströmungen sich schichten, zu beiden Seiten des geographischen Äquators und im jahreszeitlichen Unterschied, dieser Frage sei im folgenden nachgegangen, soweit es an Hand der vorliegenden Beobachtungen möglich ist. In unserem Seegebiet stehen 110 Pilotballonaufstiege zur Verfügung, 69 für Nord- und 41 für Südbreite (vgl. in Tabelle 2); die Zahl der Fälle n ist nicht groß und nimmt mit der Höhe rasch ab (wegen der starken Bewölkung und des für den Guineagolf typischen Höhendunstes). 21 Aufstiege erreichten immerhin 10 km, 10 noch 15 km und 7 mit 19 km die untere Stratosphäre. So handelt es sich besonders für die großen Höhen nur um Stichproben. Aber wohl jeder Meteorologe, der (aus höheren Breiten kommend) in den Tropen arbeiten konnte, erlebte mit Erstaunen den Grad der Regelmäßigkeit und Großzügigkeit in den Tropen; unsere früheren Höhenwindbearbeitungen von tropischen Gebieten des Atlantiks ergaben bereits, um wieviel beständiger die Luftströmungen in den Tropen sind als in höheren Breiten [*6—9*]. Neuere Höhenwindmessungen von Schiffen aus im hier betrachteten Seeraum sind mir nicht bekannt; unser Beobachtungsmaterial ist immer noch aktuell.

Mittlere Windwerte.

Die zonalen Komponenten des Windes aus den einzelnen Aufstiegen wurden zunächst pro 5°-Feld für die verschiedenen Höhenstufen arithmetisch gemittelt (die Differenzenmethode anzuwenden, erschien hier nicht ratsam); vgl. Tabelle 1. Positive E-Komp. = Ost, negative = West. Es möge jetzt nur darauf ankommen, die Übereinstimmung der Werte in den drei benachbarten 5°-Feldern einer Breitenzone zu beurteilen: die (hervorgehobene) typische Vertikalschichtung stimmt weitgehend überein (eine gewisse west-östliche Änderungstendenz ist dabei zu erkennen). Dieser Befund berechtigt dazu, die Komponentenwerte der drei benachbarten 5°-Felder (gleicher Jahreszeit) wieder zu mitteln,

Tabelle 1. *Mittlere zonale Komponente (E m/s) in den einzelnen 5°-Feldern.*

km	0—5° N						0—5° S			5—10° S		
	Nordwinter			Nordsommer			Südsommer			Südwinter		
	5 bis 10° W	0 bis 5° W	0 bis 5° E	5 bis 10° W	0 bis 5° W	0 bis 5° E	5 bis 10° W	0 bis 5° W	0 bis 5° E	5 bis 10° W	0 bis 5° W	0 bis 5° E
18–19	0	— 0	+ 1				0	+ 3	+ 5			
17–18	— 4	+ 1	+ 3				— 5	— 5	+ 1			
16–17	— 3	— 5	— 0				*—20*	—15	+ 0			
15–16	— 2	*—13*	*—10*				—17	*—17*	*—11*			
14–15	— *8*	—10	— 7				—15	—16	— 3			— *9*
13–14	— 6	— 6	— 1				—15	—15	+19			— 8
12–13	— 2	+ 4	+ 1				—10	—11	+16			— 7
11–12	+ 4	+ 1	+ 5		+ 8		— 8	+ 9	+ 2			— 4
10–11	+ 6	+ 3	+ 5	+ 4	+10		— 2	+11	— 2			— 7
9–10	+ 4	+ 3	+ 6	+ 9	+ 7		+ 4	+11	— 1	— 7	— 6	— 4
8–9	+ 6	+ 2	+ 6	+ 8	+ 6		+ 2	+ 9	+ 1	— 7	— 7	— 6
7–8	+ 5	+ 5	+ 4	+ 7	+ 4		+14	+ 9	+ 2	— 7	— 5	— 4
6–7	+ 2	+ 6	+ 5	+ 7	+ 2		+12	+ 8	+ 4	— 5	— 3	— 0
5–6	+ 1	+ 5	+ 7	+ 6	+ 1		+12	+ 7	+ 4	0	+ 4	+ 3
4–5	+ 3	+ 5	+ 7	+ 4	+ 4	— 2	+ 8	+ 5	+ 5	+ 5	+10	+ 3
3–4	+ 6	+ 7	+11	+ 5	+ 2	+ 5	+ 9	+ 8	+ 5	+10	+ 6	+ 6
2,5–3	+ 8	+ 8	+12	+ 1	+ 0	— 0	+12	+ 9	+ 6	+ 9	+ 6	+ 7
2–2,5	+ 9	+ 8	+ 9	— 1	— 0	— 1	+12	+ 8	+ 5	+ 7	+ 6	+ 3
1,5–2	+ 7	+ 6	+ 6	— 1	— 3	— 1	+11	+ 7	+ 3	+ 5	— 1	+ 2
1–1,5	+ 5	+ 4	+ 4	— 2	— *4*	— 1	+ 6	+ 4	+ 2	+ 2	— 1	— 2
0,5–1	+ 3	+ 2	+ 3	— 2	— 3	— 3	+ 5	+ 2	0	+ 4	+ 1	— 2
0–0,5	+ 2	+ 0	+ 2	— 3	— 3	— 3	+ 3	+ 1	+ 0	+ 4	+ 3	+ 0
Boden	+ 2	+ 0	+ 1	— *4*	— 3	— *4*	+ 2	+ 3	+ 0	+ 3	+ 3	+ 1

unter gleicher Bewertung der Felder; vgl. Tabelle 2 mit den mittleren *Komponenten* für die zusammengefaßte Länge 10° W bis 5° E. In dieser Tabelle 2 sind die schematischen Feld- und Jahreszeitangaben von Tabelle 1 durch die tatsächlichen Breitenbereiche und Monate der Aufstiege ersetzt worden. Abb. 1 veranschaulicht die Komponentenwerte von Tabelle 2.

Die sich aus den Komponentengrößen von Tabelle 2 ergebenden mittleren *Vektoren* der Luftversetzung (Richtung in Zehnergraden, 9 = E, 18 = S, . . .) enthält Tabelle 3, in Abb. 2*a* und 2*b* veranschaulicht. Es ist zu beachten, daß die Vektorpfeile nicht, wie meist üblich, vom Koordinatenmittelpunkt ausgehen, sondern in diesen einmünden. Es sind also nicht die End-, sondern die Anfangspunkte der Vektoren der aufeinanderfolgenden Höhenstufen durch die punktierte Linie miteinander verbunden. In unserer Darstellung ist im Sinne der Windrose bequem ersichtlich, *aus* welchen Richtungsoktanten die durchschnittliche Luft-

versetzung in den einzelnen Höhenstufen kommt. Die angeschriebenen Zahlen geben die Höhe in km, und zwar die obere Grenze der Höhenstufe, für die der Vektor gilt (z. B. 3 für 2,5 bis 3 km, 4 für 3 bis 4 km). Die Bodenwerte beziehen sich auf die Anemometermessung an Bord der Schiffe (wahrer Wind).

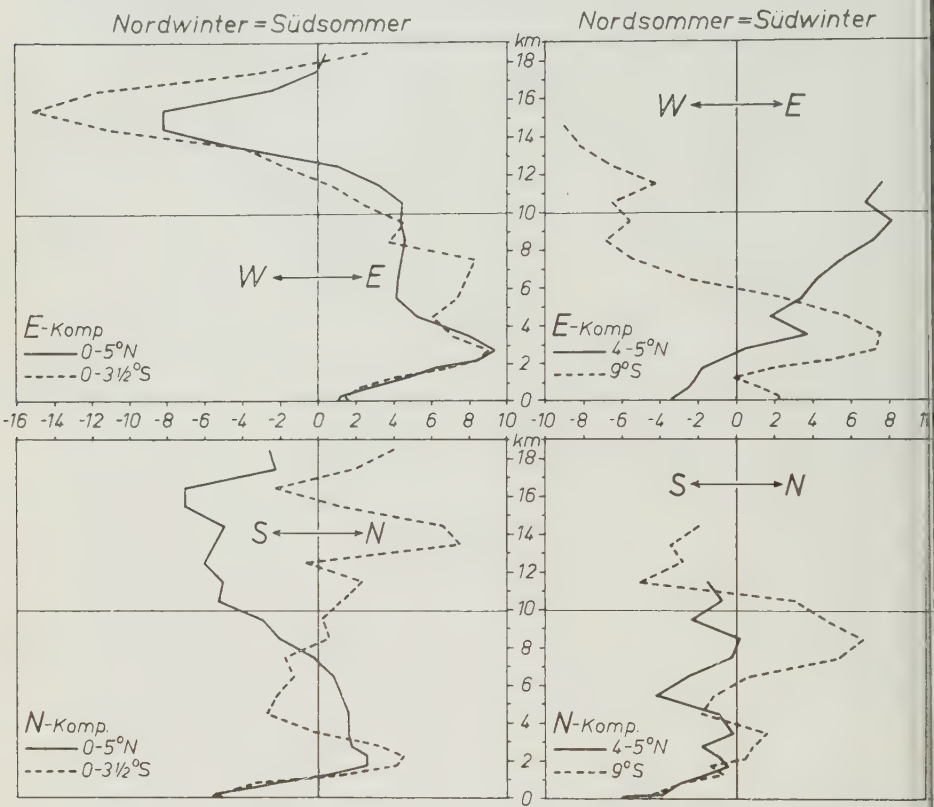


Abb. 1. Mittlere zonale und meridionale Komponenten (m/s) für die zusammengefaßte Länge 10° W bis 5° E.

Weiterhin gibt Tabelle 4 die Werte der ohne Berücksichtigung der Richtung gemittelten Windgeschwindigkeiten (v_m *skalar*, soweit $n \geqq 2$); ferner für diejenigen Höhenstufen, die mit wenigstens fünf Beobachtungsfällen belegt sind, die Quotienten vektorielle:skalare mittl. Geschwindigkeit, in Prozent ausgedrückt, als Faktor der *Beständigkeit* (q berechnet nach den auf Zehntel m/s ermittelten Werten von $\mathfrak{v}$ und v).

Die Frage, welche größten Geschwindigkeiten v im Einzelfall beobachtet wurden, ist theoretisch wie praktisch von Interesse; Tabelle 5 enthält die *v-Maxima* für alle Höhenstufen (soweit $n \geqq 2$), mit ihrer Richtung (Zehnergrade).

Tabelle 2. *Mittlere Komponenten (m/s) zusammengefaßt für die Länge 10° W bis 5° E.*

Breite:	E-Komponente				N-Komponente				Zahl der Fälle			
	0 bis 5° N	4 bis 5° N	0 bis $3^1/_2$° S	9° S	0 bis 5° N	4 bis 5° N	0 bis $3^1/_2$° S	9° S	0 bis 5° N	4 bis 5° N	0 bis $3^1/_2$° S	9° S
Monat:	XI (XII)	V u. VIII	XII	IX	XI (XII)	V u. VIII	XII	IX	XI (XII)	V u. VIII	XII	IX
km												
18–19	+ 0		+ 3		— 3		+ 4		4		3	
17–18	—0—		— 3		— 2		+ 2		4		3	
16–17	— 3		— 12		— *7*		— 2		5		3	
15–16	— *8*		— *15*		— *7*		+ 1		6		3	
14–15	— *8*		— 11	— *9*	— 5		+ 8	— 2	6		3	1
13–14	— 4		— 4	— 8	— 5		+ 8	— 4	8		3	1
12–13	+ 1		— 2	— 7	— 6		— 1	— 3	8		3	1
11–12	+ 3	+ 8	+ 1	— 4	— 5	— 2	+ 2	— 5	9	1	4	1
10–11	+ 5	+ 7	+ 2	— 7	— 5	— 1	+ 1	+ 3	10	3	6	2
9–10	+ 4	+ 8	+ 5	— 6	— 3	— 2	+ 0	+ 5	15	4	7	4
8–9	+ 5	+ 7	+ 4	— 7	— 2	+ 0	+ 1	+ 7	14	4	7	4
7–8	+ 4	+ 6	+ 8	— 5	—0—	— 0	— 2	+ 5	16	4	8	4
6–7	+ 4	+ 4	+ 8	— 3	+ 1	— 3	— 1	+ 1	18	4	10	4
5–6	+ 4	+ 4	+ 8	+ 2	+ 1	— 4	— 2	— 1	21	4	12	4
4–5	+ 5	+ 2	+ 6	+ 6	+ 2	— 1	— *3*	— 2	24	6	17	4
3–4	+ 8	+ 4	+ 7	+ 7	+ 2	— 0	— 0	+ 2	28	8	21	4
2,5–3	+ **9**	+ 0	+ 9	+ 7	+ 2	— 2	+ 3	+ 1	30	14	22	4
2–2,5	+ 8	— 1	+ 8	+ 5	+ **3**	— 1	+ 5	+ 1	33	16	22	4
1,5–2	+ 6	— 2	+ 7	+ 2	+ **3**	— 1	+ 4	— 1	36	19	24	5
1–1,5	+ 4	— 2	+ 4	— 0	+ 0	— 2	+ 1	— 1	39	25	26	10
0,5–1	+ 3	— 3	+ 2	+ 1	— 3	— 3	— 4	— 3	39	26	28	13
0–0,5	+ 1	— 3	+ 2	+ 2	— 5	— 4	— *6*	— 4	41	28	28	13
Boden	+ 1	— *4*	+ 2	+ 2	— *6*	— *6*	— 5	— *5*	41	28	28	13

Ergebnisse.

Die Zahlenwerte in den vorstehenden Tabellen, im Vergleich miteinander, sprechen in vielem für sich selbst. Nur das Wesentliche hinsichtlich der Schichtung und der Ausbildung der Hauptglieder des Strömungssystems sei hier diskutiert. Dabei werden folgende Bezeichnungen (*A*, *B*, *C*, *D*) abkürzend gebraucht:

Feld ***A***: 0 bis 5° N im November, zum Teil Dezember (1926).
Feld ***B***: 0 bis $3^1/_2$° S im Dezember (1926).
Feld ***C***: 4 bis 5° N im Mai und August (1933).
Feld ***D***: 9° S im September (1926).

Jedes Feld mit Längenstreifen 10° W bis 5° E.

A und *C* nördlich des Äquators sind geographisch fast identisch, aber sie unterscheiden sich durch die verschiedene Jahreszeit. *B* und *D*

liegen südlich des Äquators, sie unterscheiden sich sowohl nach ihrer Breitenlage als auch nach ihrer Jahreszeit.

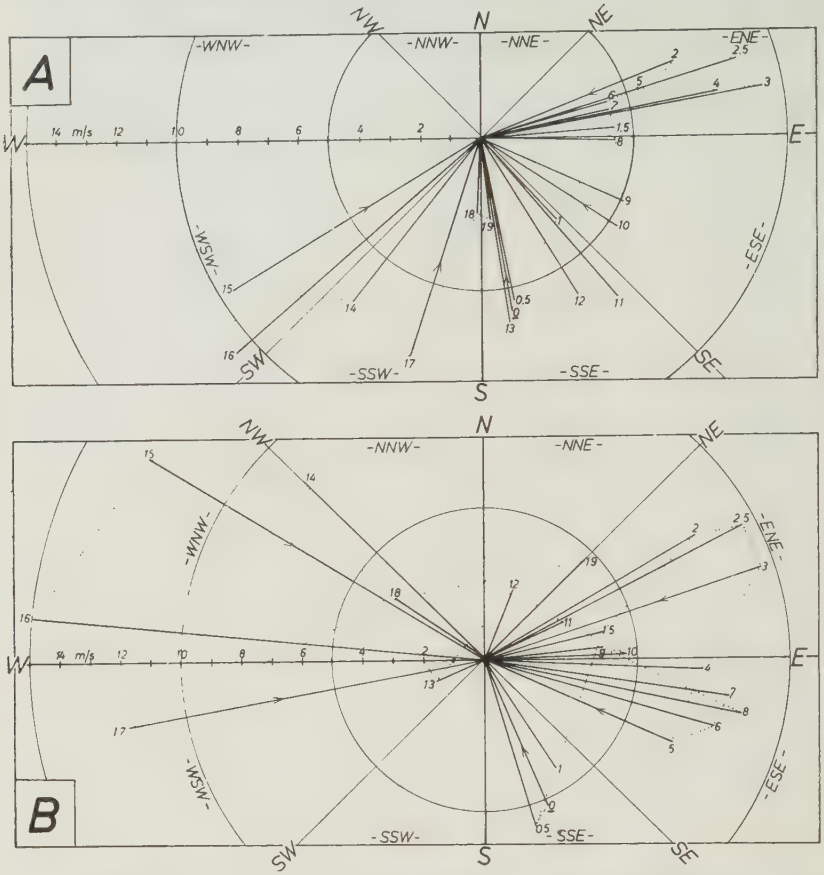


Abb. 2a. Mittlere Windvektoren der einzelnen Höhenstufen. Die Vektor-Pfeile haben ihre Spitze im Mittelpunkt der Koordinaten. Die Zahlen am Vektor-Anfang sind die Höhe in km (0 = Boden, 0,5 = Stufe 0—0,5 km, ... 4 = 3—4 km usw.).

A: 0—5° N, 10° W—5° E, November (Dezember) 1926, 41 Piloten (Meteor), 0—19 km.

B: 0—3½° S, 10° W—5° E, Dezember 1926, 28 Piloten (Meteor), 0—19 km.

1. Schichtung der mittleren Komponenten.

a) Vergleichen wir zuerst die Werte der Felder A und B, beiderseits des geographischen Äquators in derselben Jahreszeit (Frühwinter der Nordhalbkugel), in Abb. 1 (links) übereinander gezeichnet. Bei der *zonalen* Komponente besteht nahezu Übereinstimmung mit einfacher großzügiger Schichtung: Ost vom Boden (hier nur 1 bis 2 m/s) bis 13 km Höhe bei A, bis 12 km bei B; dies ist hier der Bereich der mächtigen troposphärischen Ostströmung der Tropen (Urpassat, tropical easterlies). Markant hebt sich der größte Wert von $+ E_m$ in 2,5 bis 3 km mit 9 m/s

in A wie in B heraus. Oberhalb der Ostströmung herrscht West in raschem Übergang; in A bis 17,5, in B bis 18 km Höhe, d. h. in A mit einer Mächtigkeit von $4^1/_2$ km, in B von 6 km: das ist die äquatoriale hochtroposphärische Westströmung (Anti-Urpassat, tropical high westerlies). Größte mittl. W-Komp. von 8 bzw. 15 m/s in 15 bis 16 km Höhe

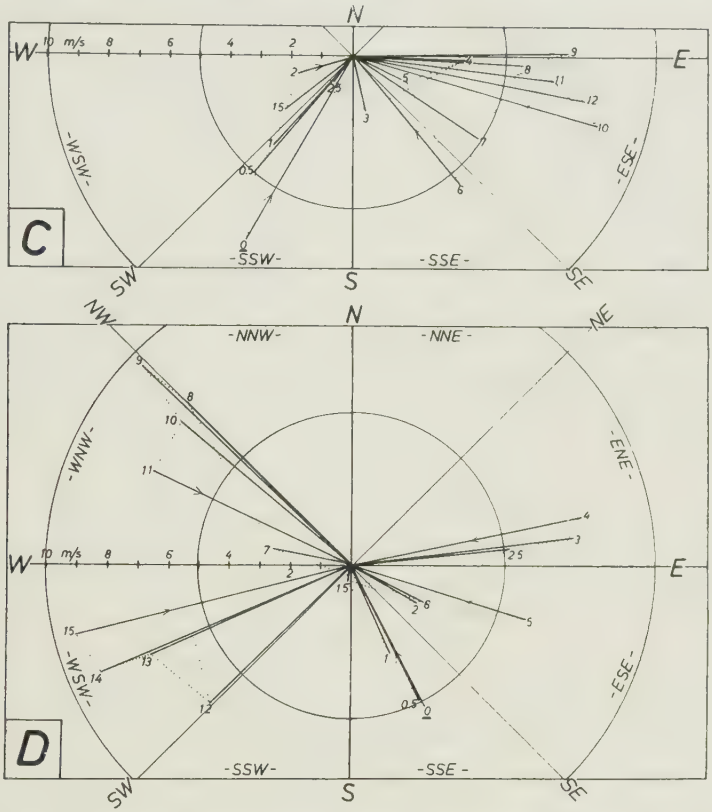


Abb. 2 b. Mittlere Windvektoren der einzelnen Höhenstufen (siehe Abb. 2 a).
C: 4—5° *N*, 10° W—5° E, Mai und August 1933, 28 Piloten (Seewarte), 0—12 km. *D:* 9° *S*, 10° W—5° E, September 1926, 13 Piloten (Meteor), 0—15 km.

beiderseits des Äquators. Oberhalb 17,5 bis 18 km, bereits in der Stratosphäre, deutet die schwache E-Komp. auf den Oberpassat (high easterlies).

Bei der *meridionalen* Komponente zeigt Feld A ebenfalls eine einfache Vertikalschichtung: für 0 = 1 km Süd mit Maximum am Boden von 6 m/s, von 1 bis 7,5 km Nord mit Höchstwert bei 2 km, von 7,5 bis mindestens 19 km Süd mit Maximum in 15 bis 17 km von 7 m/s. Feld B stimmt mit A in der Schicht 0 bis 3 km gut überein; doch darüber zeigt N_m bei B im Vergleich zu A nahezu eine entgegengesetzte Schichtung: von 3 bis 8 km Süd (bei A Nord); darüber Nord (bei A Süd), mit Nord

maximal 8 m/s in 13 bis 14 km. In Tropopausenhöhe bei 17 km fällt der rasche Wechsel der meridionalen Komponente auf (bei *A* rasche Abnahme, bei *B* Vorzeichenänderung).

Tabelle 3. *Mittlerer Windvektor, Richtung ϑ (1 bis 36) und Geschwindigkeit v (m/s), für die zusammengefaßte Länge 10° W bis 5° E.*

Breite:	0—5° N		4—5° N		0—3½° S		9° S	
Monat:	XI (XII)		V und VIII		XII		IX	
	ϑ	v	ϑ	v	ϑ	v	ϑ	v
km								
18—19	17	3			3	5		
17—18	18	*2*			30	4		
16—17	20	7			26	12		
15—16	23	11			28	15		
14—15	24	10			30	13	26	9
13—14	22	7			33	8	25	9
12—13	17	6			25	*2*	25	7
11—12	15	6	10	8	2	3	22	7
10—11	14	7	10	7	6	3	30	7
9—10	12	5	11	8	9	5	31	7
8—9	11	5	9	7	8	4	31	9
7—8	9	4	9	6	10	9	32	8
6—7	8	4	12	5	10	8	28	3
5—6	7	4	14	5	11	8	12	3
4—5	7	5	12	2	11	7	11	6
3—4	8	8	9	4	9	7	8	8
2,5—3	8	9	17	2	7	10	8	7
2—2,5	7	9	22	*1*	6	10	8	5
1,5—2	7	7	25	2	6	8	12	3
1—1,5	9	*4*	23	3	8	*4*	19	*1*
0,5—1	14	*4*	22	4	15	*4*	16	3
0—0,5	17	6	22	5	16	6	15	5
Boden	17	6	21	7	16	5	15	5

b) Vergleichen wir nun die Komponentenwerte von *C* und *D*, beide jetzt in der nordsommerlichen Jahreshälfte, auch beiderseits des Äquators, aber nun nicht anschließend (wie bei *A* und *B*), sondern im Abstand von 13 Breitengraden, 4 bis 5° N gegen 9° S; in Abb. 1 (rechts) übereinandergezeichnet. Bei der *zonalen* Komponente bestehen große Unterschiede. Bei *C* hat die Grundschicht 0 bis 2,5 km West mit Maximum am Boden 4 m/s: das ist die W-Komp. der monsunalen Strömung nahe der Oberguineaküste. Dieser Monsun pflügt sich unter den E-Urpassat, der nun ab 2,5 km bis zur größten Beobachtungshöhe von 12 km gefunden wurde (Obergrenze nicht erreicht), mit $+ E_m$ zunehmend mit der Höhe bis 8 m/s bei 9 bis 12 km. Feld *D* zeigt passatische Grundströmung 0 bis 1 km mit Abnahme von $+ E_m$ mit der Höhe. Darüber wieder rasches Anwachsen von E_m bis zum Maximum 7 m/s in 3 bis 4 km. Die

Obergrenze des Urpassates liegt bei 6 km; bereits von dieser Höhe ab (der halben Höhe wie für 0 bis $3^1/_2°$ S im Dezember) herrscht der West in 9° S im September (Frühjahr der Südhemisphäre), in 14 bis 15 km als größter Beobachtungshöhe mit 9 m/s Komponentengeschwindigkeit. Gleich darüber muß die Tropopause liegen.

Bei der *meridionalen* Komponente finden wir bei *C* für den Nordsommer im ganzen Beobachtungsraum 0 bis 12 km Süd, aber unregelmäßig meist schwach, zum Teil wird $N_m = 0$. Maximum in der Bodenschicht des Monsuns im Sommer mit mittlerer S-Komp. 6 m/s. Bei *D* wechselt in der vertikalen Schichtung Süd und Nord mehrfach ab: 0 bis 2 km Süd, 2 bis 4 km Nord, 4 bis 6 km Süd, 6 bis 11 km Nord (mit maximal $+ N_m = 7$ m/s in 8 bis 9 km), 12 bis 15 km Süd.

c) Somit ergibt sich bei der Betrachtung der Vertikalstruktur der mittleren Windkomponenten: die zonale Komponente zeigt stets einen großzügigen klaren Aufbau mit der Höhe, aber die meridionale Komponente schichtet sich wesentlich unruhiger und vielfältiger. Der Regelmäßigkeit bei der Zonalkomp. stehen stärkere räumliche und offensichtlich auch zeitliche Schwankungen bei der Meridionalkomp. gegenüber. Um klarer zu sehen, müssen wir die resultierenden mittleren Windvektoren in ihrer Änderung mit der Höhe betrachten und für einige Testhöhen auch die Streuung der Einzelmessungen feststellen.

2. Die Strömungssysteme.

In der Schichtung der mittleren Windvektoren, wie sie die Abb. 2*a* und 2*b* (nach Tabelle 3) zeigen, heben sich durch die Bündelung der Vektoren in bestimmten Höhen deutlich die charakteristischen Strömungsglieder voneinander ab.

a) Untere Troposphäre.

Nach Tabelle 4, Spalte *q*, haben in Feld *A* die Winde vom Boden bis zu 4 km Höhe Beständigkeitsfaktoren $> 90\%$, in *B* ebenso (und darüber hinaus). Hier ist die Beständigkeit so hoch, daß die Streuung der Einzelbeobachtungen nur recht gering sein und die Änderung des mittleren Vektors mit der Höhe auch als typisch für den Einzelfall gelten kann. In der Stufe 1 bis 1,5 km fällt *q* mit 85 bzw. 87% etwas ab (hierauf wird gleich zurückgekommen werden). Bei Betrachtung der Vektoren für *A* und *B* beiderseits des Äquators im November/Dezember (mit 69 Aufstiegen) fällt sogleich die für beide Felder so übereinstimmende, aber ganz eigentümliche Vektoränderung für 0 bis 3 km Höhe auf. Zwei Bündel der Luftversetzung heben sich deutlich heraus: unten für 0 bis 1 km aus SSE, oben für 1,5 bis 3 km aus ENE. Dazwischen in 1 bis 1,5 km Höhe die Schicht raschen Übergangs. Diese Vektorkurve entspricht in keiner Weise derjenigen, wie wir sie für andere Breiten kennen. Unten dreht der Vektor unter Abnahme mit der Höhe links, die Drehung zwischen Stufe 0 bis 0,5 km und Stufe 1,5 bis 2 km beträgt bei *A*: $169° - 68° = 101°$, bei *B*: $164° - 59° = 105°$. Von 2 bis 3 km ist die Vektoränderung unter Zunahme rechtsdrehend. Die Grenze zwischen

den beiden sich überlagernden markanten Strömen wird im einzelnen schwanken. Die fast südliche Strömung unten, quer über den Äquator hinweg, entspricht dem allgemeinen Druckgradienten am Boden, der vom Passatgebiet am Nordrand des südatlantischen Subtropenhochs zum innertropischen Tief (mit der JTC) nördlich der Küste führt. Aber

Tabelle 4. *Mittlere skalare Windgeschwindigkeit v (m/s) und Quotient* $q = \frac{v}{v} \times 100$ *(soweit Zahl der Fälle* $\geqq 5$*).*

	v				q			
Breite	0—5° N	4—5° N	0—3½° S	9° S	0—5° N	4—5° N	0—3½° S	9° S
Monat	XI (XII)	V u. VIII	XII	IX	XI (XII)	V u. VIII	XII	IX
km								
18—19	5		5					
17—18	5		5					
16—17	9		12		85			
15—16	13		15		86			
14—15	13		13	9	75			
13—14	9		18	9	78			
12—13	8		16	7	77			
11—12	8	8	10	7	74			
10—11	8	7	9	10	83		33	
9—10	8	8	7	9	*66*		69	
8—9	8	7	5	9	67		81	
7—8	6	6	10	8	68		90	
6—7	6	5	9	5	75		91	
5—6	6	6	8	*3*	74		93	
4—5	7	4	7	7	83	49	96	
3—4	9	6	8	8	94	65	94	
2,5—3	10	4	10	8	95	41	95	
2—2,5	9	*3*	10	6	96	*35*	99	
1,5—2	7	*3*	8	4	93	58	96	71
1—1,5	5	5	*5*	*3*	*85*	60	*87*	*15*
0,5—1	*4*	5	*5*	5	86	77	91	64
0—0,5	6	6	6	6	92	85	95	88
Boden	6	8	6	6	97	90	93	95

dieser Druckgradient muß schon in der Höhe zwischen 0,5 und 1 km rasch abnehmen, darüber seine Richtung stark ändern und in 1,5 bis 3 km eine deutliche entgegengesetzte Komponente von Norden her über den Äquator hinweg haben; d. h. daß über dem Intertropiktief an Land in dieser Höhe höherer Druck als über dem Meere herrschen muß. Die untere und die obere Strömung erscheinen gekoppelt zu einem regionalen System des Luftaustausches zwischen Land und Meer, wobei die obere eine etwa doppelt so große Versetzungsgeschwindigkeit hat. Die Höhenstufe 2,5 bis 3 km ist die windstärkste der unteren Troposphäre, mit $v_m = 10$ m/s bei A und B (Tabelle 4), hier treten auch die größten

gemessenen Einzelgeschwindigkeiten auf mit ENE 19 m/s bei *A* und ENE 18 m/s bei *B* (Tabelle 5).

Tabelle 5. *Größte im Einzelfall gemessene Windgeschwindigkeit (v_x m/s), mit zugehöriger Windrichtung (D in Zehnergraden 1 bis 36).*

Breite	0—5° N		4—5° N		0—3½° S		9° S	
Monat	Nov. (Dez.)		Mai/Aug.		Dez.		Sept.	
	v_x	*D*	v_x	*D*	v_x	*D*	v_x	*D*
km								
17—18	10	*17*						
16—17	11	*18*						
15—16	**21**	*21*			17	*28*		
14—15	19	*20*			17	*30*		
13—14	13	*21*			**21**	*32*		
12—13	11	*22*			16	*31*		
11—12	13	*13*			12	*32*		
10—11	11	*15*	10	*10*	9	*11*	16	*31*
9—10	**20**	*13*	11	*10*	11	*10*	13	*30*
8—9	14	*13*	10	*10*	11	*10*	10	*31*
7—8	11	*13*	7	*8*	15	*12*	8	*31*
6—7	13	*4*	7	*11*	14	*12*	5	*36*
5—6	12	*4*	7	*17*	12	*9*	6	*9*
4—5	11	*8*	9	*7*	11	*10*	11	*6*
3—4	17	*9*	9	*5*	13	*8*	9	*5*
2,5—3	**19**	*8*	8	*18*	**18**	*7*	9	*7*
2—2,5	15	*9*	5	*21*	16	*6*	7	*7*
1,5—2	14	*8*	6	*12*	14	*7*	8	*8*
1—1,5	10	*11*	9	*18*	9	*8*	8	*10*
0,5—1	9	*15*	9	*20*	8	*14*	14	*11*
0—0,5	9	*18*	9	*20/25*	8	*17*	8	*15*

Für die Übergangsschicht 1 bis 1,5 km gibt Abb. 3 die Streuung der Vektorenanfangspunkte der Einzelmessungen. Wie der hier geringere (schon oben erwähnte) Wert der Beständigkeit *q* anzeigt, ist die Streuung größer als in den stetigen Strömen darunter und darüber: mehr als die Hälfte der Einzelwinde kommt bereits hier aus dem ENE-Oktanten, etwa $^1/_3$ noch aus ESE mit auflandiger Komponente und $^1/_4$ aus dem direkt ablandigen NNE-Oktanten. Eine Messung auf 4° N nahe der Küste brachte W schwach, zwei Messungen auf 2° S fallen auf mit NW 2 bis 4 m/s (Regenlage). Die Geschwindigkeit schwankt bei den Einzelfällen zwischen 1 und 10 m/s (ESE 10 m/s wurde am Äquator in 9° W gemessen); 42% fallen auf das Intervall 3 bis 5 m/s, je 21% auf 1 bis 3 und 5 bis 7, 16% auf 7 bis 10 m/s.

Wenn die auflandige Strömung der Bodenschicht (maritimer) *Monsun* genannt wird, so kommt der nordöstlichen Strömung darüber die Rolle eines *Antimonsuns* zu. Dieser vom Kontinent weit auf das Meer über den Äquator hinweggehende obere Strom bildet eine Fortsetzung des

sog. „Harmattan" an Land. *Harmattan* kommt im Küstenbereich zeitweise auch am Boden besonders im Nordwinter vor, durch Staubtrübung und Trockenheit gekennzeichnet als Vorstoß im Sinne des NE-Passats (aus der Sahara), wobei der flache Monsun zurückgedrängt wird und die JTC sich seewärts verlagert. Bei den „*Tornados*" (Gewitterböen), die im Golf von Guinea im Monsunbereich auftreten und mit der Höhenströmung aus E bis NE von Land auf See hinausziehen, kommt in den Böen dieses heftigen vertikalen Umlagerungsprozesses der NE meist bis zum Boden herunter, er durchstößt kurzfristig die Monsunschicht.

Vergleichen wir nun *C* mit *A* im Hinblick auf den jahreszeitlichen Unterschied. Bei *C* (4 bis 5° N) ist der *Sommermonsun* in der Bodenschicht voll ausgebildet, die Bodenströmung aus SW hat (bei 28 Aufstiegen) eine Beständigkeit *q* von 90%, aber darüber wird *q* rasch kleiner und weist nun für 2 bis 2,5 km mit 35% ein erhebliches Minimum auf. Hier ist die Übergangsschicht 2 bis 3 km besonders unruhig (wohl in Verbindung mit dem lebhaften Wettergeschehen nahe der Küste). Im Gegensatz zu *A* und *B* zeigt *C* für 0 bis 2 km ein Rechtsdrehen des Vektors, von 209° nach 252°, d. i. um + 43°, und besonders rasche Abnahme der mittleren Versetzungsgeschwindigkeit von 7 auf 2 m/s. Darüber starkes Linksdrehen bis 4 km über S nach E. Oberhalb 4 km kommen die Vektoren aus dem ESE-Oktanten. Das im Winter bei *A* und *B* so ausgeprägt auftretende Bündel der antimonsunalen ENE-Strömung zeigen die (allerdings wenigen) Beobachtungen im Mittel bei *C* im Sommer nicht. Eine Durchsicht der Einzelfälle ergibt, daß nur vereinzelt (im Mai) in 3 bis 5 km der NE auftritt, überwiegend aber Winde aus SE bis E.

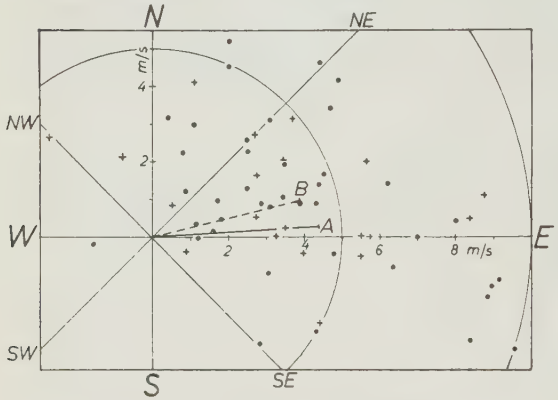


Abb. 3. Vektoren-Anfangspunkte für die Höhenstufe 1—1,5 km nach den Einzelaufstiegen. Punkte = Feld *A*, Kreuze = Feld *B*, dazu die mittleren Vektoren.

Feld *D* (13 Aufstiege im September) hat den streng gerichteten *Passat* aus SSE mit großer Beständigkeit in der Bodenschicht. Zwischen 1 und 1,5 km liegt nach den gleichzeitigen Drachenaufstiegen von J. REGER und mir sehr ausgeprägt die Passatinversion, als Scheide zwischen dem unteren kühlen Passatluftkörper und der darüberliegenden Warmluft (Temperaturinversion im Mittel 6° C) [*10*]. In dieser Höhenstufe 1 bis 1,5 km ist *q* mit nur 15% besonders gering, bei meist schwachen umlaufenden Winden. Aber darüber, im Höhenintervall 2 bis 4 km der Warmluft, zeigt Abb. 2b wieder ein Vektorenbündel aus dem ENE-Oktanten, ähnlich wie in den Feldern *A* und *B*; dies deutet (in einer

Breite von 9° S) auf einen Druckgradienten in dieser Höhe von E nach W. Somit ergibt sich hier wieder eine *Zweiteilung* in der unteren Troposphäre mit gegensätzlicher Meridionalkomponente.

J. Reger [*10*] hat nach unseren aerologischen Beobachtungen nachgewiesen, daß die Existenz der Passatinversion mit einer Lufttemperatur über der Meeresoberfläche von 26° C erlischt. In unserer Monsunregion in Feld *B* und *A* hat die Ausgangstemperatur diese Höhe, und die mittlere Zustandskurve zeigt hier eine normale (feuchtlabile) Temperaturabnahme mit der Höhe. Aber auch ohne Inversion hat die Monsungrundströmung in Feld *B* südlich des Äquators dieselbe Mächtigkeit von zirka 1 km wie die Passatgrundströmung mit Inversion in *C*; in *A* nördlich des Äquators durchschnittlich etwa 900 m, vor der Küste nur noch 700 bis 600 m. Diese Daten zur Charakterisierung der „Reibungsschicht".

Die mittleren Temperaturzustandskurven zeigen für Feld *B* nur eine geringe Inversion (1°) bei 2,2 bis 2,3 km, für *A* eine kleine Isothermie bei 2,3 bis 2,4 km. Die Höhenstufe von 2 bis 2,5 km gehört aber bei *B* und *A* zu der ausgeprägten oberen ENE-Strömung (mit ablandiger Komponente). Diese Spuren einer Inversion können also kaum als „Reste der Passatinversion, am Äquator auf über 2 km gehoben" angesprochen werden. (Für *C* liegen keine Höhentemperaturen vor.)

b) Mittlere Troposphäre.

Wir rechneten die untere Troposphäre bis 3 bis 4 km. Der Raum der *Ostströmung* (Urpassat) darüber bis zu ihrer Obergrenze möge als mittlere Troposphäre bezeichnet werden. Die meridionale Komponente wechselt hier, wie bereits im Abschnitt 1 besprochen. Der SE-Quadrant überwiegt (vgl. die mittleren Vektoren in Abb. 2*a* und 2*b*), er wurde bei *A* in der Höhe 8 bis 13 km beobachtet, bei *B* in 4 bis 8 km, bei *C* in 3 bis 12 km, bei *D* in 4 bis 6 km. Beim Vergleich von *A* und *B* zeigt sich also nach den Mittelwerten kein Massenfluß über den Äquator hinweg.

Die Höhenstufe mit größter durchschnittlicher Luftversetzung liegt bei *A* in 10 bis 11 km mit SE 7 m/s, bei *B* in 7 bis 8 km mit ESE 9 m/s, bei *C* in 9 bis 10 km mit ESE 8 m/s, bei *D* in 4 bis 5 km mit ESE 6 m/s (vgl. Abb. 2*a* und 2*b*).

Die Höhenstufe 9 bis 10 km für *A* und *B* weist einen relativ geringen Beständigkeitsfaktor *q* auf (Tabelle 4). Für diese Höhe bringt Abb. 4 die Streuung der gemessenen Einzelvektoren für die 4 Felder. Bei *A* fallen 3 von 14 Einzelbeobachtungen durch W-Komponente heraus, bei *B* 3 von 7 Einzelmessungen; die Obergrenze der Ostströmung, die nach den Mittelwerten bei 13 bzw. 12 km liegt, ist in diesen Fällen also um 3 bis 4 km abgesunken. Umgekehrt tritt bei *D*, wo nach den Mittelwerten schon ab 6 km der hohe W herrscht, in 9 bis 10 km Höhe in 1 von 4 Fällen noch E auf. Die Grenzfläche zwischen Urpassat und hohem W unterliegt somit größeren *Schwankungen* nach der Höhenlage. Hinsichtlich der

meridionalen Komponente haben bei *A* in 9 bis 10 km 9 Einzelwerte S- und 5 N-Komponente, daher im Mittel S-Komponente mit nur 3 m/s (Tabelle 2); bei *B* haben 3 Fälle S- und 4 Fälle N-Komponente, daher

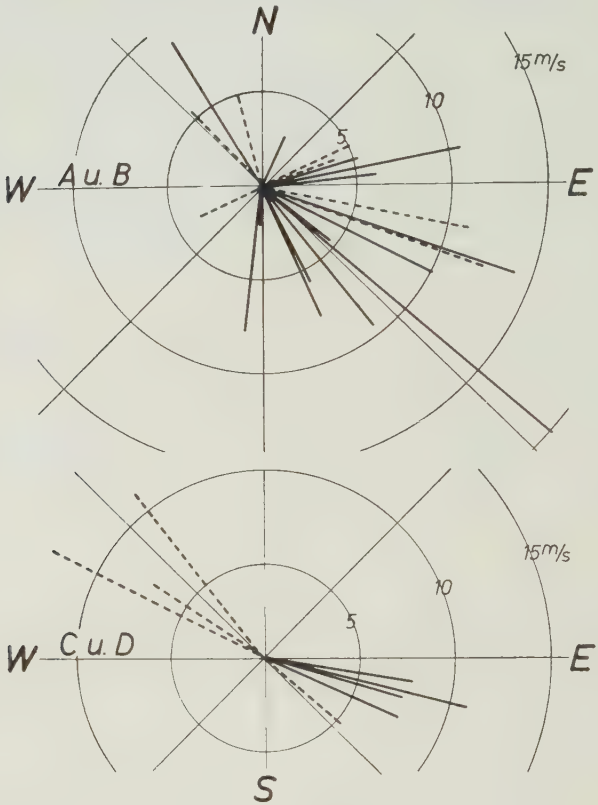


Abb. 4. Vektoren nach den Einzelmessungen für 9—10 km Höhe.
oben: ——— Feld *A*, - - - - - - Feld *B*,
unten: ——— „ *C*, - - - - - - „ *D*.

hier Mittel der Meridionalkomponente = 0. Die innerhalb der Ostströmung überhaupt größte gemessene Windgeschwindigkeit trat bei *A* in 9 bis 10 km mit SE 20 m/s (39 Knoten = 73 km/h) auf.

c) Hohe Troposphäre.

Die Hochtroposphäre wird von der *hohen Westströmung* eingenommen. Deren Mächtigkeit beträgt nach unseren Stichproben in *A* 13 bis $17^1/_2$ = $= 4^1/_2$ km, in *B* 12 bis 18 = 6 km; in *C* ist sie durch die Beobachtungen nicht erreicht worden (oberhalb 12 km) und in *D* auf 9° S beginnt sie bereits bei 6 km, die obere Grenze wurde bei 15 km noch nicht erreicht, somit Mächtigkeit > 9 km.

Bei *A* und *B* hat die Höhenstufe 15 bis 16 km die größte mittlere W-Komponente und auch größte Vektorgeschwindigkeit (Tabelle 2, Abb. 2*a*). Der Drehungssinn der Vektoren ist in *A* für 13 bis 15 km rechtsdrehend, für 15 bis 18 km linksdrehend; in *B* für 13 bis 17 km linksdrehend. Stärkste Winde im Einzelfall sind bei *A*: SW 21 m/s in 15 bis 16 km, bei *B*: NW 21 m/s in 13 bis 14 km. Dies ist das Maximum von *v* überhaupt, das bei den Aufstiegen in unserem Seegebiet angetroffen wurde.

Abb. 2*b* zeigt im Passatfeld *D* im Höhenintervall 6 bis 11 km das ausgeprägte Bündel der Vektoren aus NW; größte Geschwindigkeit in 10 bis 11 km mit $v_m = 10$ und $v_x = 16$ m/s. Dieser NW tritt hier ganz antipassatisch auf. Der WSW in 11 bis 15 km darüber ist nur noch durch eine einzige Beobachtung belegt.

Für *A* mit der größeren Zahl von Stichproben sei noch die Streuung der Einzelfälle gegeben, vgl. Abb. 5. Bei 8 Fällen in 13 bis 14 km fallen 6 in den SW-Quadranten, 2 aber auf NW. Auch für 14 bis 16 km kommen sowohl N- als auch S-Komponente vor; maximale S-Komponente in 14 bis 16 km mit 18 m/s. Die geringen Mittelwerte der meridionalen Komponente in diesen Höhen sind also eine Folge der hier vorkommenden starken *Schwankungen* (Auswirkung von äquatorwärts vorstoßenden Höhentrögen). Auffallend ist die rasche Änderung der Winde oberhalb der windstärksten Westwindstufe (Abb. 5); dicht über ihr muß die Tropopause liegen.

d) Tropopausenschicht.

Nach Abb. 5 nehmen bei *A* in 16 bis 17 km die Windgeschwindigkeiten deutlich ab, die Richtung dreht mehr nach Süd, in einem Falle tritt SE auf; und in 17 bis 18 km wird die Zonalkomponente im Mittel = 0, die Richtung des mittleren Vektors Süd. Oberhalb 18 km überwiegt die E-Komponente; bei *B* ist dieser Übergang zu E noch schärfer ausgesprochen.

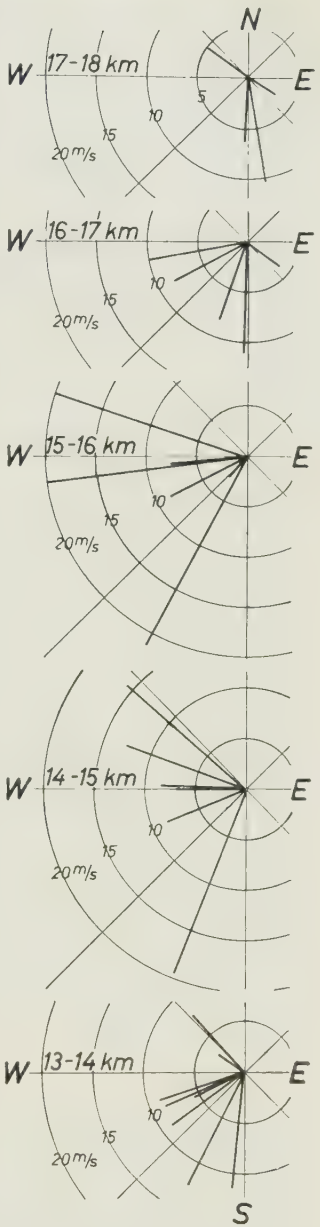


Abb. 5. Vektoren nach den Einzelmessungen im Feld *A* für 13—18 km Höhe (Spitzen im Mittelpunkt der Koordinaten).

Entnimmt man aus den einzelnen Bahnprojektionen der Aufstiege diejenige Höhe, bei der oberhalb des kräftigen hohen W-Stroms die Bahnkurve einen deutlichen Knick macht oder ganz umkehrt, so ergeben sich Höhen zwischen 16 und $16^1/_2$ km. Hier beginnt die Tropopausenschicht, diese Höhe stimmt überein mit der allgemein in den inneren Tropen nach Temperatursondierungen gefundenen durchschnittlichen Höhe der Tropopause. Die Obergrenze der Troposphäre ist meist auch Obergrenze der hohen Westströmung. Darüber, in der unteren Schicht der Stratosphäre, setzt sich der *hohe Ost* (Oberpassat) durch, wobei allerdings hier der Wind im einzelnen noch recht schwankt. —

Überblicken wir nochmals die *Rolle des geographischen Äquators* bei den Strömungssystemen, wie sie sich nach der mittleren meridionalen Komponente im Vergleich der Felder *A* und *B* beiderseits des Äquators für dieselbe Jahreszeit November/Dezember ergibt:

1. Massenfluß über den Äquator hinweg von Süden her: im Höhenintervall 0 bis 1 km (Südmonsun der Grundschicht) und in 16 bis 17 km (Tropopausenschicht, an der Obergrenze des hohen West).

2. Massenfluß über den Äquator hinweg von Norden her: im Höhenintervall 1 bis 3 km (antimonsunale ENE-Strömung).

3. Konvergenz am Äquator: im Höhenintervall 3 bis 8 km (Urpassat, mittlerer Teil).

4. Divergenz am Äquator: im Höhenintervall 8 bis 12 km (Urpassat, oberer Teil), 13 bis 16 km (hoher West), 17 bis 19 km (untere Stratosphäre).

Inwieweit für die größeren Höhen (Stichproben) der Befund zu verallgemeinern ist, muß dahingestellt bleiben. Konvergenz am Äquator in 3 bis 8 km würde bedeuten, daß hier im Kern des Urpassats Druckgradienten zum Äquator hin bestehen (Verlagerung der JTC in der Höhe äquatorwärts?). Divergenz oberhalb 8 km bis zur Stratosphärengrenze würde höheren Druck am Äquator bedeuten; das Umschlagen der zonalen Komponente von E nach W über der Äquatorzone (ab 12 km) wäre im Einklang mit Druckgradienten vom Äquator polwärts.

Doch fehlt für unsere Seeregion die Kenntnis der normalen Druckverteilung in den größeren Höhen. Deshalb kann eine nähere Erklärung der Höhenströmungen nicht versucht werden. Es fehlen auch synoptische Höhenkarten für den Einzelfall, die unsere Region umfassen und eine Deutung der beobachteten Schwankungen der Höhenwinde („Störungen") ermöglichen würden.

Literatur.

1. Kuhlbrodt, E. und J. Reger: Wissenschaftl. Ergebnisse der Deutschen Atlant. Expedition „Meteor". Bd. XV, Die aerologischen Methoden und das aerologische Beobachtungsmaterial. Berlin 1933.
2. Mildner, P. und H. Markgraf: Meteorol. Reisebericht und Höhenwindmessungen auf der Fahrt nach Kamerun Mai—Juni 1933. A. d. Archiv d. Deutsch. Seewarte **54**, 3 (1935).
3. Zistler, P. und F. Möller: Meteorol. Reisebericht und Ergebn. d. Höhenwindmessungen v. d. Fahrt nach Kamerun Juli—August 1933. A. d. Archiv d. Deutsch. Seewarte **54**, 2 (1935).

4. Klimatologie des östlichen Teils d. Mittelatlantischen Ozeans (Bearbeiter E. Kuhlbrodt). Herausgegeben vom Meteorol. Amt für Nordwestdeutschland. Hamburg 1947.
5. Monatskarten f. d. Südatlantischen Ozean. Neubearbeitet von der Deutschen Seewarte 1942—43. Hamburg 1944.
6. Kuhlbrodt, E.: Das Strömungssystem der Luft über dem tropischen Atlant. Ozean nach den Höhenwindmessungen der „Meteor"-Expedition. Z. f. Geophysik **4** (1928).
7. — Höhenwinde auf dem Seeweg Kapverdenregion—La Plata. Geofisica pura e appl. **21** (1952).
8. — Jahreszeitliche Änderung der Luftströmung in 0—5 km Höhe über d. atlant. Gebiet 15° N—Äquator, 20—30° W. Ber. d. Dtsch. Wetterd. US-Zone, Nr. 38. Bad Kissingen 1952.
9. — Hochtroposphärische Winde über dem tropischen Atlantik. Ann. Meteorol. **5** (1952).
10. Reger, J.: Wissenschaftl. Ergebnisse der Deutschen Atlant. Expedition „Meteor". Bd. XVI, Zweiter Teil, 1. Lieferung. Die Temperaturverhältnisse über dem Südatlantischen Ozean. Berlin 1939.

551.509.33

Die Bestätigung bisheriger Ergebnisse der Großwetterforschung durch den Winter 1953/54.

Von

F. Baur, Bad Homburg.

Mit 1 Textabbildung.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß drei nicht mehr mit Zufall erklärbare Regeln und Korrelationen, die sich auf die Wintertemperatur Mitteleuropas beziehen, im Winter 1953/54 sich neuerdings bewährt haben. Daß der Winter als Ganzes und vor allem der Hochwinter in Mitteleuropa kälter als normal waren, obwohl die erste Dezemberdekade in Deutschland um mehr als 2,5° C zu warm war, wird damit erklärt, daß diese frühwinterliche Temperaturanomalie nicht im Rahmen einer Westlage auftrat, sondern mit einer Südlage verknüpft war, die im Winter nur eine geringe Wiederholungsneigung besitzt. Auch in USA. wurde eine Regel, die von der allgemeinen Zirkulation im November auf die mittlere Wintertemperatur in New-England zu schließen erlaubt, aufs neue bestätigt.

Summary. It is pointed out that three rules and correlations, which apply to the winter temperature of Central Europe and which cannot be explained by chance, have been proved again in winter 1953/54. The fact that the winter as a whole and mainly January and February were colder than normal in Central Europe, though the first December decade was too warm in Germany by more than 2,5° C, is explained by the fact that the temperature anomaly during the early winter was not caused by a westerly situation but was connected with a southerly situation which, in winter, shows only a small tendency to recurrence. Also in USA, a rule has been recently confirmed which deducts the average winter temperature of New England from the general circulation in November.

Résumé. L'exactitude de trois règles et corrélations concernant la température hivernale de l'Europe centrale et qui ne reposent pas sur des bases fortuites s'est confirmée pendant l'hiver 1953/54. Que dans l'ensemble cet hiver, et surtout le plein hiver, ait été anormalement froid, bien que la première décade de décembre ait été en Allemagne de plus de 2,5° trop chaude, s'explique par le fait que cette anomalie du début ne s'est pas produite par temps d'Ouest, mais bien par courant du Sud dont on sait qu'il ne tend guère à récidiver. Aux Etats-Unis également une règle qui permet, à partir de la circulation générale en novembre, de conclure quant à la température moyenne de l'hiver en Nouvelle-Angleterre s'est confirmée à nouveau.

Dem Winter 1953/54 ging in *Mitteleuropa* ein trockener Spätsommer und ein trockener, warmer *Herbst* voraus. Die Trockenheit war im August und September, besonders deutlich im erstgenannten Monat, überwiegend von zonaler Zirkulation begleitet, mit antizyklonalen West- und Südwestlagen im August, Höhen-Hochdruckkeilen im September. Dagegen beherrrchte im Oktober und November im großen und ganzen die subtropische Form der Meridionalzirkulation, mit hohem Druck in der unteren und oberen Troposphäre über Mittel- und Osteuropa, tiefem Druck über Grönland und dem Nordatlantik vom Pol bis zum 50°-Breitenkreis die Witterung Mitteleuropas. Während Nordeuropa und das nördliche Mitteleuropa im Oktober *und* November sehr warm waren, fiel die Temperatur über Westsibirien und dem südlichen Rußland vom Oktober zum November übernormal stark.

Der Winter begann in Mitteleuropa mit einer hochgradig übernormal warmen ersten Dezemberdekade und einer sehr warmen ersten Dezemberhälfte. Diese Wärme wurde aber nicht durch Zufuhr milder Meeresluft in Verbindung mit einer Westlage verursacht, sondern durch Heranführung warmer Luft aus niederen Breiten bei Fortsetzung der subtropischen Meridionalzirkulation, wie sie bereits im Oktober und November bestanden hatte.

In Zahlen ausgedrückt war diese Vorbereitung des Winters 1953/54 folgende:

Tabelle 1. *Abweichungen kennzeichnender Größen des Großwetters über Europa in den dem Winter 1953/54 vorangegangenen Monaten von den entsprechenden langjährigen Mittelwerten.*

	VIII	IX	X	XI	
Temperaturabweichung Mitteleuropa	— 0,2	+ 0,8	+ 2,1	+ 1,6	° C
Niederschlagsabweichung Deutschland	— 9	— 21	— 32	— 39	Ltr/qm
Abweichung Luftdruckdifferenz im Meeresniveau 45° N — 60° N (10° E bis 20° E)	+ **3,6**	+ **3,9**	— 3,6	+ 6,1	mb
Abweichung Luftdruckdifferenz im Meeresniveau 40° E — 20° W (45° N bis 60° N)	+ 2,7	+ 0,1	+ **5,8**	+ **6,6**	mb
	Westsibirien			Südrußland	
Abweichung der Temperaturänderung X/XI	etwa — 5°			etwa — 3,5° C	
	1. bis 10. XII			1. bis 15. XII	
Temperaturabweichung Berlin (bezogen auf Mittel 1766 bis 1949)	+ 4,6			+ 3,8	° C
Temperaturabweichung Frankfurt a. M. (bezogen auf Mittel 1851 bis 1930)	+ 4,2			+ 3,7	° C
Abweichung Luftdruck Edinburgh (bezogen auf Mittel 1770 bis 1948)	+ 5,8			+ 5,9	mb

Auf Grund früherer und jüngster Untersuchungsergebnisse konnten aus dieser vorausgegangenen Großwetterentwicklung Anhaltspunkte bezüglich des zu erwartenden Temperaturgepräges des Winters in Mitteleuropa gewonnen werden, die sich als zutreffend erwiesen. Die Regeln, die sich dabei als praktisch brauchbares Wissensgut der Großwetterkunde bewährten, sind im einzelnen die folgenden:

I.

H. v. Rudloff [*1*] ging von der Trockenheit des Spätsommers und Herbstes in Deutschland aus und stellte nachstehende Bedingungen auf, um zu einer hinreichend großen Auswahl von Jahren zu kommen, die in dieser Hinsicht dem Jahre 1953 möglichst ähnlich waren:

a) In Deutschland von den vier Monaten August, September, Oktober und November mindestens drei zu trocken,

b) August trocken oder um höchstens 2 l/m² zu naß,

c) September trocken oder um höchstens 2 l/m² zu naß,

d) Oktober zu trocken,

e) November um mindestens 5 l/m² zu trocken.

Wie man durch Vergleich mit Tabelle 1 sieht, ist in diesen Bedingungen berücksichtigt, daß die negative Niederschlagsabweichung im November am größten, im August und September am geringsten war. Den Niederschlagsabweichungen der Monate August bis November der auf Grund der genannten Bedingungen ausgewählten Jahre sind in Tabelle 2 die Abweichungen der mittleren Temperatur des darauffolgenden Winters in Mitteleuropa (nach [*2*a]) und in Karlsruhe und Basel gegenüber-

Tabelle 2. *Abweichungen des Wintermittels der Temperatur in Mitteleuropa, Karlsruhe und Basel nach vorausgegangenem trockenem Spätsommer und Herbst in Deutschland.*

Jahr	Niederschlagsabw. Deutschl. in Ltr/qm				Abw. d. mittl. Wintertemperatur ° C		
	VIII	IX	X	XI	Mitteleuropa	Karlsruhe[1]	Basel[1]
1853/54	— 19	+ 2	— 2	— 42	— 1,5	— 2,9	— 3,0
57/58	— 20	— 10	— 29	— 30	— 1,2	— 2,0	— 2,6
64/65	— 4	+ 1	— 30	— 7	— 2,5	— 1,9	— 1,3
71/72	— 28	— 4	— 9	— 27	— 0,5	— 1,4	— 1,5
74/75	— 24	— 12	— 28	— 9	— 1,0	— 1,0	— 0,8
86/87	— 27	— 16	— 10	— 7	— 0,7	— 1,6	— 1,6
87/88	— 25	— 5	— 6	— 7	— 1,5	— 1,8	— 2,2
1907/08	— 5	— 17	— 18	— 24	+ 0,7	— 0,2	— 0,4
21/22	— 8	— 29	— 24	— 14	— 0,7	— 0,3	— 0,2
33/34	— 15	— 15	— 3	— 15	— 0,4	— 1,5	— 2,0
37/38	— 12	0	— 28	— 20	+ 1,2	+ 0,7	+ 0,9
46/47	+ 2	— 3	— 2	— 22	— 4,4	— 4,1	— 2,4
1953/54	— 9	— 21	— 32	— 39	— 1,7	— 0,9	— 0,5

[1] Auf das Mittel 1871 bis 1950 bezogen.

gestellt. Daraus ist zu entnehmen, daß in Karlsruhe und Basel 11, in Mitteleuropa (Durchschnitt aus DeBilt + Berlin + Wien) 10 der ausgewählten zwölf Winter kälter als normal waren. Die wenigen positiven Abweichungen lagen, abgesehen von einem Fall bei Mitteleuropa, unter + 1,0° C. v. RUDLOFF zog daraus den Schluß, daß nach trockenem Spätsommer und trockenem Herbst in Deutschland „*Mildwinter* in auffallender Weise *fehlten*". Als „Mildwinter" definiert er einen Winter, dessen mittlere Temperatur um mehr als 1,0° C über dem Regelwert liegt.

v. RUDLOFF hat — vielleicht aus Raummangel — nicht angegeben, ob die in Tabelle 2 ausgedrückten Beziehungen außerhalb des Zufallspielraumes liegen. Wir wollen dies hier nachholen, da eine statistische Feststellung, für die keine physikalische Begründung angegeben wird, ohne den Nachweis, daß es sich um ein außerhalb des Zufallspielraumes liegendes Zusammentreffen handelt, wenig Erkenntniswert besitzt.

Die *Grundwahrscheinlichkeiten* sind:

1. eines Mildwinters in Mitteleuropa (im Zeitraum 1761 bis 1950)

$$p_{m,\,M} = 65/190 = 34{,}2\%,$$

2. eines Mildwinters in Freiburg i. Br. (im Zeitraum 1869 bis 1952)

$$p_m = 25/84 = 29{,}8\%,$$

3. eines zu kalten Winters in Freiburg i. Br. (im Zeitraum 1869 bis 1952)

$$p_k = 40/84 = 47{,}6\%.$$

Für die Berechnung der einschlägigen Grundwahrscheinlichkeiten für Karlsruhe und Basel fehlen mir die Unterlagen. Sie können aber — da es sich um Jahreszeitmittel der Temperatur handelt — von den für Freiburg geltenden nicht nennenswert abweichen, wenn man ungefähr den gleichen Zeitraum zugrunde legt.

Aus den angegebenen Grundwahrscheinlichkeiten für Mildwinter folgen als Grundwahrscheinlichkeiten dafür, daß *kein* Mildwinter eintritt,

$$p_{nm,\,M} = 100 - 34{,}2 = 65{,}8\%$$

und

$$p_{nm} = 100 - 29{,}8 = 70{,}2\%.$$

Nach der NEWTONschen Formel ist die Wahrscheinlichkeit, daß in zwölf echten Stichproben elfmal ein Ereignis mit der Grundwahrscheinlichkeit 0,66 beobachtet wird,

$$W\,(12;\ 11;\ 0{,}66) = \binom{12}{11}\left(\frac{66}{100}\right)^{11} \cdot \frac{34}{100} = 0{,}0422,$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß das gleiche Ereignis zwölfmal beobachtet wird,

$$W\,(12;\ 12;\ 0{,}66) = \left(\frac{66}{100}\right)^{12} = 0{,}0068.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis mit der Grundwahrscheinlichkeit 0,66 unter zwölf echten Stichproben *mindestens* elfmal beobachtet wird, ist daher $0{,}0490 > 0{,}0027$.

Für Karlsruhe und Basel, wo in allen zwölf Fällen die Abweichung der Temperatur unter $+ 1{,}0°$ lag, ergibt sich

$$W(12;\ 12;\ 0{,}70) = \left(\frac{70}{100}\right)^{12} = 0{,}0138 > 0{,}0027.$$

Infolge der großen Grundwahrscheinlichkeit von Wintern, die nicht zu den Mildwintern zu rechnen sind, kann daher der in Tabelle 2 zum Ausdruck kommende Zusammenhang nicht als „überzufällig" nachgewiesen werden, wenn man von dem nur einmaligen Vorkommen oder gänzlichen Fehlen von Mildwintern unter den zwölf ausgewählten ausgeht.

Das Wesentliche an den Abweichungen der Wintertemperaturen in Tabelle 2 ist jedoch darin zu erblicken, daß sie fast alle negativ sind. Gerade diese Eigenschaft kann aber, wenigstens bei Karlsruhe und Basel, als „überzufällig" nachgewiesen werden. Da für diese Orte $p_k = 0{,}48$ ist, erhält man

$$W(12;\ 11;\ 0{,}48) = \binom{12}{11}\left(\frac{48}{100}\right)^{11} \cdot \frac{52}{100} = 0{,}00194$$

und

$$W(12;\ 12;\ 0{,}48) = \left(\frac{48}{100}\right)^{12} = 0{,}00015$$

$$0{,}00209 < 0{,}0027.$$

Die auffallend große Häufigkeit zu kalter Winter in Karlsruhe und Basel nach vorangegangenem trockenem Spätsommer und Herbst in Deutschland kann demnach nicht als eine zufällige Erscheinung abgetan werden. Auf Grund dieser Feststellung konnte nach Tabelle 2 mit einer Eintreffwahrscheinlichkeit[1] von 88% erwartet werden, daß der Winter 1953/54 mindestens in Südwestdeutschland und dem Baseler Land im zeitlichen Mittel kälter als normal sein werde. Die letzte Zeile der Tabelle zeigt, daß sich die Erwartung erfüllte.

II.

Ein weiteres Argument für einen im ganzen zu kalten Winter ergab sich aus dem beträchtlichen Temperaturfall von Oktober auf November in Westsibirien, der um mehr als 4° C stärker als normal war (s. Tabelle 1). Ordnet man die Abweichungen der Winter-Temperaturmittel von Mitteleuropa in einer Rang-Korrelationstabelle den Abweichungen der vorangegangenen Temperaturänderung von Oktober auf November von Westsibirien $[= {}^1/_2\,(\text{Surgut} + \text{Tomsk})]$ zu, so ergeben sich im Zeitraum 1885 bis 1940 für eine Abweichung der Temperaturänderung $< -4{,}0°$ C folgende acht Fälle:

[1] Bezüglich Begriff und Berechnung der „Eintreffwahrscheinlichkeit" vgl. Meteorol. Taschenbuch, Neue Ausgabe II. Bd., S. 196.

Jahr	Abweichung der Temperaturänderung X/XI in Westsibirien	Abweichung d. folgenden Wintertemperatur in Mitteleuropa bezogen auf Mittel	
		1885—1940	1761—1950
1890	— 15,4	— 3,6	— 3,3
1892	— 7,1	— 2,0	— 1,7
1923	— 5,1	— 2,1	— 1,8
1894	— 5,0	— 2,4	— 2,1
1932	— 4,8	— 0,4	— 0,1
1902	— 4,6	+ 0,4	+ 0,7
1931	— 4,6	+ 0,3	+ 0,6
1896	— 4,1	— 0,7	— 0,4
Mathematische Erwartung		— 1,3	— 1,0

Die sechs zu kalten unter den acht Wintern bilden für sich allein noch keine hinreichende Begründung, um nach einer um mehr als 4° zu starken Temperaturabnahme von Oktober auf November in Westsibirien auf einen im Durchschnitt zu kalten Winter in Mitteleuropa zu schließen. Die Zahlen der kleinen Tabelle bekommen ihr Gewicht erst aus der Tatsache, daß die Gesamtkorrelation der beiden aufeinanderfolgenden Ereignisse die Zufallshöchstgrenze überschreitet [*2b* und *3*]. Der Sinn dieser Korrelation ist nicht der, daß nach einer übernormal starken Temperaturabnahme im Spätherbst in Westsibirien ein kalter Winter in Mitteleuropa folgen *müßte*, sondern nur, daß mit dieser starken Temperaturabnahme ein Kaltluftvorrat geschaffen ist, der bei entsprechender Luftdruckverteilung im Verlaufe des Winters nach Südwesten und damit nach Mitteleuropa ausfließen *kann*. Außerdem pflegt häufig auf eine starke Temperaturabnahme im Spätherbst in Westsibirien im Laufe des Winters noch einmal eine übernormal starke Abnahme zu folgen. Wenn daher nach anderen, möglichst unabhängigen Erscheinungen des einem Winter vorausgehenden Großwetters ein kalter Winter in Mitteleuropa zu erwarten ist, bildet eine große negative Abweichung der Temperaturänderung X/XI in Westsibirien ohne Zweifel eine weitere Stütze für diese Erwartung.

Im Winter 1953/54 floß die kalte sibirische Luft teilweise bereits im November nach Südrußland aus. Das westliche Mitteleuropa erreichte die östliche Kaltluft, abgesehen von zwei kurzen, sehr schwachen und flachen Vorstößen am 24. November und 18. Dezember, erstmals Ende Dezember und dann, nach einer zwischengeschalteten zehntägigen Westwetterperiode, im letzten Drittel des Januar als eine unmittelbar von Sibirien zugeführte trockene Kaltluft, mit der eine längere Zeitspanne strengen Frostes herbeigeführt wurde. Die negative Abweichung der mittleren Temperatur des Winters war in Mitteleuropa ungefähr so groß, wie die aus den acht Fällen mit ΔT X XI Westsib. $< -4{,}0°$ abgeleitete mathematische Erwartung (s. oben) angibt.

III.

F. Baur [4] zeigte, daß im Zeitraum 1802 bis 1952 in allen Jahren, in denen der Oktober in Mitteleuropa um mindestens 2° C zu warm und in Deutschland zu trocken war, der folgende Januar in Mitteleuropa kälter als normal war, während nach sehr warmem, aber zu nassem Oktober der folgende Januar milder als normal ausfiel (vgl. Tabelle 3). Die 100%ige relative Häufigkeit kalter Januare nach den zehn sehr warmen und trockenen Oktobern liegt außerhalb des Zufallspielraumes.

Tabelle 3. *Abweichungen der Temperatur und des Niederschlages im Oktober und der Temperatur Mitteleuropas im darauffolgenden Januar in Jahren, in denen der Oktober in Mitteleuropa um mindestens 2° C wärmer als normal war. Zeitraum: 1802 bis 1952.*

Jahr	Oktober		folgender Januar
	Temperaturabweichung in Mitteleuropa	Abweichung der Niederschlagssumme in Deutschland	Temperaturabweichung in Mitteleuropa
1802	+ 2,8° C	— 16	— 5,4
11	+ 3,5	— 8	— 1,5
22	+ 2,1	— 29	— 8,3
31	+ 3,1	— 28	— 0,4
46	+ 2,3	— 8	— 2,5
55	+ 2,1	+ 19	+ 1,4
57	+ 2,6	— 29	— 1,0
63	+ 2,3	— 27	— 3,8
1907	+ 3,1	— 18	— 0,6
21	+ 2,6	— 24	— 1,2
42	+ 2,3	+ 15	+ 0,1
49	+ 2,0	— 30	— 0,5
1953	+ 2,1	— 32	— 1,9

Die sehr warmen und nassen Oktober sind solche, die ihren Wärmeüberschuß durch Luftzufuhr vom Ozean her, also hauptsächlich in Verbindung mit Westlagen, allgemeiner gesagt, mit zonaler Zirkulation empfangen. Dagegen wird bei den trockenen, sehr warmen Oktobern die positive Temperaturanomalie teils durch Advektion warmer Luft aus niederen Breiten, teils durch Einstrahlung und Absinken der Luft in einem Hochdruckgebiet verursacht. Die Formen der subtropischen Meridionalzirkulation, Süd- und Südwestlagen, sind daher in Verbindung oder im Wechsel mit Hochdrucklagen über Mitteleuropa die hauptsächlichsten Begleiter solcher Oktober — wie es auch 1953 der Fall war.

Der Unterschied, ob ein sehr warmer Oktober in Verbindung mit zonaler oder subtropisch-meridionaler Zirkulation auftritt, macht sich bereits in der Folgeentwicklung im November geltend. Leider läßt sich das nicht für alle Jahre der Tabelle 3 nachweisen. In den Jahren aber, für welche die Abweichung der mittleren Luftdruckverteilung des No-

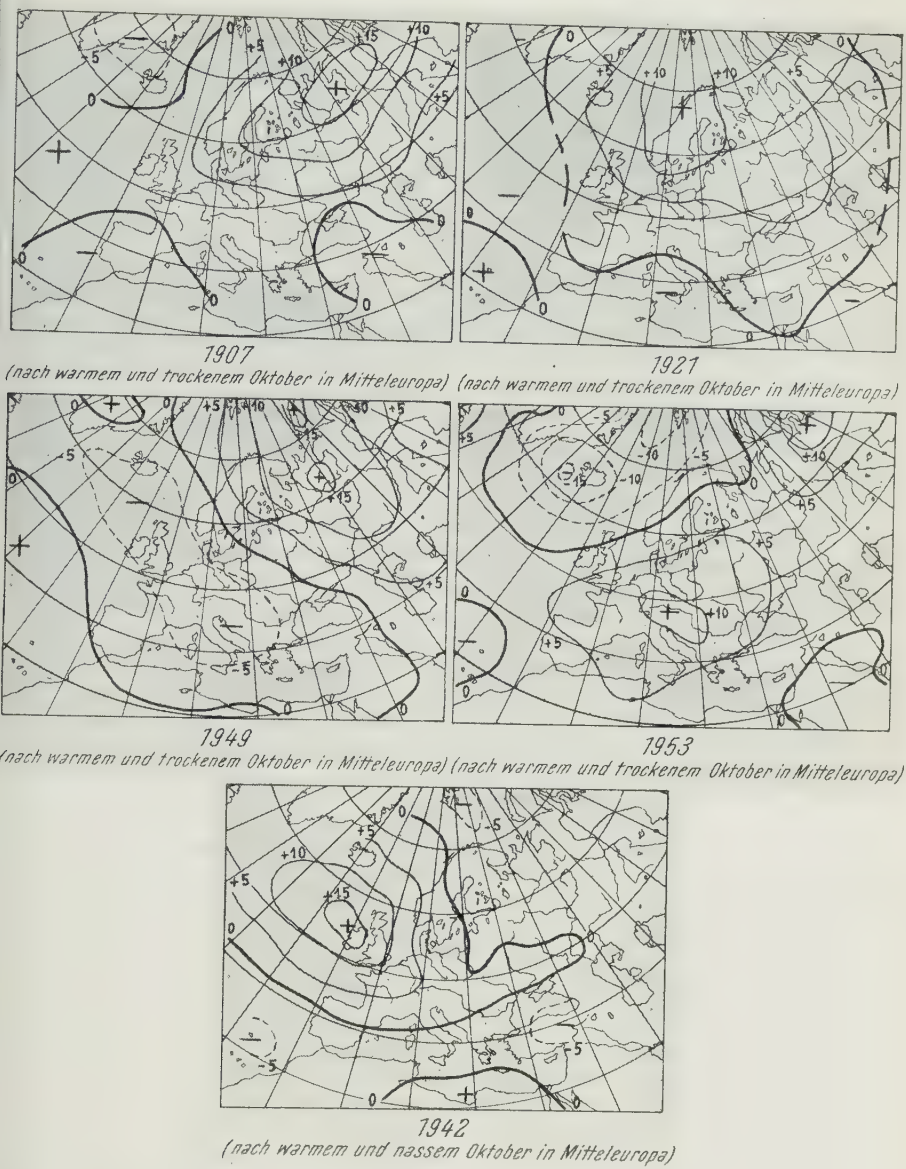


Abb. 1. *Abweichung der mittleren Luftdruckverteilung im November vom langjährigen Mittelwert in mb* nach Oktobern, die in Mitteleuropa um mindestens 2° C zu warm waren.

vember gezeichnet werden kann, ist der Unterschied ganz auffällig. Wie Abb. 1 zeigt, lag in den Novembern 1907, 1921, 1949 und 1953 nach sehr warmem, *trockenem* Oktober ein ausgedehntes Gebiet starker posi-

tiver Abweichung des Luftdrucks über dem Mündungsgebiet des Ob und über Nord- und Mittelrußland, während im November 1942, nach einem sehr warmen, aber nassen Oktober mit Westlagen an 19 Tagen des Monats in dem gleichen Gebiet eine negative Druckabweichung und starke positive Druckabweichung auf dem Atlantik herrschte.

Die in [4] ausgesprochene Voraussage, daß der Januar 1954 in Mitteleuropa kälter als normal werde, ist — wie die unterste Zeile der Tabelle 3 lehrt — eingetroffen.

IV.

Auf Grund der in den Abschnitten 1 bis 3 angegebenen Regeln konnte bei Beginn des Dezember ein im Durchschnitt zu kalter Winter, vor allem ein zu kalter Januar erwartet werden. Die subtropische Meridionalzirkulation setzte sich aber im Dezember fort. Die Temperaturabweichungen erreichten in Mitteleuropa in der ersten Dezemberdekade ungewöhnlich hohe positive Werte und blieben bis zur Monatsmitte sehr hoch (s. Tabelle 1). Im Taunus, wo auf den Gipfeln die positiven Abweichungen der Temperatur vom Regelwert im Oktober, November und Dezember noch um 1 bis $1^1/_2{}^\circ$ höher lagen als in Frankfurt a. M., blühten Mitte Dezember in Höhen zwischen 400 und 800 m Löwenzahn (Taraxacum officinale Weber) und Stechginster (Ulex europaeus L.)!

Da nach [5] in allen 19 Wintern des Zeitraums 1848 bis 1948, in denen die erste Dezemberdekade in Berlin um mehr als 2,5° C zu warm war, die mittlere Temperatur des ganzen Winters über dem Regelwert lag und die mittlere Temperatur des Hochwinters (Januar + Februar) mindestens gleich dem Normalwert, in 18 Fällen aber höher war, und diese Regel sich neuerdings auch in den Wintern 1949/50 und 1951/52 bewahrheitet hatte, so konnte man bei oberflächlicher Betrachtung Mitte Dezember im Zweifel sein, ob der Winter 1953/54 kälter als normal sein werde. Die Voraussage eines kalten Januar blieb davon allerdings unberührt; denn auch im Winter 1949/50, dessen erstes Dezemberdrittel um 4,0° zu warm war, lag die mittlere Januartemperatur in Mitteleuropa gemäß Tabelle 3 um 0,5° unter dem Regelwert. Damals war dann aber der Februar so beträchtlich zu warm, daß der Hochwinter und der Winter als Ganzes milder als normal waren. Konnte man damit auch 1953/54 rechnen?

Auf Grund neuerer Untersuchungen kann diese Frage nur mit „nein" beantwortet werden. Nach [3] und [6] ist das erstmals in [5] niedergelegte statistische Ergebnis als eine Wiederholungsneigung von Westlagen zu deuten. Da die west-östliche Zirkulation allgemein und besonders im Winter die Hauptform der planetarischen Zirkulation in der gemäßigten Zone ist, ist diese Wiederholungsneigung verständlich. In den 14 nachprüfbaren Fällen des Zeitraums 1881 bis 1951, in denen die mittlere Temperaturabweichung 1. bis 10. Dezember in Berlin um mehr als 2,5° C übernormal war, war diese hohe positive Anomalie auch tatsächlich mit überwiegender West-Ostzirkulation verknüpft. Da von früheren Jahren die Luftdruckverteilung nicht feststellbar ist, wurde in [6] neben die Bedingungen, daß die Temperaturabweichung vom

1. bis 10. Dezember *und* 1. bis 15. Dezember in Berlin größer als + 2,5° C ist, als dritte Bedingung die weitere gestellt, daß der mittlere Luftdruck in Edinburgh vom 1. bis 15. Dezember *unter* dem Regelwert liegt. Diese Bedingung war in den Fällen des Zeitraums 1848 bis 1951 erfüllt — mit Ausnahme von Dezember 1877, in welchem aber die Abweichung des Luftdrucks in Edinburgh 1. bis 15. Dezember nur + 0,1 betrug. Dagegen waren vor 1848 zwei Fälle, in denen die Erfüllung der beiden Temperaturbedingungen mit zu hohem Luftdruck in Edinburgh verknüpft war. Der Dezember 1843, in welchem die positive Abweichung am größten war (+ 2,9 mb), gehörte zwar auch einem im ganzen zu milden Winter an (Abweichung + 0,5°), aber der Hochwinter dieses Winters war kälter als normal (Abweichung — 0,6°).

Im Dezember 1953 betrug die Luftdruckabweichung 1. bis 15. Dezember in Edinburgh + 5,9 mb. Vom 2. bis 4. herrschte in Europa eine antizyklonale SW-Lage, vom 6. bis 17. eine antizyklonale Südlage. Die hohe positive Temperaturabweichung in der ersten Dezemberhälfte war demnach nicht mit zonaler, sondern mit subtropisch-meridionaler Zirkulation verbunden. Diese Zirkulationsform herrschte mit kurzen Unterbrechungen bereits seit Oktober, so daß im Hinblick auf die in Abschnitt 3 dargelegte Regel mit einem weiteren Fortbestand dieser Zirkulationsform bis in den Januar hinein nicht gerechnet werden konnte. Andererseits besteht aber für Südlagen *nach* dem Herbst keine große Wiederholungsneigung mehr. Es war daher damit zu rechnen, daß die subtropische Form der Meridionalzirkulation in Mitteleuropa bald zum Versiegen kommen werde und daß damit der Weg zur Erfüllung der in Abschnitt 1 bis 3 erwähnten Regeln, die für einen im Durchschnitt kalten Winter bzw. kalten Januar sprachen, freigegeben werde.

Die erheblich geringere Wiederholungsneigung der Südlagen gegenüber den Westlagen im Winter geht unter anderem aus folgenden Zahlen hervor: Greift man alle Winter des Zeitraumes 1881 bis 1950 heraus, in denen vom 1. bis 15. Dezember mindestens sechs Tage mit Südlage (einschließlich SE-Lage) auftraten, so erhält man über alle diese Winter summiert 66 Tage mit Südlage zwischen 1. und 15. Dezember und 72 Tage, also um 9% mehr, zwischen 16. Dezember und 28. Februar. Entsprechend findet man für alle Winter, in denen vom 1. bis 15. Dezember mindestens sechs Tage mit Westlage (zyklonale und antizyklonale, südliche und Winkel-Westlage) auftraten, 277 Tage mit Westlagen zwischen 1. und 15. Dezember und 608 oder 119% mehr zwischen 16. Dezember und 28. Februar.

V.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die in den Abschnitten 1 bis 3 angegebenen Regeln und Korrelationen im Winter 1953/54 aufs neue bestätigt wurden. Die schon so oft bewährte Regel von der Wiederholungsneigung der im ersten Dezemberdrittel auftretenden Westlagen konnte im vergangenen Winter dagegen nicht angewendet werden, weil die hohe positive Temperaturabweichung in der ersten Dezemberhälfte nicht mit einer zonalen Zirkulationsform, sondern mit einer (antizyklo-

nalen) Südlage verbunden war. Hieraus kann man aufs neue ersehen, wie wichtig es ist, die statistisch gefundenen Regeln physikalisch zu deuten, d. h. in unser Erfahrungsgut widerspruchsfrei einzuordnen und diese Deutung bei ihrer Anwendung auch zu berücksichtigen.

Der Vollständigkeit wegen sei noch erwähnt, daß sich auch in den USA. die bisher aufgestellten Großwetterregeln im letzten Winter bewährt haben. Die in [7] in der Regel A zusammengefaßten Bedingungen für einen milden Winter im südlichen Teil von New England waren zu Beginn des Winters 1953 gegeben. Ch. Fr. Brooks hat auf Grund dieser Regel, welche von der über dem nordatlantischen Ozean im November herrschenden Luftzirkulation und der Temperaturverteilung über Nordamerika ausgeht, in der ersten Dezemberhälfte über den Rundfunk einen milden Winter für den südlichen Teil New-Englands vorausgesagt. Die Temperaturabweichungen in Boston waren folgende:

Dezember 1953:	+ 4,3° C
Januar 1954:	— 1,5° C
Februar 1954:	+ 4,3° C
ganzer Winter:	+ 2,4° C

Die Regel hat sich demnach aufs neue bestätigt. Die Vorhersage von Ch. Fr. Brooks ist eingetroffen.

Literatur.

1. Rudloff, H. v.: Kissinger Wetterkarte vom 5. und 6. Dezember 1953.
2. Baur, F.: Einführung in die Großwetterkunde, Wiesbaden 1948, a) Tabelle 19, S. 152—156; b) S. 17—18.
3. — Ann. Meteorol. 3, 74—83 (1950).
4. — Naturw. Rundschau, **1954**, 17—19.
5. — Kissinger Wetterkarte vom 15. Dezember 1949.
6. — Z. Meteorol. **5**, 200—204 (1951).
7. — Bull. Am. Met. Soc. **32**, 319—325 (1951).

551.543.3

Der 12 Tage-Rhythmus im europäischen Großwetter.

Von

J. Fuchs, Wien.

Mit 6 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß in Mitteleuropa ein zwölftägiger Rhythmus des Luftdruckes mit bedeutender Amplitude vorhanden ist. Er wird durch einen rhythmisch wirkenden Verriegelungsmechanismus hervorgerufen, dessen Dauer von der Zeit abhängt, die eine über dem Kontinent lagernde, passiv gewordene Kaltluft benötigt, um sich in Warmluft zu verwandeln. Dadurch tritt beim Übergang von Zyklonen vom Atlantik nach Mitteleuropa eine Änderung der Druckrhythmusdauer von sechs Tagen (= atlantischer Zyklonenserien-Rhythmus) auf zwölf Tage (= mitteleuropäischer Zyklonen-Rhythmus) ein.

Summary. It is shown that in Central Europe there exists a 12-day pressure rhythm of considerable amplitude. This phenomenon is caused by a rhythmic blocking mechanism, whose duration depends upon the time necessary for the transformation of cold air masses having grown passive on the continent, into warm air masses. For this reason one observes during the transition of cyclones from the Atlantic to Central Europe, a change in the duration of the pressure-rhythm from 6 days (= Atlantic rhythm of cyclone-series) to 12 days (= Central European rhythm of cyclones).

Résumé. Il existe en Europe centrale un rythme de douze jours de la pression, à amplitude notable. Ce phénomène est produit par un mécanisme rythmique de blocage, dont la durée est une fonction du temps nécessaire à la transformation de masses d'air froid, devenues passives sur le continent, en masses d'air chaud. Pour cette raison on observe à l'occasion des transitions des cyclones de l'Atlantique vers l'Europe centrale, un changement de la durée du rythme de la pression de 6 jours (= rythme atlantique des séries de cyclones) à 12 jours (= rythme de cyclones caractéristique pour l'Europe centrale).

1. Die phänomenologisch außerordentlich verschiedenen Formen, in denen sich der meridionale Luftmassenaustausch zwischen Arktis und Subtropen in den mittleren Breiten vollziehen kann, sind Gegenstand eingehendsten Studiums geworden. Die vorliegende Untersuchung beschränkt sich auf den für Europa maßgebenden Mechanismus, der (wegen

der allgemeinen west-östlichen Drift) selbstverständlich den für den Atlantik geltenden einbeziehen muß.

Die geographisch sehr zerrissene Gestaltung der Erdoberfläche im atlantisch-europäischen Raum zwischen Pol und Subtropen bewirkt, daß die Quellgebiete der subtropischen Warmluft und der arktischen Kaltluft bestimmte geographische Zuordnungen haben. Als für Europa bedeutsame Quellgebiete von Kaltluft kommen vorzugsweise Nordkanada, die Gegend bei Grönland und die Barents-See in Frage, für Warmluft das Subtropenhoch zwischen den Bermudas und den Azoren, die Mittelmeergegend und Südrußland.

Es handelt sich also hier um etwa je 50 Längengrade breite, nebeneinander liegende Ausfallstore, die zu voneinander unabhängigen Einzelaktionen fähig sind.

Bekanntlich erfolgt der Luftmassenaustausch von Norden nach Süden in der gemäßigten Zone im Rahmen der Störungen der allgemeinen West-Ost-Drift.

Vorzugsweise berühren sich in mittleren Breiten im Sommer die kanadische Kaltluft mit Warmluft aus dem tropischen Mittelamerika oder aus dem Subtropenhoch, grönländische Kaltluft mit gleichfalls atlantischer Subtropenluft sowie mit Mittelmeer-Warmluft, Barents-See-Kaltluft mit Azoren-, Mittelmeer- und südrussischer Warmluft. Im Winter tritt schließlich noch die große eurasische Antizyklone für Mitteleuropa als Kaltluftquelle in den Kreis dieser Kombinationen.

Die Kunst des Prognostikers besteht jetzt darin, die mehrfachen, jeweils gleichzeitig über und im Vorfeld des Prognosengebietes vorhandenen Luftmassen darauf zu prüfen, welche Kombinationen sie untereinander eingehen werden und wie sich diese vielen Vorgänge in ihrer Gleichzeitigkeit auf die Witterung an einem Ort oder eines ganzen Gebietes auswirken werden.

2. Es würde nun eine wesentliche Vereinfachung dieser äußerst schwierigen Aufgabe bedeuten, wenn wenigstens *eine* dieser vielen Kombinationen im Zentrum der jeweils damit verbundenen Vorgänge einen so dominierenden Einfluß ausüben würde, daß sie durch die Vorgänge in den Nachbargebieten nie gänzlich überdeckt, sondern höchstens in geringerem Ausmaß abgeändert werden kann.

Tatsächlich sind hierfür Voraussetzungen gegeben: Die Luftmassen-Quellgebiete haben, wie erwähnt, eine Breite in der Größenordnung von 50 Längengraden; die jeweiligen Quellorte verbleiben trotz häufiger Verschiebungen stets innerhalb dieses Bereiches, weil ihnen geographische, also unveränderliche Ursachen zugrunde liegen; dies wirkt sich dahin aus, daß die Luftmassen bestimmter arktischer und bestimmter subtropischer Quellgebiete besonders häufig über bestimmten Gegenden zusammentreffen. Man kann deshalb die Existenz meridionaler Streifen von größenordnungsmäßig 50 Längengraden erwarten, in denen die Luftmassen eines *bestimmten* arktischen und eines *bestimmten* subtropischen Quellgebietes gegenüber solchen aus benachbarten meridionalen Zirkulationsstreifen *bevorzugt* miteinander in Wechselwirkung treten.

3. Da sich die im Sinne der obigen Ausführungen zu erwartenden Luftmassenversetzungen natürlich auch im Verhalten des am Erdboden zu beobachtenden Luftdrucks äußern müßten, wurde zunächst geplant, den Luftdruckgang einer geeigneten Station für einen längeren Zeitraum

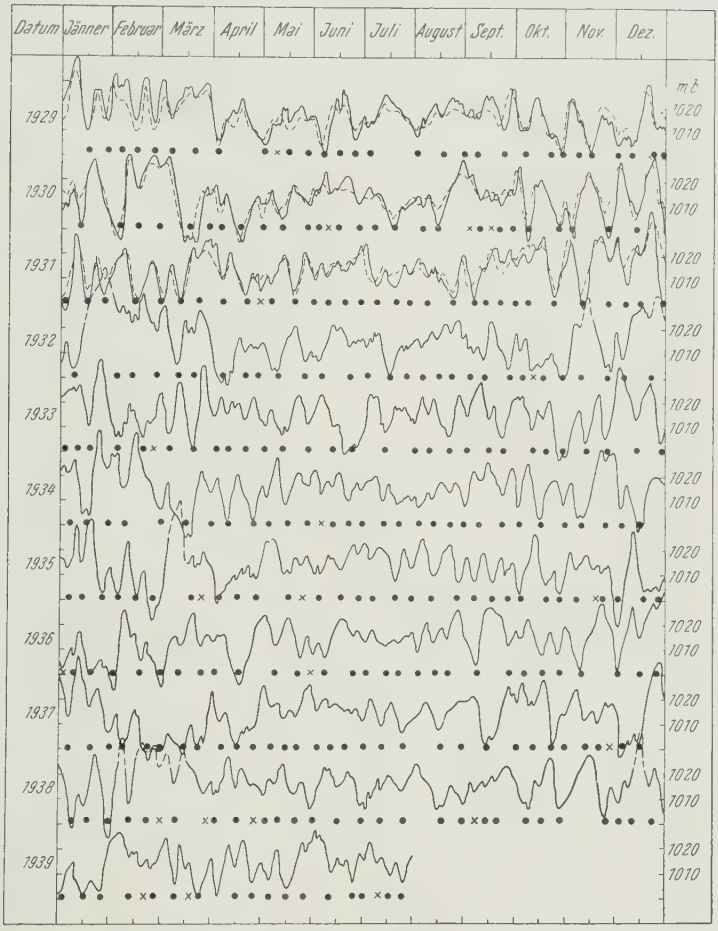


Abb. 1. Kurve der Pentadenmittel des Luftdruckes in Berlin für 1929 bis 1939 (voll ausgezogen) und Wien für 1929 bis 1931 (gestrichelt).

einer eingehenden Untersuchung zu unterwerfen. Hierfür wurden die Beobachtungen von Berlin gewählt, da diese Station einmal eindeutig noch unter dem Einfluß der atlantischen, zyklonalen Vorgänge steht, gleichzeitig aber ausreichend weit im mitteleuropäischen Kontinent liegt, um auch die Festlandseigenschaften in genügendem Ausmaß repräsentieren zu können.

Arbeitstechnisch boten die Beobachtungen dieser Station den Vorteil, daß der Luftdruck für eine größere Reihe von Jahren in dem von F. Baur herausgegebenen „Mitteleuropäischen Wetterbericht" bereits reduziert und zu den gewünschten Pentaden gemittelt vorlag.

Beginnend mit Januar 1929, wurde aus den täglichen, *übergreifenden Pentadenmitteln* die Luftdruckkurve bis Juli 1939 neu gezeichnet. (Dadurch wird der zeitliche Bodendruckverlauf jenem in der Höhe sehr stark genähert.) Abb. 1 gibt das Material wieder. Für die ersten drei Jahre wurden auch die Beobachtungen der kontinentaler gelegenen Station Wien zum Vergleich in Abb. 1 punktiert eingezeichnet. Wie man sieht, ergeben sie im Prinzip genau dasselbe Bild.

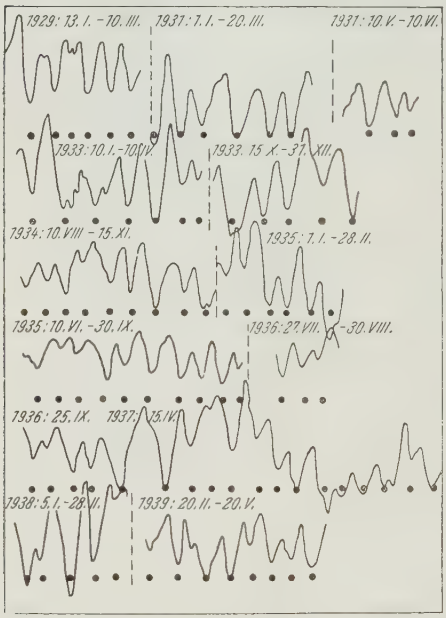


Abb. 2. Beispiele rhythmischer Druckschwankungen.

4. Wenn man das Auf und Ab der Kurven vergleichend betrachtet, so hat man in allen 10 Jahren den gleichbleibenden Eindruck, daß die Auf- oder Abbau*geschwindigkeit* eines Hoch- oder Tiefdruckgebietes, d. h. die maximale Steilheit der Luftdruckkurven, eigentlich stets nur wenig um einen gewissen Mittelwert pendelt, sie variiert etwa zwischen 2 und 4 mb pro Tag.

Anderseits liegen auch die Schwankungen der Luftdruckwerte (zwischen einem Höchst- und dem darauffolgenden Tiefstwert) im Mittel stets in der Größenordnung von etwa 12 mb.

Schließlich hat man beim Studium mancher kürzerer oder längerer Zeiträume den Eindruck, daß die durch diese Zahlen (3 mb/Tag mittlere maximale Luftdruckänderung, 12 mb Schwankung zwischen den Extremwerten) definierten Luftdruckschwankungen einen rhythmischen, oft sogar periodischen Charakter haben. Abb. 2 vermittelt eindrucksvoll diese Tatsache.

Nachweis eines 12 Tage-Rhythmus im Verhalten des mitteleuropäischen Luftdruckes.

5. Läßt man die oben erwähnte Vermutung gelten und legt diesen Schwankungen einen sinusähnlichen Charakter zu Grunde, dann ergibt sich die Dauer einer solchen Periode $= \frac{360}{\alpha}$ Tage, wobei $\sin \alpha =$ $= \frac{\text{maxim. Druckänderung pro Tag}}{\text{Schwankungsbetrag}/2}$ bedeutet. Man erhält dann aus den

obigen runden Zahlen eine Periodendauer von größenordnungsmäßig 12 Tagen.

Setzt man nun ein solches quasi-periodisches Verhalten voraus, so gelangt man durch Auszählung z. B. aller *tatsächlichen* Tiefdruckzacken innerhalb eines bestimmten Zeitraumes ebenfalls zu einem Wert für die Periodendauer. In Abb. 1 (und in Abb. 2) sind die Tiefdruckzacken durch Punkte markiert und man erhält so folgende Mittelwerte für die Jahre

1929:	12,6 Tage	1934:	12,2 Tage
1930:	14,0 „	1935:	12,2 „
1931:	11,8 „	1936:	13,0 „
1932:	12,6 „	1937:	12,2 „
1933:	12,6 „	1938:	13,5 „

Das zehnjährige Mittel des *tatsächlichen* Wertes der Rhythmusdauer ergäbe sich hieraus zu 12,6 Tagen.

Wegen der ganz allgemeinen Art, in der diese Zahlen gewonnen wurden, müßte einer solchen Periode der Charakter einer wichtigen klimatologischen Konstante zukommen, da die Amplitude eine bedeutende Größe aufweist.

Die aus Abb. 1 (und Abb. 2) ebenfalls augenscheinliche Tatsache, daß auch schwächere Tiefdruckzacken zu den benachbarten stets den gegenseitigen Abstand von im Mittel 12 Tagen aufweisen, läßt nun ein aus solar-terrestrischen Studien bekanntes Verfahren geeignet erscheinen, die Frage zu beantworten, ob es sich hier um ein reelles periodisches Geschehen handelt. Und zwar sollen *sämtliche* in dem fast elfjährigen Zeitraum auftretenden Tiefdruckzacken der Luftdruckkurve in Abb. 1 so in eine graphische Darstellung aufgenommen werden, daß daraus sofort Aussagen über Schwankungen und Erhaltungstendenzen der Periodendauer entnommen werden können. Dies ist in der Abb. 3 geschehen. Unter Annahme einer 12tägigen Wiederholung der Erscheinung wurden die Punkte der Abb. 1 datumrichtig in ein entsprechend angelegtes Netz eingetragen und die zum gleichen Punktstrom gehörenden Punktgruppen durch eine gestrichelte Linie verbunden.

6. Schon ein erster Überblick läßt keinen Zweifel mehr an der Realität dieses rhythmischen Geschehens offen. Der überwiegend senkrechte Verlauf der gestrichelten Mittellinie bestätigt auch aus dem inneren Zusammenhang, daß es sich um eine im Mittel 12tägige Periode handelt. Die Schwankungen der Einzelwerte treten gegenüber der Periodendauer genügend zurück, so daß man fast stets deutlich einen abgegrenzten Punktestrom feststellen kann, der einwandfrei von dem vorangegangenen linken oder dem nachfolgenden rechten zu trennen ist. In Bezug auf dieses Kriterium zeigen folgende Zeiträume ein vollkommen eindeutiges Verhalten:

1929:	Januar	bis April	1934:	Juli	bis Februar 1935
1930:	Januar	„ Mai	1936:	Oktober	„ Januar 1937
1931:	Februar	„ August	1937:	Juni	„ Februar 1938
	Oktober	„ Mai 1932	1938:	Juni	„ November
1932:	Juli	„ Dezember	1939:	Januar	„ Juli
1933:	Februar	„ Mai 1934			

Die relativ äußerst wenig zahlreichen nicht eindeutig zuzuordnenden Fälle sind durch ein liegendes Kreuz gekennzeichnet. Es sind so wenige, daß sie vorläufig nicht näher untersucht wurden.

Die Abb. 3 zeigt, daß der eindeutige Rhythmus der Erscheinung oft bis zu einer Dauer von $^3/_4$ Jahren und länger erhalten bleibt, trotz kurz-

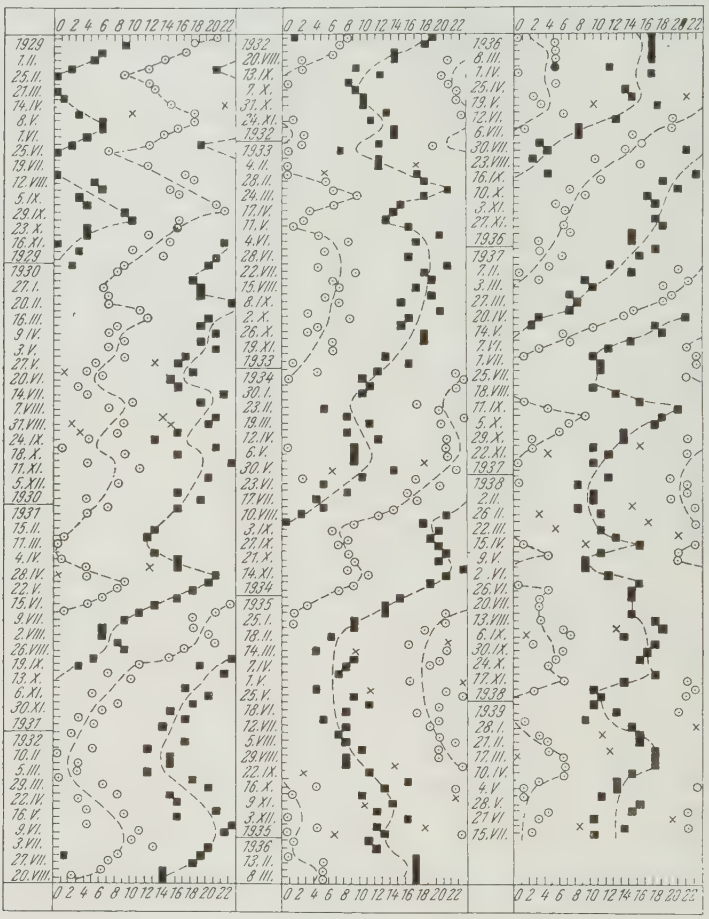


Abb. 3. Die Sequenz im 12 Tage-Rhythmus.

zeitiger Schwankungen der Rhythmendauer innerhalb dieses Zeitraumes. Bemerkenswert ist in dieser Beziehung der Zeitraum von November 1931 bis März 1934, während dem eine eindeutige, fast senkrechte Punktesequenz verfolgt werden kann.

7. In Bezug auf die *Schwankungen der Phasenlage und des Rhythmus* kann man zunächst feststellen, daß zu den ersteren die Schwankungen des zeitlichen Abstandes zwischen zwei *unmittelbar* aufeinanderfolgenden

Erscheinungen zu zählen sind. Dies geht besonders klar aus einer Betrachtung des Zeitraumes vom 8. Oktober 1931 bis 20. Juni 1932 und jenes vom 27. Mai bis 25. November 1933 hervor. Die während dieser Zeiträume (durch den Verlauf der gestrichelten Mittellinie) eindeutig festgestellte Quasi-Periodizität wird in keiner Weise durch die Tatsache beeinträchtigt, daß der zeitliche Zwischenraum zwischen zwei Tiefdruckzacken dabei zwischen 7 bis 17 Tagen schwanken kann: die gestrichelte Mittelwertskurve nimmt stets einen glatten Verlauf.

Es handelt sich also bei diesen Schwankungen lediglich um solche der *Phasenlage*, die sich meist schon in der nächsten Periode ausgleichen.

8. Ihnen überlagert sind (wesentlich langsamer) reelle Schwankungen der *Rhythmendauer*, gekennzeichnet durch die Neigungsänderungen der strichlierten Mittellinie. In ihrem Verlauf sind mehrfach Knickpunkte vorhanden, z. B. am

6. März	1929
21. Oktober	1929
19. Mai	1931
12. Mai	1933

Ferner fällt besonders die im nächsten Jahre folgende schöne S-Kurve vom 22. August 1934 bis 4. Januar 1935 und jene vom 10. Juni bis 31. Oktober 1937 auf.

Diese Knickpunkte und S-Kurven sollen später einmal noch einer eingehenden Analyse unterworfen werden, da aus ihnen Aufschlüsse über jene wichtigen Faktoren erwartet werden dürfen, die die zeitlichen Schwankungen des Rhythmus steuern.

Eines geht aber aus ihnen schon mit aller Deutlichkeit hervor: Wenn auch die Rhythmendauer dabei häufig auf 10 Tage fällt (z. B. im Juni 1931: durch die andere Neigung der gestrichelten Mittellinie, und zwar von rechts oben nach links unten erkennbar) oder gelegentlich auf 14 Tage steigt (August—September 1937; Neigung von links oben nach rechts unten), so gehören die Erscheinungen doch stets zur selben Sequenz, mit bloß vorübergehend geänderten Zirkulationsbedingungen.

9. In diesem Zusammenhang ist auch die Beantwortung der entgegengesetzten Frage von großer Bedeutung, welche Faktoren *keine* Schwankungen hervorrufen. Einen eindeutigen Beitrag hierfür bieten jene Fälle, in denen eine Punktesequenz *einmal* unterbrochen wird, d. h. zur Zeit eines fälligen Tiefdruckgebietes sich ein Hochdruckgebiet aufbaut oder aufgebaut erhält. Eine solche, lediglich einmalige Unterbrechung geschah z. B. zu folgenden Zeiten:

16. April	1929	29. April	1936
22. Januar	1930	27. Dezember	1937
20. Januar	1932	5. August	1937
4. Juli	1933	4. August	1938
25. Dezember	1934	9. November	1938
8. März	1935		

Nach diesem Zeitpunkt setzte die Erscheinung wieder phasenrichtig ein und lief im ursprünglichen Rhythmus weiter; der die Aufeinanderfolgen steuernde Mechanismus scheint also *nicht* gestört worden zu sein.

Die weitere Untersuchung hat nun gezeigt, daß diese Sequenzunterbrechungen überwiegend auf Kaltlufteinbrüche aus *fremden* Zirkulationsabschnitten — z. B. dem großrussischen — zurückzuführen sind, die sich den Erscheinungen in Europa bloß überlagern, ohne aber den den Rhythmus steuernden Mechanismus selbst, der seinen Sitz wesentlich westlicher und zwar im atlantisch-europäischen Grenzgebiet hat, erreichen und stören zu können.

In diesem Zusammenhang ist darauf hinzuweisen, daß es natürlich ohne weiteres möglich ist, daß solche Kaltlufteinbrüche nicht nur sporadisch, sondern auch regelmäßig auftreten können. Hier sind insbesondere jene in Betracht zu ziehen, die mit der von L. Weickmann u. a. bearbeiteten 24tägigen Pulsation der Polarluftmasse zusammenhängen. Die damit in Verbindung stehenden regelmäßigen Kaltluftausbrüche aus dem Polarbecken werden in einem 24^d-Rhythmus auch in das atlantisch-europäische Schwingungssystem herübergreifen und so an manchen Punkten störend in den Ablauf des 12^d-Rhythmus eingreifen.

Da aber — wie erwähnt — der Sitz des steuernden Mechanismus davon nicht erreicht wird, geht der 12^d-Rhythmus weiter und seine Extreme werden — wiewohl zeitweise überdeckt und nicht erkennbar — stets phasenrichtig wieder auftauchen.

10. Es ist schließlich von Interesse, den Mittelwert der *wahren* Rhythmusdauer aus dem Verlauf der strichlierten Mittellinie in Abb. 3 für jedes Jahr gesondert abzuleiten. Es ergeben sich dabei folgende Werte:

Jahr:	1929	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938
Rythmus:	11,6	11,9	11,2	11,9	12,1	11,3	11,9	11,4	11,0	12,0 Tage

und daraus das zehnjährige *wahre* Gesamtmittel = 11,6 Tage.

Der Unterschied gegenüber dem früher abgeleiteten tatsächlichen Gesamtmittel von 12,6 Tagen ist darauf zurückzuführen, daß hier durch die alleinige Benützung der gestrichelten Mittellinie in Abb. 3 u. a. die Störungen durch Sequenzunterbrechungen eliminiert sind, während dort die noch nicht reduzierten Beobachtungen zugrunde gelegt wurden.

Zusammenfassend dürfen wir also den Beweis als erbracht ansehen, daß im europäischen Raum ein definiertes Zirkulationssystem vorhanden ist, das gegenüber Einflüssen benachbarter Zirkulationen eindeutig hervortritt und wetterbestimmend ist.

Frühere Nachweise einer 12 Tage-Periode.

11. Bevor diese Tatsachen weiter besprochen werden sollen, möge auf jene Arbeiten hingewiesen werden, in denen bereits früher eine Luftdruckperiode von etwa 12 Tagen gefordert oder gefunden wurde.

H. Clayton [*1*] wies die Existenz $3^3/_4$- und $5^1/_2$tägiger Luftdruckrhythmen für Nordamerika (Boston) nach. Im Anschluß daran erschienen

zahlreiche Veröffentlichungen, in denen auch andere Rhythmenwerte angegeben wurden. Als erste zusammenfassendere Arbeit darf jedoch jene von F. M. Exner [2] angesehen werden, in der ganz allgemein ausgesprochen wurde, daß eine Beeinflussung des Wetters durch die lokalen Verhältnisse auf der Erdoberfläche angenommen werden kann, und zwar deshalb, weil bei einer quasi-symmetrischen Verteilung von Land und Wasser (Ozean—Kontinent—Ozean—Kontinent) periodische Druckschwankungen in der Atmosphäre zustande kommen müssen; macht man die rohe Annahme, daß eine Luftmasse z. B. in 30 Tagen in einem bestimmten Breitengrad die ganze Erde umfließt, so wären Perioden von 30^d, 15^d, 10^d und $7^1/_2{}^d$ im Gang der Temperatur zu erwarten und des weiteren im Luftdruck und Niederschlag. Diese Wellen haben den Charakter von erzwungenen Schwingungen.

A. Defant [3] ist es nun gelungen, zu zeigen, daß in Niederschlagsbeobachtungen Perioden nachzuweisen sind, deren Dauer sich annähernd wie $1 : {}^1/_2 : {}^1/_3 : {}^1/_4$ verhalten. Er fand nämlich die folgenden Perioden:

Südhalbkugel: 7, 12, $16^1/_2$, 31 Tage,
Nordhalbkugel: $5^1/_2$, $8^1/_2$, 13, $24^1/_2$ „ .

A. Defant kam — da er schon in einer früheren Arbeit eine Korrelation zwischen der Fortbewegung der Luftdruckgebiete und der Verteilung der Regenzonen festgestellt hatte — zu dem Schluß, daß parallel zu den Regenwellen auch Systeme der Luftdruckwellen existieren müssen, die ganz identische Dimensionen besitzen.

Bezüglich der Störungen der Dauer der 12- und der 24tägigen Periode erwähnte A. Defant, daß diese auf eine Art Phasenverschiebung zurückzuführen sein dürften.

L. Danilow [4] bestätigte die Existenz der von Defant nachgewiesenen Wellen in der Dauer von $5^1/_2$, 8 und 12 Tagen. Es wechseln — stellte er fest — Zeiten des Vorherrschens derselben mit Zeiten eines vollständigen Ausbleibens. Als Besonderheit finden wir bei Danilow die Bemerkung, daß die „Pulsations-Herde" der 12- bis 13tägigen Periode bedeutend nördlicher liegen als jene anderer Wellen, und zwar in den Polargebieten. Nicht selten zeige sich hier, daß einem Druckfall in hohen Breiten ein gleichzeitiger Druckanstieg in niedrigen Breiten und umgekehrt entspreche.

Beim Studium der vorerwähnten Arbeiten, die sich ja nicht wie die vorliegende speziell mit der 12 Tage-Welle befassen, sondern das Wellenproblem in seiner Gesamtheit behandeln, hat man nicht den Eindruck, daß die 12 Tage-Welle durch irgendeine Besonderheit aufgefallen ist. Lediglich Danilows Hinweis, daß die „Pulsations-Herde" dieser Welle in den Polargebieten liegen, weist auf eine Ausnahmestellung hin. Hingegen spricht auch er nichts von der bedeutenden Druckamplitude.

Sehr auffällig ist es auch, daß in den Arbeiten der Leipziger Schule die 12 Tage-Welle trotz ihrer hohen Amplitude praktisch nicht erwähnt wird. Die von ihr behandelten Wellen sind 72 und 36 Tage (steuernde stratosphärisch-dynamische Wellen), 24 und 20 Tage (thermisch-troposphärische

Wellen und neutral in Bezug auf Steuerung), sowie die gesteuerten Wellen mit einer Periode von 2 bis 4 und 6 bis 8 Tagen.

Immerhin stehen die Leipziger Wellen überwiegend in einem ganzzahligen Verhältnis (6, 3, 2, $^1/_2$, $^1/_4$) zum hier behandelten 12^d-Rhythmus.

Der Troposphärenzustand während des 12 Tage-Rhythmus.

12. Es wurde schon oben auf die große Erhaltungstendenz des hier eingehend bearbeiteten 12^d-Rhythmus hingewiesen, aber auch erwähnt, daß er häufig durch andere Vorgänge überdeckt wird, wobei interessanterweise lediglich die Amplitude und Phasenlage sehr stark beeinflußt werden kann, weniger aber sein zeitlicher Wert.

Es ist nun aus statistischen Gründen zu erwarten, daß in einem genügend großen Material auch Zeiträume vorkommen werden, in denen der Einfluß der störenden Vorgänge gegenüber den zu untersuchenden genügend zurücktritt, so daß irgendwann einmal die meteorologisch-physikalischen Ursachen der letzteren unter Umständen klar hervortreten können. In diesem Sinne wurde das vorliegende zehnjährige Material nach Zeitabschnitten durchsucht, in denen neben möglichst gleichlangen Perioden auch die Amplituden möglichst gleich groß bleiben. Diesen Forderungen entsprach das Vierteljahr von Juli bis September 1935; für diese Zeit wurden deshalb die täglichen Zirkumpolarkarten sowie die Nebenkarten des Wetterberichtes der Deutschen Seewarte und die USA. Historical Weather Maps eingehend analysiert. Über die dabei gemachten grundsätzlichen Überlegungen, die also in erster Linie die Hochsommerverhältnisse klarlegen (die Winter- und Äquinoktialverhältnisse bedürfen noch einer gleichen, eingehenden Untersuchung), soll nachstehend berichtet werden:

Es ist bekannt, daß bei übergreifenden Petadenmitteln die Luftdruckschwankungen kurzer Perioden z. B. die 6tägige Periode und alle solchen kleinerer Periode, unterdrückt werden; sie sind also in dem hier betrachteten Material nicht mehr vorhanden. Damit werden im wesentlichen alle jene Vorgänge eliminiert, die sich in der untersten Troposphäre abspielen, während die durchgreifenderen Vorgänge, die die Gesamttroposphäre und die untere Stratosphäre umfassen, dabei voll zum Ausdruck kommen. (Qualitativ geben — wie schon erwähnt — die so ermittelten Druckschwankungen auch ein annäherndes Bild über den Druckverlauf in höheren Niveaus.)

Die Höhenwetterkarte selbst (absolute Topographie des 500 mb-Niveaus) zeigt nun zu den Zeiten der Druckmaxima stets ein durchaus ähnliches, antizyklonales Bild mit im Wetterkartenfeld nach Süden offenen Isohypsen; die 560 Dm-Linie verläuft im Durchschnitt auf der Linie Azoren—Bäreninsel—Kaukasus (= Südlage). Zu Zeiten des Druckminimums liegt das Höhentief von 530 Dm am oder nördlich vom Kartenrand und die 560 Dm-Linie verläuft auf der Strecke Azoren—Tripolis—Kaukasus (= Troglage).

In der Abb. 4a ist nun oben die Boden-Luftdruckkurve (übergreifende Pentadenmittel) von Juli bis September 1935 herausgezeichnet, die sieben Rhythmen von je rund 12 Tagen Dauer umfaßt. Es waren jetzt die meteorologischen Zustände und Wetterlagen zu ermitteln, die diesen Kurvenverlauf bestimmten.

13. Einen ersten Nachweis über die innere Gleichartigkeit des Luftkörperwechsels dieser sieben einzelnen Rhythmen bringt ein Vergleich

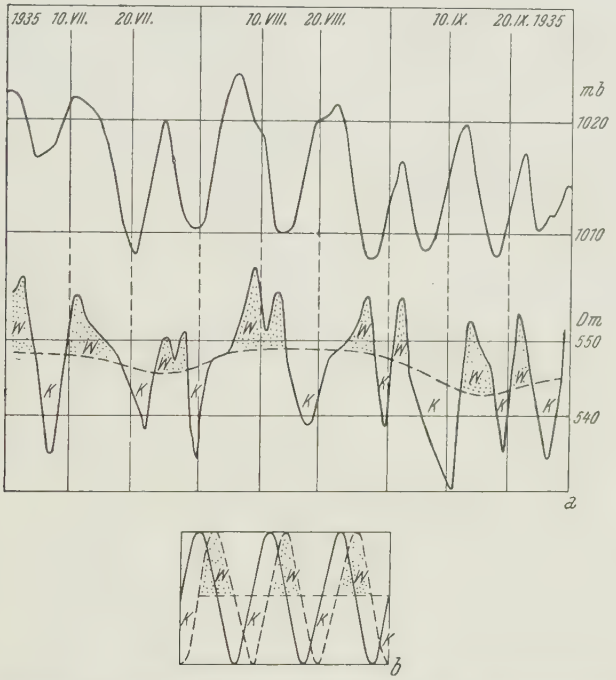


Abb. 4. a) Übergreifende Pentadenmittel des Luftdrucks (oben) und Tageseinzelwerte der relativen Topographie (unten), b) Idealisierter Verlauf der Kurven des Bodenluftdruckes (voll ausgezogen) und der relativen Topographie (gestrichelt).

der oberen mit der unteren Kurve. In der letzteren sind die leichtgeglätteten *täglichen* (also nicht die über eine Pentade gemittelten) Werte der relativen Topographie der 500 mb-Fläche über der 1000 mb-Fläche (in Dekametern entnommen dem Wetterbericht der Deutschen Seewarte) dargestellt. Ein Vergleich zeigt, *daß die hohen troposphärischen Luftmassen im gleichen Rhythmus wie die Bodendruckamplitude von Warm zu Kalt wechseln, jedoch mit einer Phasenverschiebung von 90° in dem Sinne*, daß während der ganzen Dauer des Vorhandenseins des Kaltluftkörpers der Bodendruck sich vorwiegend im Ansteigen und während des Vorhandenseins des Warmluftkörpers vorwiegend im Fallen befindet. Eine idealisierte Darstellung dieser Verhältnisse zeigt Abb. 4b.

Synoptische Darstellung des Ablaufes des 12 Tage-Rhythmus.

14. Die nachfolgende synoptische Darstellung ging aus einer Analyse der Bodendruck-Zirkumpolarkarten des Zeitraumes Juli bis September 1935 hervor.

Die für das europäische Wettergeschehen in dieser Zeit bedeutsam gewesenen Luftmassen wurden dabei stets bis zu ihren mitunter kanadischen oder westindischen Quellen zurückverfolgt. In östlicher Richtung erstreckte sich die Analyse bis zu den Flüssen Ob und Jenissei.

Dabei zeigte es sich, daß sich über dem offenen Atlantik gegenseitige, quasi-rhythmische Sperrungen und Öffnungen der Wanderungswege kalter und warmer Luftmassen besonders leicht erkennen lassen.

Da diese Luftmassen aus dem atlantischen Vorfeld anschließend nach Europa kommen, wurde die nun folgende synoptische Darstellung des Ablaufes des 12^d-Rhythmus in zwei Teilen gegeben: Der 1. Teil behandelt das großräumige Wettergeschehen im atlantischen Vorfeld und über Europa; in ihm ist eine Unterteilung der Besprechung notwendig geworden und zwar in die Vorgänge auf einer a) südlichen, b) mittleren und c) nördlichen Route im Atlantik. Der 2. Teil befaßt sich dann mit der eigentlichen Synoptik des 12^d-Rhythmus in Europa. (Eine Wiedergabe von Wetterkarten mit den Einzelheiten, die hier zusammenfassend referiert werden, muß wegen Platzmangel an dieser Stelle unterbleiben.)

Das großräumige Wettergeschehen im atlantischen Vorfeld und über Europa.

a) Südliche Route.

15. *Atlantik:* Ein außerordentlich häufiger Fall im atlantischen Wettergeschehen ist der durch einen tropischen Warmluftvorstoß veranlaßte Ausbruch einer hochreichenden Kaltluftmasse aus Kanada mit relativ niedrigen Temperaturen, phänomenologisch ein Wanderhoch *Hk* darstellend, das sich hinter einer Depression mit bedeutender Geschwindigkeit nach Südosten bewegt (Abb. 5a). Diese aktive Kaltluft stößt weit nach Süden vor und trifft dort auf den Bermudasektor *Hw* des Subtropenhochs. In beiden Fällen handelt es sich um antizyklonale Gebilde mit hohem Bodendruck, so daß es zu einer bloßen Anlagerung des kalten Wanderhochs an das warme Subtropenhoch und zu keiner Wechselwirkung zwischen beiden kommt; an der Berührungsstelle bildet sich die Divergenzlinie mit deutlicher Temperaturasymmetrie aus (Abb. 5b).

Da das Subtropenhoch geographisch gebunden ist und seine Lage nicht verändern kann, wird dem Wanderhoch der weitere Weg nach dem Südosten versperrt, so daß das letztere (soweit es nicht direkt in das Bermudahoch einfließt und schon dort in Warmluft transformiert wird, wie am 1.—5. VII; 27. VII.—1. VIII; 8.—14. VIII; 16.—20. VIII.) nunmehr seinen Kurs in die Richtung des stärkeren Gradienten ändert, der es jetzt ostwärts, d. h. nördlich um das Subtropenhoch herum führt (Abb. 5c). In diesem Stadium unter-

bindet die aktive Kaltluft vorübergehend den Warmluftstrom von den Bermudas nach Nordosten, so daß der Warmsektor des zu dem Wanderhoch gehörigen, vorangegangenen Tiefs nicht mehr genährt wird und letzteres sich oft langsam südlich Kap Farewell auffüllt (24.—28. VIII.).

Das Kaltlufthoch nähert sich dann in der Position Abb. 5d bald der westeuropäischen Küste westlich der Biscayasee. Ein Teil dieser Kaltluft dringt nach Osten in den Kontinent (meist über Frankreich) ein; die hiervon nach Süden gerichtete Komponente ist dabei jene Kaltluftmasse, die von der Arktis über Kanada und den Azorensektor des Subtropenhochs in die Tropen gelangt und — auf einem längeren Weg — ebenfalls ein Element des erstrebten Luftmassenaustausches zwischen Arktis und Tropen darstellt. Das Stadium Abb. 5e stellt schließlich jenen Zustand dar, in dem sich uns das nordatlantische Subtropenhoch meistens präsen-

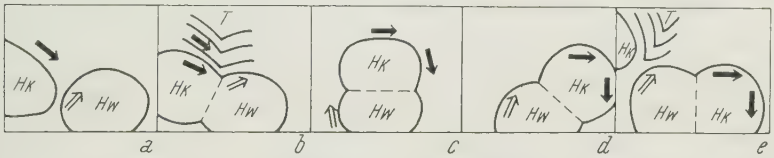


Abb. 5. Phänomenologische Veränderungen des nordatlantischen Subtropenhochs beim Vorüberzug einer nordamerikanischen Kaltluftmasse.

tiert und dessen Warmsektor nunmehr bereit ist, wieder mit einer neuen von Nordwesten kommenden Kaltluftmasse *Hk* in Wechselwirkung zu treten. (Das in diesem Absatz geschilderte Verhalten einer Kaltluftmasse auf dem Wege von Kanada längs der Nordflanke des Subtropenhoch nach Europa zeigen im analysierten Hochsommer des Jahres 1935 folgende Zirkumpolarkarten besonders deutlich: 5. bis 11. VII; 18.—24. VII; 25. VII.—2. VIII; 4.—9. VIII; 7.—15. VIII; 31. VIII.—4. IX; 14.—17. IX; 16.—21. IX. — Beispiele für die Wiederaufnahme der Warmluftlieferung des Subtropenhochs: 19. VIII. und 30. VIII. — Abfluß von Wanderhoch-Kaltluft im Azorengebiet nach den Tropen: 1.—5. VIII. und 24.—28. VIII.)

16. Ein eingehendes Studium des Verhaltens des nordatlantischen Subtropenhochs zeigte, daß im allgemeinen sein Kaltluft- (Azoren-) Sektor stets um 5 bis 10° kälter ist als der Warmluft- (Bermuda-) Sektor; die Asymmetrielinie der Temperatur läßt darin meist sehr deutlich die beiden verschiedenen Luftmassen erkennen. (Selbstverständlich hat sich die Kaltluftmasse auf dem Wege bis zu den Azoren schon etwas erwärmt; die Temperaturdifferenz dieser Kaltluft beträgt an der nordamerikanischen Ostküste, beim ersten Auftreffen auf den Bermudasektor, gegen diesen 10 bis 15°; sie sinkt auf dem Wege zu den Azoren also um etwa 5°.)

Es ist wichtig, diese temperaturmäßige Zweiteilung des Subtropenhochs in einen westlichen Warm- und einen östlichen Kaltsektor stets auf das genaueste zu beachten, ungeachtet der Tatsache, daß der östliche (Azoren-) Sektor für Europa *relativ* meist als Warmluft-Quellgebiet anzusprechen ist.

17. *Europa:* Die aus diesem Wanderhoch (*Hk* in Abb. 5d) nach Osten strömende aktive Kaltluft bringt nun für Mitteleuropa einen Druckanstieg, der entweder dort schon bestehendes Schönwetter verlängert — man spricht dann häufig von einem „Vorstoß des Azorenhochs", obwohl diese von *Amerika* kommende Kaltluftmasse lediglich am Nordrand des meist als Azorenhoch bezeichneten Subtropenhochs vorübergezogen ist — oder eine Schönwetterperiode erst einleitet. (Beispiele für die Verlängerung in Ziffer 18.)

Über dem europäischen Kontinent läßt sich nun diese Kaltluftmasse — sobald es ihr durch einen der noch zu besprechenden Vorgänge gelungen ist, überhaupt auf den Kontinent einzudringen — sehr leicht verfolgen und analysieren. Sie hat die Eigenschaften eines Wanderhochs beibehalten, d. h. sie wälzt sich in östlicher Richtung weiter. (Man spricht dann häufig davon, daß „sich ein Ausläufer vom Azorenhoch losgelöst hat und nunmehr selbständig weiterwandert"; diese Terminologie ist, wie oben schon hervorgehoben, nur im Sinne der alten Isobarenmeteorologie, d. h. rein phänomenologisch richtig.)

Nunmehr tritt innerhalb dieser aktiven Kaltluftmasse ein sehr bedeutsamer Vorgang ein: Teile davon, und zwar die bereits weniger aktiv gewordenen rückwärtigen, bleiben überhaupt liegen, während der aktiv gebliebene Kopf des Wanderhochs weiterzieht.

Diese dynamische Zweiteilung der Kaltluftmasse hat bemerkenswerte Konsequenzen: Während der östliche Teil die kennzeichnenden Merkmale einer aktiven Kaltluftmasse beibehält, tritt im westlichen Teil eine allmähliche Beruhigung ein. Durch den Wegfall der fortschreitenden Bewegung kann sich in diesen Luftmassen nunmehr auch wieder eine rein vertikale Bewegungskomponente ungestört ausbilden, die in dieser jetzt *passiv* gewordenen Kaltluftmasse in einem Absinken und einer damit verbundenen adiabatischen Erwärmung der daran beteiligten Luftmassen bestehen wird.

Das Hochdruckgebiet des ehemaligen reinen Wanderhochs teilt sich also über dem Kontinent in zwei deutlich erkennbare Sektoren, in einen östlichen mit kalten Nordwestwinden bei bedecktem Himmel und einen westlichen Sektor, in dem nahezu Windstille und klarer Himmel herrscht. In diesem letzteren Teil tritt nun langsam nicht nur in der Höhe Erwärmung ein, sondern wegen des klaren Himmels durch Insolation auch vom Boden her und es herrscht somit hier jenes Wetter, das wir als typisch für eine warme Antizyklone kennen; *ein Teil* des ehemaligen kalten hohen Wanderhochs hat sich in eine warme Antizyklone *transformiert* (Beispiele: 5.—8. VIII; 20.—23. VIII.).

Die letztere gibt sich dadurch zu erkennen, daß sie bald von der 24stündigen Null-Isallobare durchzogen wird, der Druckanstieg also aufhört und daß sich eine deutlich erkennbare, durch den Kern des Gesamthochs (passiver + aktiver Teil) gehende Linie der Temperaturasymmetrie ausbildet.

Während nun der kalte Ostteil der Antizyklone weiter nach Osten zieht, beginnt im Westteil mit dem Einsetzen des hochtroposphärischen

Absinkvorganges in der passiv gewordenen Kaltluft und der damit verbundenen — durch Insolation vom Boden her unterstützten — Erwärmung auch schon der Ersatz der bisherigen schweren Kaltluft durch die leichtere Warmluft; ein Vorgang, der nunmehr den *Abbau des hohen Druckes* in diesem Sektor einleitet.

18. Das weitere Schicksal dieses stationär und warm gewordenen Antizyklonensektors liegt von jetzt an nicht mehr in seiner eigenen Hand.

Wird ihm vom Westen her ein neuerlicher Schwall hoher Kaltluft zugeführt, so wird das Hochdruckgebiet regeneriert. Nach einer auf den Einbruchvorgang zurückzuführenden Störung des Schönwetters, verbunden mit Druckanstieg, setzt dann wieder der Absinkvorgang mit Schönwetter ein, die neu bis in die obere Troposphäre eingeflossene Kaltluft erwärmt sich adiabatisch; unter Umständen kommt es auch zu keinem vorübergehenden Druckanstieg, sondern lediglich zu gleichbleibendem hohem Druck. Die dauernde Zufuhr kleiner Kaltluftmengen wird so die Ursache für die Lebensdauerverlängerung stationärer Antizyklonen (Beispiele: 28. VII.—2. VIII; 8.—10. VIII; 20.—22. VIII.).

Sehr häufig wird dem über Mitteleuropa hinwegziehenden Wanderhoch fremde, aktive Kaltluft auch vom Norden zugeführt (als hochreichende Rückseitenkaltluft einer mittlerweile im Norden vorbeigezogenen Depression); sie regeneriert den Kaltluftteil, der nun als Wanderhoch weiter nach Osten (Südrußland) zieht, hinter sich einen antizyklonalen Warmluftsektor ausbildend, der aus immer neu passiv gewordener und sich durch Absinken stets erwärmender Kaltluft besteht.

Bleibt aber das im absinkenden Zustand befindliche Hoch einige Zeit sich selbst überlassen und gelangt es später in den Bereich einer fremden, aktiven Warmluftströmung, so kommt ein Druckverlauf zustande, wie er vom 10. bis 19. Juli 1935 (Abb. 4a) zu verzeichnen war: Zuerst ein langsamer Druckfall, der wie vorhin geschildert auf eine zusätzliche untere Erwärmung durch Insolation und Luftabfluß oben zurückzuführen ist, gefolgt von einem raschen Druckfall, der den Einbruch einer noch wärmeren, fremden, aktiven Warmluftmasse zur Ursache hat, die nunmehr den letzten Rest der Kaltluft beseitigt.

b) Mittlere Route.

19. Das in obigem Beispiel geschilderte Schicksal einer kanadischen Kaltluftmasse spielte sich auf einer südlichen Route ab. Von wesentlich anderer Art ist das Schicksal arktisch kanadischer Kaltluftmassen, die eine nördlichere Route einschlagen.

Hierbei handelt es sich auch um Ausbrüche hochreichender Kaltluftmassen, die hinter umfangreichen kanadischen Depressionen entstehen (deren Warmluft aus dem südlichen Innern Nordamerikas stammt), wobei diese Depressionen selbst aber bald auch in der Nähe von Kap Farewell okkludieren. Der weitere Weg der aktiven Kaltluft wird dann durch *andere* aktive Warmluft vorbereitet (sie wird gewissermaßen *weitergereicht*), die z. B. aus dem Bermudasektor nach Nordosten dringt. Erfolgt dies getrennt mehrmals, so wird allmählich ein barisches Relief

erzeugt, das durch Abb. 6 wiedergegeben wird; es bringt jene typische Druckverteilung (Trog), die zu einem bestimmten Zeitpunkt aus oft einer ganzen Zyklonenserie entstanden ist. Zuerst überschwemmt diese neue Warmluft den Nordatlantik und häufig das ganze europäische Gebiet unter starkem Druckfall, anschließend bricht die aktive Kaltluft hinter der letzten Zyklone — deren Kaltsektor (Wanderhoch) dann meist die südliche Route (siehe Abschnitt **15.**) eingeschlagen hat — der ganzen Serie machtvoll in das entstandene Depressionsgebiet ein, wobei sie dann auf ihrem östlichen Kurs im Nordatlantik auch fortwährend, gewissermaßen abrollend, aus der Arktis erneuert werden kann, und zwar zunächst über die Hudson-Bay und Davis-Straße, dann durch Ausflüsse über die Grönland- und später die Barents-See bzw. Kara-See.

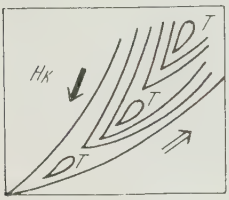


Abb. 6. Frontgestaltung vor dem Einbruch einer großen Kaltluftmasse.

Das diesem Vorgang neu zugeordnete Depressionszentrum nimmt gewöhnlich seinen Weg über das Skagerrak und die Ostsee zum Finnischen Meerbusen, wobei es sich dann im Sommer oft mit einer retrograden Rußlandzyklone vereinigt und durch sie zum Weiterzug gegen Nordsibirien regeneriert wird (Beispiele: 15.—20. VII; 24.—29. VII.).

Der Kopf der betrachteten Rückseiten-Kaltluft dringt hierbei weiter aktiv nach Rußland vor. Die dahinter befindliche Kaltluft fließt zu einem Teil noch auf dem Atlantik über das Azorenhoch zu den Tropen ab, während die in West- und Mitteleuropa liegengebliebene Kaltluft bereits wieder passiv wird, absinkt und Aufklaren mit Schönwetter einsetzen läßt.

c) Nördliche Route.

20. Schließlich sind noch Kaltluftausbrüche zu erwähnen, die auf ihrem nordatlantischen Ostkurs in Breiten über 50° bleiben. Sie werden von Vorstößen kleinerer subtropischer Warmluftmassen ausgelöst, die aber überwiegend nicht lange durchhalten können. Die zugehörigen Depressionen okkludieren meist, ehe sie in die Dänemarkstraße gelangen.

Der Rhythmus im mitteleuropäischen Witterungsablauf.

a) Die Rhythmendauer.

21. Wie schon gelegentlich der Besprechung der Abb. 5a erwähnt, vermag sich arktische Kaltluft unter Umständen direkt vor das Warmluft-Quellgebiet des Subtropenhochs zu legen und damit den weiteren Warmluftausfluß nach Norden vorübergehend zu unterbinden.

Wird später das Stadium Abb. 5d und 5e erreicht, dann kann die Warmluft wieder ihre natürliche Strömungsrichtung nach Norden aufnehmen, womit dort neuerlicher Druckfall und Bereitschaft zur Aufnahme von Kaltluftmassen erzeugt wird, d. h. alle Vorgänge werden sich nunmehr in der gleichen Art wiederholen können; wegen der geographischen

Gebundenheit des Warmluft-Quellgebietes und des tropfenartigen Kaltlufttransportes in der West-Ost-Strömung vermag sich also schon hier ein quasi-periodisches Geschehen zu entwickeln.

22. Es ist nun bekannt, daß derart jährlich 65 Zyklonenserien über den Nordatlantik ziehen. Diese Zahl wird heute als klimatologische Konstante angesehen und stellt einen Ausdruck für die hohe Erhaltungstendenz der *Mittelwerte* der kennzeichnenden Daten solcher quasi-periodischer Vorgänge im Wechselspiel zwischen subtropischen Warmluft- und arktischen Kaltluftmassen dar.

Diese für den Nordatlantik genannte Zahl von 65 Zyklonenserien entspricht einer 6-Tage-Periode (die mit beachtlicher Amplitude auch im amerikanischen Wettergeschehen festgestellt wurde). Wenn wir für den europäischen Kontinent im ersten Teil der vorliegenden Arbeit eine dominierende Witterungsperiode von 12 Tagen feststellen konnten, so ist zunächst die Frage nach der Ursache für diese auch größenmäßig ganz andere Periodendauer zu beantworten.

23. Die Kartenanalyse ergab nun diesbezüglich, daß hinter den sich im 12-Tage-Rhythmus ausbildenden Tiefdruckgebieten immer *große* Kaltluftmassen nach Europa einbrechen, die sich im Raume der Färöer, Island und südlich Kap Farewell angesammelt haben. Diese großen Kaltluftmassen rühren von amerikanischen Zyklonen her, die in dieser Gegend mangels Erneuerung ihres Warmsektors okkludierten und an Wanderungsgeschwindigkeit verloren. (Die Nichterneuerung des Warmsektors selbst ist meist darauf zurückzuführen, daß wegen der vorhin geschilderten zeitweisen Absperrung der Warmluftzufuhr aus dem Bermudahoch durch südlicher gezogene Wanderhochs Warmluft eben nicht zeitgerecht in diese höheren Breiten gelangen konnte, um die Regeneration bewirken zu können; dieses Schicksal trifft sehr zahlreiche Zyklonen der nördlichen Route, wodurch eine Reduktion der Zahl jener, die für Europa wetterwirksam werden können, eintritt.) Die späterkommenden Zyklonen werden, den angesammelten großen und aktiven Kaltluftmassen ausweichend, immer südlichere Bahnen einschlagen, wodurch die Kaltluft auch nach Süden zu an Ausdehnung gewinnen wird.

24. Am europäischen Festland spielt sich inzwischen ein anderer maßgeblicher Vorgang ab: Westeuropa erhält Zufuhr von Kaltluft durch Wanderhochs kanadischer Herkunft und aus dem Grönlandgebiet. Sobald diese aktive Kaltluft über das europäische Gebiet hinweggezogen ist und letzteres von dem passiven Teil dieser Kaltluft beherrscht wird, wird die durch Absinken hervorgerufene Erwärmung noch (wegen der damit zusammenhängenden Aufklarung) durch Insolation vom Boden her unterstützt, so daß im Sommer im allgemeinen sehr rasch wieder eine Erwärmung der Luft über dem betreffenden Gebiet erfolgen wird. Zur Beseitigung der Kaltluft bedarf es also oft gar keiner Zufuhr aktiver Warmluft; es genügt, daß sich ihre horizontalen Komponenten dynamisch beruhigen, da sich dann sogleich automatisch ein Transformierungsprozeß anschließt.

25a. Während so südlich Grönland eine *Sammlung* der von mehreren Zyklonen herbeigeschafften Kaltluft erfolgt, kommt über den europäischen Kontinent eine Sammlung von Warmluft zustande.

Nach der Analyse des den Zeitraum Juli bis September 1935 umfassenden Kartenmaterials dürfen wir nun die *Transformierungsprozesse* von kontinentaler Kalt- in Warmluft als jene Vorgänge ansehen, deren Zeitbedarf die Periodendauer bestimmt.

25b. Die weiteren Bewegungen dieser in verschiedenen Räumen angesammelten Warm- und Kaltluftmassen zum und über dem Kontinent hängen jetzt davon ab, wann der Bodendruck über dem Festland durch die angesammelten oder zugeführten Warmluftmassen genügend weit gesunken ist, damit die im atlantischen Vorfeld lagernden Kaltluftmassen sich in Bewegung setzen können.

Dies ist — wie die Kartenanalyse zeigte — *nach 6 Tagen, d. h. bei Ankunft der nächsten atlantischen Zyklonenserie, noch nicht der Fall.* So konnte z. B. die am 2. IX. fällige 6^d-Zyklone (wie auch jene vom 9.—11. VII; 12.—14. VII; 7. VIII; 20. VIII) nicht nach Mitteleuropa eindringen, weil dort ein junges, steuerndes Warmlufthoch lag; sie wurde daher herumgesteuert. *Erst dem folgenden* Wanderhoch, das am 31. VIII. von der amerikanischen Ostküste abging, gelang es — *nachdem der Druck inzwischen genügend gefallen war* — in den Kontinent einzudringen; die zugehörige Depression erreichte am 6.—7. IX. ihr Druckminimum. Dieses Wanderhoch hatte jetzt nur eine mehr auslösende Funktion zu erfüllen: Hinter ihr bricht dann die ganze in mehrfachen Schüben angesammelte atlantische Kaltluft aktiv über den Kontinent herein.

Während also der erste Teil des Phänomens in einer Akkumulierung von im 6^d-Rhythmus ankommenden amerikanischen Kaltluftmassen südlich Islands besteht, erfolgt der Abtransport durch den verzögernden Einfluß des kontinentalen Transformierungsvorganges in einem Rhythmus von 12 Tagen.

Diese — in großen Zügen gesehen — taktrichtig ineinandergreifenden Vorgänge dürfen wir als die eigentliche Voraussetzung des 12^d-Rhythmus ansehen.

Die engeren Zusammenhänge sind folgende: Dadurch, daß die auf dem Kontinent von früher her liegende passive Kaltluft länger zur Transformierung in druckabbaufähige Warmluft benötigt, als dem atlantischen Zyklonenserien-Rhythmus von 6 Tagen entspricht, wird erst die Kaltluft jeder zweiten atlantischen Zyklonenserie in den Kontinent eindringen können. Durch diese ursächliche Kopplung steht also die Dauer des mitteleuropäischen 12^d-Rhythmus zum atlantischen 6^d-Rhythmus streng im Verhältnis 2:1.

(Der Kern dieser großen Zyklone zieht dann im Sommer fast ausschließlich über Schottland, Skagerrak und die Ostsee zum Finnischen Meerbusen, d. h. quer durch Europa entlang der Wege geringster Reibung. Manchmal macht sich die Kaltluft dabei selbständig und zieht nach Rußland weiter, dort neuerlich zyklogenetisch wirkend, wie am 15. VII; 25. VII; 2. VIII.)

b) Die Erneuerung langlebiger bewegter Zyklonen.

26. Die Schwankungen des Luftdruckganges, wie sie dem 12^d-Rhythmus zugrunde liegen, kommen also dadurch zustande, daß Depressionen in zeitlich ähnlichen Abständen am Beobachtungsort vorüberziehen. Wenn nun die Kartenanalyse ergibt, daß an diesem periodischen Geschehen über Europa sogar Wanderhochs kanadischen Ursprungs beteiligt sind, so liegt es nahe, die Frage aufzuwerfen, wie solche Massen genügend rasch (ohne nämlich ihren Kaltluftcharakter zu verlieren oder irgendwo liegenzubleiben) diesen großen Weg zurücklegen konnten.

Die Beantwortung dieser Frage ist auch aus dem Grunde wichtig, weil die Quellgebiete sowohl der Kaltluft wie der Warmluft höchstens einen meridionalen Zirkulationsstreifen von 50 Längengraden erzeugen; auf der Strecke Kanada—Rußland müßte eine solche Kaltluftmasse also mehrere Zirkulationsstreifen passieren, wobei sie deren Einflüssen ausgesetzt ist.

Die Tatsache des 12^d-Rhythmus, insbesondere die Möglichkeit, in Abb. 3 überhaupt die gestrichelte Mittellinie ziehen zu *können*, legt nun überzeugend dar, daß diese Einflüsse in der überwiegenden Zahl der Fälle *unterstützender* Art sind, d. h. daß der nachfolgende Streifen *meistens* in der Lage ist, *taktrichtig* den Warm- oder Kaltteil der Depression zu erneuern. Das Weiterreichen jeder zweiten der im atlantischen 6^d-Rhythmus einanderfolgenden Zyklonen nach Europa ist ja nur durch diese *taktrichtige* Übernahme der amerikanischen Wanderhoch-Kaltluft durch einen neuen, am europäischen Kontinent unabhängig entstandenen Warmsektor möglich.

Die Existenz der gestrichelten Mittellinie in Abb. 3 über Monate und sogar ein Jahr liefert also gewissermaßen am *Erfolg* den Nachweis, daß die einzelnen Zirkulationsstreifen selbst über sehr große Strecken überwiegend taktrichtig Hand in Hand arbeiten können.

27. Dieser Mechanismus ist besonders deutlich beim „Weiterreichen" der west- und mitteleuropäischen Depressionen nach Rußland zu erkennen. Die solchen Situationen allgemein vorangehende antizyklonale Wetterlage hat nämlich mittlerweile auch in osteuropäischen Gebieten einen Warmluftüberschuß erzeugt, etwa durch Transformation passiver Kaltluft, so daß dann anschließend meist der Balkan als neue Warmluftquelle auftreten kann und hernach das südrussische Gebiet. (In einem Falle der sieben im Sommer 1935 beobachteten Perioden hatte — um den 14. August herum — die Ukrainewarmluft eine so kräftige Polen-Zyklone erzeugen können, daß *diese* der Wegbereiter für die amerikanische Kaltluft sein konnte.) In der überwiegenden Anzahl der Fälle ist es aber kaukasische Warmluft, die nach Nordwesten drängt und mit meridional längs dem 25. bis 30. Längengrad von früher her liegengebliebenen Kaltluftresten eine retrograde Zyklone bildet. Sie zieht *nach* Nordwesten und *ihre* aktive Warmluft ist es nun, die die mittlerweile zum Finnischen Meerbusen vorgedrungene und schwächer gewordene Atlantikzyklone regeneriert. Die letztere vermag durch diese *taktrichtige* Unterstützung nunmehr auch weiter nach Sibirien zu ziehen, was sie sonst nicht vermocht

hätte. Dies war zweimal hintereinander u. zw. vom 7.—23. VII. und vom 22.—31. VII. der Fall.

(Übereinstimmend damit ziehen im Winter die über den Atlantik ankommenden Zyklonen mangels Unterstützung durch warme Balkan- oder Südrußlandluft überwiegend nicht über das Gebiet Ostsee—Finnenbusen nach Osten, sondern über das von der atlantischen Warmluft noch erreichbare Spitzbergenmeer in die Karasee ab.)

28. Zum Abschluß der vorliegenden Arbeit mögen deren Hauptpunkte noch einmal hervorgehoben werden:

Die starke Abhängigkeit des europäischen Wetters von der Zyklonentätigkeit auf dem Atlantik ist darauf zurückzuführen, daß diese Zyklonen zu einem Großteil auf den Kontinent übertreten und dort wetterwirksam bleiben.

Diese atlantischen Zyklonen können in großem Ausmaß Kaltluftmassen kanadischen Ursprungs in Form von Wanderhochs nach Europa bringen, wobei letztere gelegentlich des Vorüberzuges am nördlichen Rand des Subtropenhochs die Warmluftzufuhr zur eigenen Zyklone oft unterbrechen und damit deren Okklusion einleiten können. Der Kaltluftsektor, d. h. das Wanderhoch zieht aber unter Umständen auch selbständig weiter.

29. Die Sommerverhältnisse sind dadurch gekennzeichnet, daß ein solches Wanderhoch, wenn es beim Übertritt auf den Kontinent taktrichtig gerade auf ein geeignetes Warmluftgebiet mit Druckfalltendenz stößt, in den Kontinent eindringt und dann in östlicher Richtung weiterwandert.

Der auf dem Kontinent zurückbleibende Teil dieses weiterziehenden Wanderhochs baut nun ein Kaltlufthoch auf, das als Steuerungszentrum für die nachfolgenden Zyklonen dient.

Die normal bereits nach 6 Tagen (= atlantischer Zyklonenserien-Rhythmus) folgende Zyklone wird daher das Wetter über Mitteleuropa *nicht* beeinflussen können, sondern — wenn ein Warmsektor vorhanden ist — samt ihrem Kaltsektor herumgesteuert werden. Okkludiert sie dabei, bleibt der Kaltsektor im atlantischen Vorfeld liegen.

Erst wenn die über dem Kontinent lagernde Kaltluftmasse sich in ein Warmlufthoch zu transformieren anschickt, beginnt der Druck darin zu sinken. Das *nächste*, d. h. jetzt in *zweimal* 6 Tagen = 12 Tagen heranziehende amerikanische Wanderhoch vermag dann wieder unter zyklonischen Begleiterscheinungen auf den Kontinent überzutreten. Damit ist die am Beginn dieses Abschnittes geschilderte Ausgangssituation hergestellt und ein neuer Luftdruckrhythmus von 12 Tagen (= mitteleuropäischer Zyklonenrhythmus) beginnt.

Literatur.

1. Clayton, H.: Über den Rhythmus im Wetter. Meteorol. Z. **12**, 22 (1895); Mo. Wea. Rev. (1907).
2. Exner, F. M.: Grundzüge einer Theorie synoptischer Luftdruckänderungen. Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien. IIa, **119**, 995 (1907).
3. Defant, A.: Veränderungen der atmosphärischen Zirkulation in den gemäßigten Breiten der Erde. Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien. IIa, **121**, 379 (1912).
4. Danilow, L.: Wetterwellen. Kiew 1926.

551.577.1:541.132.3

(Geophysics Research Directorate, Air Force Cambridge Research Center, Cambridge, Mass.)

Some Observations of the p_H of Precipitation Elements.

By

H. Landsberg.

With 3 Figures.

Summary. A year of observations of p_H values of individual rain drops and snowflakes near Boston, Mass., showed acidic values ranging from 3 to 5.5 with a mean value of 4. There was no systematic relation between p_H and the duration of rainfall. Drizzle and light rain had the lowest values, heavy rain and solid precipitation had the highest. There is a tendency for smaller drops to have lower values of p_H than the larger ones. Measurements of dew and frost showed also a range from 3 to 5.5 with a mean value of 4.3.

Zusammenfassung. Beobachtungen des p_H-Wertes von einzelnen Regentropfen und Schneeflocken während eines Jahres in der Nähe von Boston zeigten eine Schwankung zwischen 3 und 5,5 mit einem Mittelwert von 4. Eine systematische Beziehung zwischen p_H und Regendauer wurde nicht gefunden. Tropfen von Sprühregen und leichtem Regen hatten die niedrigsten Werte, während die höchsten Werte bei heftigen Schauern und gefrorenen Niederschlagsarten beobachtet wurden. Es besteht eine Neigung zu niedrigerem p_H bei kleinen Tröpfchen als bei großen Tropfen. Messungen an Tau und Reif ergaben ebenfalls Werte zwischen 3 und 5,5 mit einem Mittelwert von 4,3.

Résumé. Des observations des valeurs du p_H de différentes gouttes de pluie ou de flocons de neige, faites près de Boston pendant une année, indiquent une variation comprise entre 3 et 5.5 avec une moyenne de 4. L'auteur n'a pas trouvé de relation systématique entre le p_H et la durée des précipitations. Des gouttes de bruine et celles de légères chutes de pluie indiquaient les valeurs les plus basses, tandis que pendant de fortes averses et des précipitations sous forme solide on obtenait les valeurs les plus élevées. Il y a davantage une tendance à un petit p_H lorsque les gouttes sont petites que lorsqu'elles sont grandes. Les mesures faites sur des gouttes de rosée et sur du givre donnèrent également des valeurs comprises entre 3 et 5.5 avec une moyenne de 4.3.

The various hypotheses on the formation of precipitation as well as the importance of deposition of various substances by precipitation

on the surface of the earth have led to considerable interest in the chemical composition of the products of atmospheric condensation. A relatively quick check on the gross conditions of the dilute solutions of the precipitation water can be made by determining the p_H value which fixes the relative acidity or alkalinity of the sample.

Several investigators have reported on such determinations (BARLA, 1951; CAUER, 1948, 1951; COMISSOT, 1951; ENGEL, 1939; ERNST, 1938). Most of their measurements were made on bulk collections of the precipitated or deposited water. One cannot take it for granted that there are no changes in p_H in the elapsed time between the deposition and the measurements. Apparently only BARLA (1951) has made an attempt to differentiate between various phases within individual falls of precipitation.

It seemed to be of some interest to try a few p_H determinations on individual raindrops and snowflakes. It appears that CAUER has made some such measurements on fog and dew drops, although his papers are not quite explicit on this point.

A few preliminary experiments along this line were started in Washington, D. C., in 1949. The first technique employed was to collect individual drops on clean slides and then introduce them into the capillary of a microelectrode of a BECKMAN p_H meter. One of the interesting facts noted at the time was that considerable differences in p_H values occured in individual droplets of showers. Some of the determinations were made in as rapid a succession as possible, usually within a few minutes of each other. Regrettably, the technique did not lend itself very readily to simultaneous determinations of the size of the droplets. An example of the measurements is shown in Table I. In that case 8 drops were caught and measured in about 15 minutes.

Table I. *p_H of Drops from Shower on 4 August 1949, Washington, D. C.*

drop number	1	2	3	4	5	6	7	8
p_H	4.41	4.49	3.91	4.42	4.84	4.19	3.82	3.82

Mean value $m = 4.24$; standard deviation $\sigma = 0.344$; range $\gamma = 1.02$; observed $\frac{\sigma}{\gamma} = 0.337$; theoretical value for normal distribution $n = 8\,\frac{\sigma}{\gamma} = 0.337$.

These values showing a range of a full p_H unit seem to have the attributes of a random series. Several other similar sets of measurements were made. They showed much the same characteristics but, of course, different absolute values. Inasmuch as there is such a large variability with ranges noted as high as 1.19 and as low as 0.35 it seemed unnecessary to make the p_H reading accurate to 0.01 p_H unit. It seemed adequate to use p_H papers which allow by simple color comparisons an accuracy of 0.5 p_H units. For the tests reported below "*p*Hydrion papers" made by the Micro Essential Laboratory in Brooklyn 10, N. Y., were used.

The spot sizes appearing on the paper were calibrated for conversion into drop diameters.

Nearly all observations were made in the suburban area of Boston, Massachusetts, about 17 km west of the center of the city but well within the metropolitan area. A total of 83 individual cases of precipitation, from December 1952 through November 1953, were observed. When feasible at least two samples of drops, at the beginning and at the end of the precipitation period were tested. In the case of longer-lasting precipitation intermediate observations were made when notable changes in intensity or character occurred or, in some cases, at hourly intervals. For comparison purposes a few observations on dew and on bulk precipitation were made. Table II shows the frequency distribution of p_H observed in precipitation of all kind. The data on dew are presented separately in Table V.

Table II. *Frequency Distribution of p_H Values Observed in Precipitation Elements Near Boston, Mass. (1952—1953).*

p_H	3	3.5	4	4.5	5	5.5
No. of obs	10	35	66	32	12	2
% cases	7	22	42	20	8	1

Mean value 4.0; standard deviation 0.5.

Without exception all measurements were within the acidic range. Although no chemical analyses were made, in accordance with the work by Cauer (1951) and Junge (1953) it is reasonable to assume that sulfates

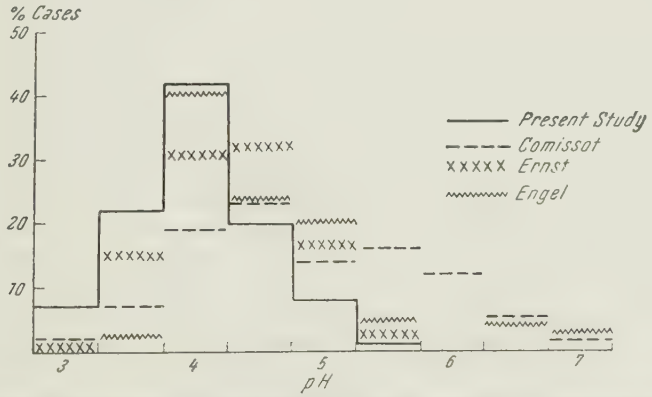


Fig. 1. Frequency distributions of precipitation p_H values measured by various authors. (Solid histogram present study.)

and nitrites are the cause of the acidity. How much of these substances is of natural origin and how much owes its existence to human activity is still an open question. It is interesting to compare the values obtained for droplets and snowflakes with those published by other investigators for bulk rain or melted snow. Fig. 1 shows that percentage frequency

for the data given in Table II and those calculated from the information given in the papers by Comissot (1951), Engel (1939), and Ernst (1938). There are some differences, of course, but in all these studies with observations in Germany, Lebanon and the northeastern Unites States, the majority of values fall into the range of p_H 4 to 5. For comparison it may be stated that Engel (1939) reported in his study for "distilled" water p_H values of between 4.4 and 5. A number of tests made in New England on lake water (e. g. Lake Onota) showed values around 5.5. The drinking water in the Boston metropolitan district usually registered p_H 5 to 5.5.

Cauer has been quoted by Ernst (1938) as having observed p_H of precipitation near the North Sea coast of Germany between 5 and 6. In Cauer's compendium article (1951) he lists the average values of p_H of the aerosol in natural environments as follows:

Nebelhorn (Alps)	1000—2000 m	elevation	3.4
High Tatra, Slovakia	> 1000 m	„	4.0
Oberschreiberhau	50 m	„	4.7
Berlin, Germany			6.2
Norderney, North Sea Coast			4.6

His hypothesis is that the low values of p_H are caused by nitrite but that the higher ones near cities are influenced by ammoniacal substances.

The data presented by Barla (1951) are not included in fig. 1 because no frequency of occurrence is indicated in his paper. However, nearly all his observations are close to neutral or in the alkaline range. His lowest figure is the mean of six cases at the end of cold front thunderstorms with p_H of 5.38. Barla's highest value is the mean of ten cases at the beginning of warm frontal rain with p_H of 8.02. The locality in Italy where these values were observed is not indicated nor is the technique of collection specified. No interpretation of the deviation of his observations from those of the other studies will be attempted beyond the remark that in nature ocean water has alkaline p_H with values slightly above 8.

Barla further states that his observations (48 cases) showed a variation of p_H during precipitation approximating an exponential function. The mean values in his tables show decreases from 0.21 to 1.14 p_H units for various synoptic types of precipitation. The weighted mean of all his data shows a decrease of 0.7 p_H units This is not too far outside the range of change observed in precipitation elements as shown in our Table I. Yet if the data collected in New England are divided into observations taken toward the beginning and the end of various precipitation episodes, there were decreases of p_H value in 48 per cent of the cases, increases in 33 per cent and no change in 19 per cent. Actually this type of statistics is very misleading because during precipitation periods of any appreciable duration, say several hours, the p_H values are not a

monotonous function of time. An interesting example is shown in fig. 2. In that case precipitation lasted without much interruption for 46 hours. During this storm snow, graupel, sleet, rain, and drizzle occurred. The p_H values varied between 3.2 and 5; drop diameters ranged from 0.07 to 0.9 mm.

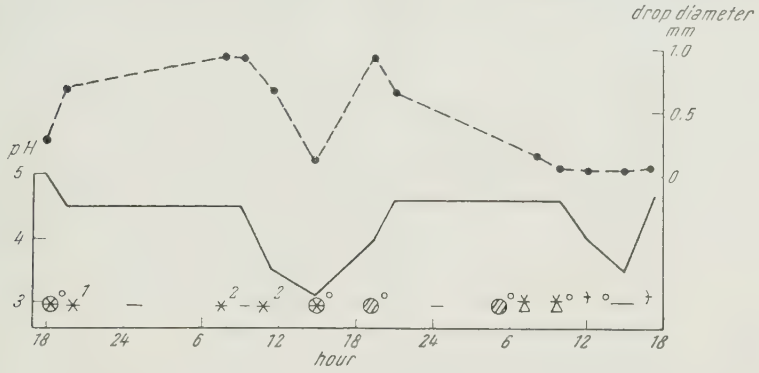


Fig. 2. Variation of p_H and drop diameters during protracted precipitation period 8—10 January 1953. Solid line p_H, dashed line drop diameters; symbols indicate type of precipitation.

The seasonal variation of p_H of droplets is not pronounced as can be seen from Table III.

Table III. *Monthly Mean Values of Droplet p_H for Precipitation 1952—1953.*

Month	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Mean p_H	4.23	4.18	4.0	3.64	4.03	4.20	4.07	4.08	3.82	3.76	4.03	4.20
No. of Observations..	25	16	11	11	15	10	7	6	10	19	19	9

There is a tendency for lower values in spring and autumn, particularly compared to winter, but in view of the small number of cases in each month, one cannot claim much significance for this. It may well be that this is related to the differences that can be noted for various types of precipitation. These are shown in Table IV.

It is noticeable that there is an increase of p_H with increasing rain intensity. Drizzles are most acid, heavy rains least. Also the liquid precipitation phases are considerably more acid than the solid ones. Prior to speculating about the reason for these differences, the relations between p_H and drop diameters shown in fig. 3 should be noted. The dots represent the mean p_H for various drop diameters and the crosses the inverse, i. e., the mean drop diameter for various p_H observations. There is considerable scatter in the data which is only natural because there are only a few observations in some of the class intervals and many more in others. There is, however, a very definite trend toward higher p_H values for larger drops.

Cauer (1948) reported also that for droplets formed by spraying the smaller ones had a lower p_H than the bigger ones. In case of the precipita-

tion droplets, one might assume that differences arise from the variation of the effectiveness of droplets of various sizes for sweeping out suspended aerosol particles. The concentration of the solution in droplets of varying

Table IV. p_H *of Various Precipitation Types.*

Type	Intensity	p_H	No. of Cases
drizzle		3.46	12
rain without ⌐◹	light	3.81	46
	medium	4.06	35
	heavy	4.18	14
rain with ⌐◹		4.11	16
snow	light	4.61	9
	medium	4.67	6
	heavy	4.17	3
graupel		4.03	6
sleet		4.50	2
all rain including ⌐◹	light	3.82	49
	medium	4.07	43
	heavy	4.14	19
all liquid precipitation		3.93	123
all solid precipitation		4.43	26

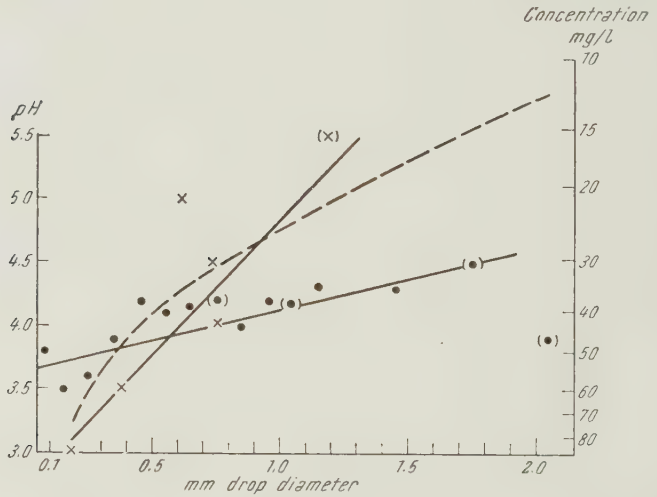


Fig. 3. Relation of p_H to drop diameter. Points mark drop diameter vs. p_H; crosses mark p_H vs. drop diameter; solid lines are the two regression lines. Parentheses around points indicate 6 values or less in category. Dashed line indicates relation of drop diameters to concentration of intercepted impurities after CHR. JUNGE, 1953.

size after falling through a layer of air containing large nuclei has been calculated by JUNGE (1953). One of his tables gives the theoretical values of concentration for an assumed sweep of 1000 meters as related to drop

size. In fig. 3 his values are entered as a curve on a logarithmic scale for the concentrations. This was chosen because the p_H values are by definition logarithmic. There is some similarity between the theoretical concentration values and the observations of p_H. JUNGE shows a little over half a log-unit decrease of concentration for diameter changes from 0.1 to 2 mm. Our observations show about a half p_H unit change on an average over this range of diameters. In first approximation one might therefore explain the observed values of precipitation p_H as the result of interaction of precipitation formed high aloft with pollution nuclei found close to the surface in an industrialized area. This is in general agreement with the observations of ÅNGSTRÖM and HÖGBERG (1952) on the nitrogen content of precipitation. Their data showed a general tendency of decreasing concentrations with total rainfall amounts. Obviously, the large rain amounts are usually caused by large elements (drops) in intense falls than by slow drizzles.

The fact that our observations on drops seem to show a tendency for decrease of p_H in the largest drop sizes is not too significant because of the few observations in those size classes. More serious is the consideration that no systematic increase of p_H was noted even in some relatively sustained rainfalls. One would expect in such a case a gradual decrease of the nuclei available for interception.

From Table IV it can also be noted that the solid precipitations show a higher p_H than the liquid ones. The data of ERNST (1938) also show a shift of the center of the frequency distribution toward higher p_H for snow compared to rain. COMISSOT (1951) on the other hand reported lower values for his snow than his rain samples. Actually his data are not strictly comparable because his snow samples were taken from the snow pack some 4000 feet higher than his rain collections.

One would rather expect, if sweeping were the only mechanism for the change of acidity, that snow flakes would be more effective because of their larger cross section for equal water equivalent compared to rain drops. It is, however, more reasonable to assume that several mechanisms combine which give the end results of concentration on p_H observed ultimately at the surface. In addition to the interception process of large nuclei there must be some influence of the original nuclei of condensation, the coagulation and vapor transfer processes which determine the size of the falling drops. There is also the probability of different genesis and accretion processes of rain and snow. These are problems which are now being tackled by so many new and more comprehensive investigations that the future is likely to provide the proper explanation for our modest and limited observations.

It remains to report that a few measurements of p_H were made on deposited condensates. These comprised 39 cases of dew and 7 of frost. The frequency distribution of these is shown in Table V.

The mean value of these observations is a little higher than in case of precipitation. There is, of course, no interception of aerosol particles by dew but the largest aerosol material falling during the night might

Table V. *Frequency of p_H Values of Dew and Frost.*

p_H	3	3.5	4	4.5	5	5.5
No. of cases	1	4	21	12	5	3
% of cases	2	9	46	26	11	6

Mean value 4.3; standard deviation 0.5.

become dissolved in dew. The number of cases of frost is too small to permit a comparison with those of dew. Dew observations made late in the evening compared with those of the following morning showed no uniform trend. Out of a total of 15 pairs of observations 8 showed a decrease of 0.64 p_H units on an average, 2 no change and 5 an increase of 0.79 p_H units on an average.

The findings of ENGEL (1939) at an unspecified locality in Germany indicated for dew deposited on glass a p_H range between 4.2 and 6.6 with 75 per cent of the cases between 4.6 and 5.8. Simultaneous measurements of dew deposited on leaves showed a range of 3.0 to 7.8 with the maximum frequency between 4.6 and 5.0. The differences in results were attributed to excretions from the plant leaves. CAUER (1948) reported that dew in cities ranged between 5.2 and 6.2, in mountains near or below 4. The values found near Boston correspond therefore to the rather acidic values found in the central European mountain areas.

Acknowledgment.

I am indebted to Mr. MALCOLM RIGBY, editor of Meteorological Abstracts and Bibliography, for a useful list of references. Several conversations with Dr. CHRISTIAN JUNGE were also very helpful.

References.

BARLA, MARIO: La concentrazione idrogenionica delle acque di precipitazione atmosferica in relazione ai diversi sistemi frontali. Riv. Met. Aeron. **11** (3—4), 38—40 (1951).

CAUER, H.: Chemie der Atmosphäre. Fiat Review of German Science 1939 ad 1946; Chapter 8 in "Meteorology and Physics of the Atmosphere"; Wiesbaden 1948, 277—291; Some Problems of Atmospheric Chemistry. Compendium of Meteorology, Boston 1951, 1126—1136.

COMISSOT, N. A.: The p_H of the rain at Beirut and of the snow on the mountains of Lebanon. Bull. Am. Met. Soc. **32**, 24—26 (1951).

ENGEL, HORST: Das Verhalten der Blätter bei Benetzung mit Wasser. Jahrb. f. wissensch. Botanik **88** (5), 816—861 (1939).

ERNST, WOLFGANG: Über p_H-Wert-Messungen von Niederschlägen. Balneologe **5**, 545—549 (1938).

JUNGE, CHR.: Die Rolle der Aerosole und der gasförmigen Beimengungen der Luft im Spurenstoffhaushalt der Troposphäre. Tellus **5**, 1—26 (1953).

ÅNGSTRÖM, A. and L. HÖGBERG: On the Content of Nitrogen (NH_4—N, and NO_3—N) in atmospheric precipitation. Tellus **4**, 31—42 (1952).

551.573 : 536.423

(Institut Royal Météorologique de Belgique, Uccle.)

Sur la chaleur de vaporisation d'une gouttelette de solution en suspension dans l'atmosphère.

Par

L. Dufour.

Résumé. Dans ce travail, nous établissons la formule donnant la chaleur de vaporisation d'une gouttelette de solution en suspension dans l'atmosphère et nous montrons dans quels cas elle peut être remplacée par la formule donnant la chaleur de vaporisation de l'eau en masse.

Zusammenfassung. Es wird die Formel für die Verdampfungswärme eines in der Atmosphäre suspendierten Lösungströpfchens aufgestellt und gezeigt, in welchen Fällen sie durch die Formel der Verdampfungswärme einer ebenen Wasserfläche ersetzt werden kann.

Summary. Our purpose is to establish a formula giving the heat of vaporization of a solution droplet in suspension in the atmosphere. We show in which cases this formula can be replaced by another one giving the heat of vaporization relative to a plane interface.

Lorsqu'on étudie l'équilibre d'une gouttelette de solution en suspension dans l'atmosphère, il apparaît, dans les équations exprimant cet équilibre, une grandeur

$$L_v^* = h_2{}^g{}^* - h_2{}^l{}^* \tag{1}$$

où $h_2{}^g$ et $h_2{}^l$ sont respectivement les enthalpies spécifiques de l'eau dans la phase gazeuse (atmosphère) et dans la phase liquide (gouttelette) et où l'astérisque rappelle que la grandeur est relative à un système idéal [cf. p. ex. *1*].

Les météorologistes appellent L_v^* *la chaleur de vaporisation de l'eau* et supposent qu'elle est pratiquement égale à la chaleur de vaporisation de l'eau en masse, à température et pression constante, c'est-à-dire qu'ils posent

$$L_v^* \cong L_{v\infty}^* \tag{2}$$

où l'indice ∞ rappelle que la grandeur se rapporte à une surface plane d'eau pure.

Désignons par T la température, par p^l la pression de la phase liquide, par $v_2{}^l$ le volume spécifique de l'eau dans cette phase, par $c_2{}^g$ et $c_2{}^l$ les chaleurs spécifiques à pression constante de la vapeur d'eau et de l'eau liquide.

Assimilons la phase gazeuse à un gaz parfait, supposons que les chaleurs spécifiques $c_2{}^g$ et $c_2{}^l$ sont des constantes et admettons que $v_2{}^l$ est pratiquement indépendant de la pression. On a alors, la variation de $L_{v\infty}{}^*$ en fonction de la pression étant négligeable pour les pressions qui interviennent en météorologie lorsque les phases sont planes [cf. p. ex. *2*],

$$L_{v\infty}{}^* \cong L_{v\infty}{}^{*0} + (c_2{}^g - c_2{}^l)\,(T - T_0) \tag{3}$$

où $L_{v\infty}{}^{*0}$ est la chaleur de vaporisation à la température T_0.

On a aussi [*2*]

$$\left.\begin{aligned} h_2{}^{g*} &= h_{2\,0}{}^{g*} + c_2{}^g\,(T - T_0), \\ h_2{}^{l*} &= h_{2\,0}{}^{l*} + c_2{}^l\,(T - T_0) + v_2{}^l\,(p^l - p_0{}^l) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

où $h_{2\,0}{}^g$ et $h_{2\,0}{}^l$ sont les enthalpies spécifiques de la vapeur d'eau et de l'eau liquide à la température T_0 et à la pression $p_0{}^l$.

On déduit de (1) et de (4) que

$$\delta L_v{}^* = (c_2{}^g - c_2{}^l)\,\delta T - v_2{}^l\,\delta p^l \tag{5}$$

en admettant que $v_2{}^l$ est constant, ce qui est une hypothèse acceptable à T constant mais qui l'est beaucoup moins à T variable.

Compte tenu de l'équation d'équilibre mécanique

$$p^l - p^g = \frac{2\,\sigma^{l\,g}}{r^{l\,g}} \tag{6}$$

l'équation (5) peut s'écrire

$$\delta L_v{}^* = (c_2{}^g - c_2{}^l)\,\delta T - v_2{}^l\,\delta p^g - v_2{}^l\,\delta\,\frac{2\,\sigma^{l\,g}}{r^{l\,g}} \tag{7}$$

où p^g est la pression de la phase gazeuse, $\sigma^{l\,g}$ et $r^{l\,g}$ la tension superficielle et le rayon de courbure moyen de la gouttelette.

En intégrant l'équation (7) entre l'état initial ($r_0 = \infty$, $T = T_0$, $p^g = p_0{}^g$) et un état quelconque (r, T, p^g), il vient

$$L_v{}^* = L_{v\infty}{}^{*\,0} + (c_2{}^g - c_2{}^l)\,(T - T_0) - v_2{}^l\,(p^g - p_0{}^g) - v_2{}^l\,\frac{2\,\sigma^{l\,g}}{r^{l\,g}} \tag{8}$$

ou encore, en égard à (3),

$$L_v{}^* = L_{v\infty}{}^* - \frac{2\,v_2{}^l\,\sigma^{l\,g}}{r^{l\,g}} \tag{8'}$$

compte tenu du fait que le troisième terme du second membre de (8) est négligeable devant les deux premiers dans l'atmosphère.

Cette équation est qualitativement la même que celle que l'on obtient dans le cas d'une gouttelette d'eau pure en présence de sa seule vapeur [*3*]. Quantitativement l'action de la courbure diffère dans la mesure où la présence d'air sec et de sel dissous modifie la tension superficielle.

Pour nous rendre compte de cette influence, nous avons considéré le cas d'une gouttelette d'eau pure, celui d'une gouttelette de solution formée autour d'un petit noyau ($2{,}259 \times 10^{-18}$ gr.) de chlorure de sodium et celui d'une gouttelette de solution formée autour d'un gros noyau ($1{,}85 \times 10^{-14}$ gr.) de ce même sel.

Nous avons calculé, dans ces trois cas, pour différents rayons de la gouttelette, les valeurs de $L_v^*/L_{v\infty}^*$ en déduisant σ^{lg} de la formule utilisée par KÖHLER [4] et en adoptant comme valeur de $L_{v\infty}^*$ à 273° K, la valeur $2{,}5006 \times 10^{10}$ erg/gr. On trouvera, au tableau 1, les résultats de ces calculs.

Tableau 1. *Variation du rapport $L_v^*/L_{v\infty}^*$ en fonction de r^{lg} pour $T = 273°$ K.*

I. Gouttelette d'eau pure.

r (cm)	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
$L_v^*/L_{v\infty}^*$	1,000	1,000	0,999	0,994	0,938

II. Gouttelette de solution formée autour d'un petit noyau.

r (cm)	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	$1{,}189 \times 10^{-6}$ (sat.)
$L_v^*/L_{v\infty}^*$	1,000	1,000	0,999	0,994

III. Gouttelette de solution formée autour d'un gros noyau.

r (cm)	10^{-3}	10^{-4}	$2{,}397 \times 10^{-5}$ (sat.)
$L_v^*/L_{v\infty}^*$	1,000	1,000	0,997

Le tableau précédent montre que l'approximation (2) est excellente pour autant que le rayon de la gouttelette d'eau pure soit plus grand ou égal à 10^{-6} cm et qu'elle est encore acceptable lorsque ce rayon est égal à 10^{-7} cm. Ce tableau montre également que l'approximation (2) est excellente lorsque le rayon de la gouttelette de solution est plus grand ou égal à celui qui correspond à la saturation de la solution. Nous n'avons pas effectué le calcul lorsque la solution est sursaturée, car il est douteux que les formules habituelles, et en particulier la formule (8'), soient encore applicables dans ce cas.

En suivant le même raisonnement que précédemment, on établit aisément des formules analogues à (8') pour un cristal en suspension dans l'atmosphère et un cristal en suspension dans une goutte de solution. En admettant que, à 273° K, la tension superficielle air/glace est égale à 100 dyn/cm et la tension superficielle glace/solution à 10 dyn cm, le calcul montre que les conclusions formulées dans le cas d'une gouttelette

d'eau pure restent applicables. Ces résultats sont sujets à caution, car on connaît très mal la valeur de la tension superficielle air/glace et surtout celle de la tension superficielle glace/solution.

Bibliographie.

1. Dufour, L. 1951: Sur la thermodynamique de la condensation dans l'atmosphère. Inst. roy. mét. Belgique, Mémoires, **42**, § 10.
2. Van Mieghem, J. et L. Dufour, 1948: Thermodynamique de l'atmosphère. Inst. roy. mét. Belgique, Mémoires, **30**, § 22.
3. Defay, R. et I. Prigogine, 1951: Tension superficielle et adsorption. Liége, Desoer, Chap. XIII, § 5.
4. Köhler, H. 1950: On the problem of condensation in the atmosphere. Nova Acta Reg. Soc. Scient. Upsal. (IV) **14**, n° 9, p. 66.

551.311.1

(Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Wien.)

Über die Feinbänderung und Bewegung des Gletschereises.

Von

N. Untersteiner.

Mit 5 Textabbildungen.

Zusammenfassung. In Fortsetzung früherer Arbeiten wurde die Verteilung der „Feinbänderung" im Zungengebiet der Pasterze (Ostalpen) entlang zehn Querprofilen aufgenommen. Obwohl auf Grund der Gefügeanalyse vermutet wird, daß die im Eis vorhandenen Kornregelungen in Zusammenhang mit Relativbewegungen stehen, deutet die großräumige Verteilung der Feinbänderung auf ein innerhalb der Gletscherbewegung passives Verhalten. Es ergeben sich Hinweise dafür, daß die Feinbänderung ihre Entstehung Vorgängen während oder kurz nach Passage großer Gletscherbrüche verdankt.

Summary. Continuing previous work the distribution of the so-called fine bands on the tongue of Pasterze-glacier (Eastern Alps) was measured along 10 profiles crossing the glacier. Although from petrofabric studies it seems probable that grain orientation within the ice is associated with relative movements the general distribution of fine bands points towards their passive behaviour within the movement of the glacier tongue. It is suggested that they are formed in the ice during or shortly after passing large ice-falls.

Résumé. Poursuivant de précédents travaux, l'auteur a étudié la distribution des micro-couches du front du glacier de la Pasterze (Alpes orientales) le long de dix profils transversaux. Bien que l'analyse de structure porte à croire que l'orientation des grains de la glace soit en relation avec les mouvements relatifs, la distribution d'ensemble des micro-couches indique plutôt une indifférence à l'égard du mouvement du glacier. Il existe des indices selon lesquels les micro-couches seraient dues à des phénomènes se produisant pendant ou peu après de fortes cassures du glacier.

Die Oberfläche jeder Gletscherzunge zeigt charakteristische „Texturen", die bei entsprechender Anlage der Messungen geeignet erscheinen, gewisse Einblicke in den Mechanismus der Gletscherbewegung zu vermitteln.

Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist die von uns als Feinbänderung (FB) bezeichnete Erscheinung [*10*]. Diese rein deskriptive Bezeichnung wurde vorgeschlagen, um den bekannten terminologischen

Schwierigkeiten, die hier bestehen, zu entgehen [5]. An vertikalen Aufschlüssen (Spalten, Gletschermühlen) zeigt sich die FB vorwiegend in einem Wechsel des Luftgehaltes in Bereichen von Zentimetern bis Dezimetern, während an der Oberfläche auch das Herauswittern der Gletscherkörner bzw. deren Gestalt zum Eindruck des Gebändertseins beiträgt. Die FB überzieht die ganze Zungenoberfläche in Form eines mehr oder weniger einheitlichen Systems und ist an den Rändern parallel (oder identisch) mit dem sog. Pflugfurcheneis.

Abb. 1. Die Lage der Achsenmaxima von sieben Eisproben. S 1 bis S 3 sind die Pole der Feinlagen (s. Text). *H* ist der Pol des Horizonts. Die Haupt-Transportrichtung des Eises ist in der Zeichnung nach oben gerichtet (nach [10]).

In einer früheren Arbeit wurde u. a. versucht, mit Hilfe gefügekundlicher Methoden [1, 8, 9] einen Einblick in die physikalische Natur der FB zu gewinnen und ihre Anordnung in einem Querprofil über den Gletscher (Pasterze, Glocknergebiet)

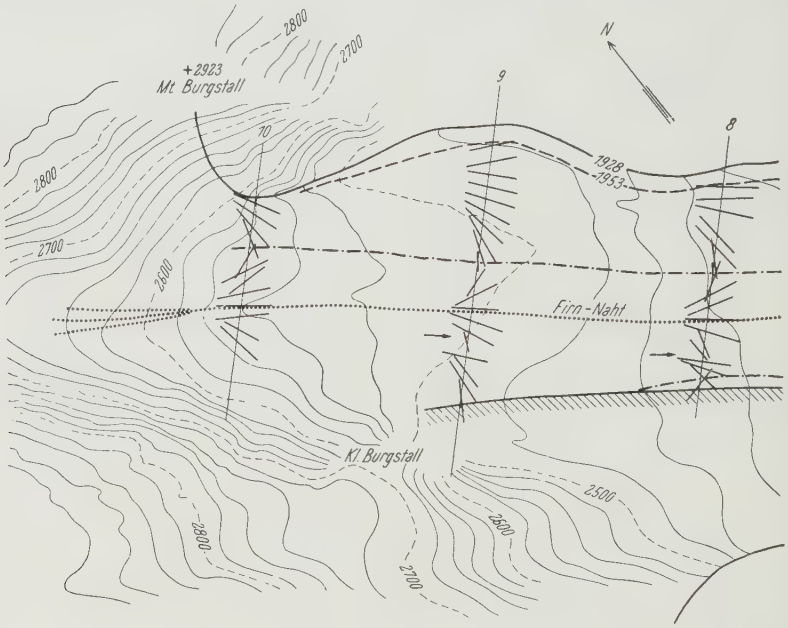
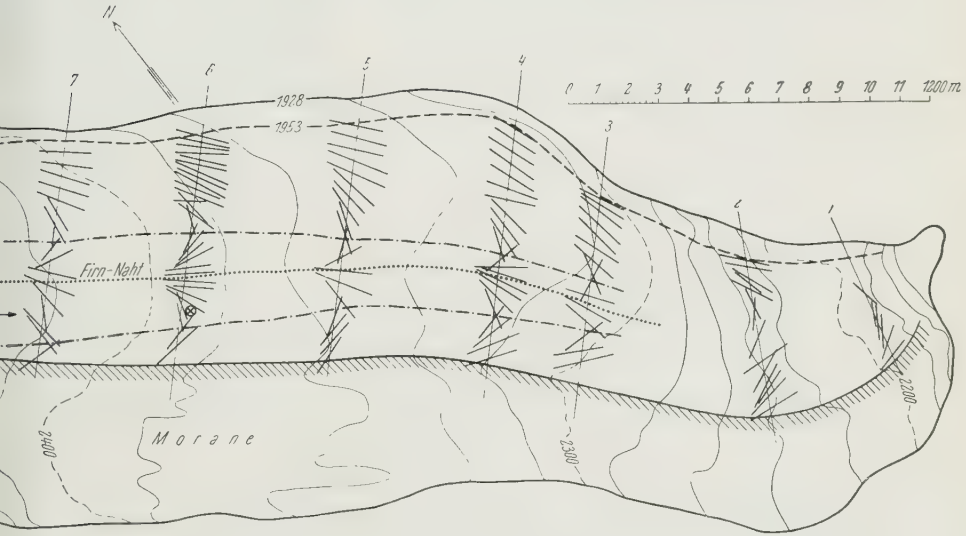


Abb. 2. Die Streichrichtung der

zu untersuchen. Es ergab sich dabei, daß das Eis charakteristischen Feinlagenbau zeigt, bei dem in jeder Feinlage Kristallachsen mehr

oder weniger senkrecht zu dieser am häufigsten vorkommen. Die Richtungen der aufgefundenen Feinlagen sowie die zugehörigen Achsenmaxima zeigt Abb. 1. Die Feinlagen S 1 entsprechen der FB und zeigen die weitaus beste Regelung der Körner. S 2 und S 3 sind mit bloßem Auge an der Gletscheroberfläche nicht erkennbar. Eine Deutung dieser drei Feinlagenrichtungen bietet einige Schwierigkeiten. Das Sammeldiagramm Abb. 1 wurde zwar aus sieben Proben von verschiedenen Tiefen (bis 12 m) gewonnen, wobei in jedem Einzeldiagramm die gleichen Maxima vertreten waren, doch stammen alle unsere Beobachtungen wesentlich von einem Ort etwa in der Mitte des Gletschers und Verallgemeinerungen der Ergebnisse erscheinen schon aus diesem Grunde schwierig. Zudem macht es die noch ziemlich unvollkommene und zeitraubende Präparationsmethode unmöglich, Eisproben in wünschenswertem Umfang zu untersuchen. Das Ergebnis der in [*10*] eingehend diskutierten Gefügeanalyse ist folgendes: Die Feinlagen S 1 bzw. die FB entspricht Flächen, an denen Relativbewegung stattgefunden hat oder stattfindet, wobei für die starke Entwicklung dieser Feinlagen eine von ursprünglichen Ablagerungsflächen herrührende Festigkeits-Anisotropie mitgewirkt haben könnte. Für die Natur von S 2 konnte keine befriedigende Erklärung gefunden werden. Für S 3 gilt, was die Relativbewegung anbetrifft, das gleiche wie für S 1, nur ist hier eine mechanische



Feinbänderung auf der Pasterze.

Anisotropie nicht zu erwarten. S 1 und S 3 mit ihren Einfallswinkeln von 45 bis 60° gletscheraufwärts bzw. -abwärts korrespondieren mit den

Tabelle 1. *Das Streichen und Fallen der*

Profil Nr.	1				2				3				4				5		
Richtung	N 13° E				N 28° E				N 45° E				N 45° E				N 45° E		
	E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F
	0		25		0	140	40		0	155	39		0	160	40		0	140	5
	50		30		20	138	42		20	160	40		40	160	50		40	143	4
	90		~0		60	160	17		40	165	40		80	160	55		80	140	5
→	130	170			80	165	20		80	170	45		120	163	60		120	150	5
	190	25	10		100	155	10		120	172	42		160	160	52		160	152	4
	230	30	10		140	10	~0		160	160	42		200	147	54		200	170	4
	270	30		→	160	40	10		200	170	35		240	140	55		240	175	5
	310	55	30		180		~0		240	15	32		280	174	46		280	5	4
	350	75	30		220		~0	→	280	65	30		320	2	39		320	20	4
	360				260	60	5	*Fn*	320	145			360	5	40	→	360	20	4
					340	95			360	158	50	→	400	20	50		400	50	4
					380	65	~0		400	168	27		440	88	72		440	100	7
					420	65	~0	→	440	45	25		460	135		*Fn*	480	135	7
					440	70	15		460	90		*Fn*	480	145			520	150	5
					460	80	20		500	118	45		500	155	55		560	180	4
					500	95	32		540	115	50		520	160	65	→	600	50	4
					520				550				560	172	47		640	50	5
												→	600	15	40		680	75	4
													640	75	38		720	80	5
													680	88	45		760	70	5
													720	105	50		780		
													760	110	40				
													800						

St. = Streichrichtung, von N gezählt.
F. = Fallwinkel, vom Horizont gezählt und stets gegen die Krümmungsmittelpunkte der FB-Bögen gerichtet.
E. = Entfernung des Meßortes vom linken Eisrand.

Die jeweils letzte Zahl dieser Kolonne gibt die Gesamtlänge des Profils über den moränenfreien Teil der Pasterze. *Fn* bezeichnet die Lage der Firnnaht. Die Pfeile → geben die ungefähre Lage der Spitzen der „FB-Löffel".

von Nye [6] abgeleiteten Trajektorien der maximalen Schubspannung und ihre Deutung als Scherflächen erscheint daher wesentlich gestützt.

Gleichzeitig mit den Gefügeuntersuchungen wurde das Streichen und Fallen der FB in einem Profil quer über den Gletscher aufgenommen. Es ergab sich dabei, daß die FB in Form eines zweifachen Löffels angeordnet ist, dessen Mittellinie die sog. Firnnaht bildet. Die Firnnaht der Pasterze wurde schon mehrfach beschrieben [7]. Sie besteht in einem

Abb. 2 gegebenen Feinbänderung (FB).

	6				7				8				9				10			
	N 45° E				N 45° E				N 45° E				N 45° E				N 45° E			
	E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F.		E.	St.	F.	
	0	142	49		0	125	40		0	130	50		0	115	55		0	150	~90	
	20	140	58		40	130	43		40	125	64		40	115			40	160	~90	
	40	135	40		80	135	55		80	140	60		80	135	68		80	175	~90	
	60	130	54		120	145	52		120		55		120	140	75		120	15		
	80	140	50		160	145	50		160	175	48		160	145	65	→	200	65	~90	
	100	140	51		200	150	49		200	175	40		200	155	74		240	100		
	120	152	52		240	5	30		240	30	48		240	170	70		280	90	~90	
	140	152	53		280	8	40	→	280	40	52		280	8	75		320	115		
	160	155	55	→	320	45	57		320	60	65		320	20	72	*Fn*	360	125	~90	
	180	150	53		360	75	55		360	100	50	→	360	40	65		400	120		
	200	150	65		400	100			400	105	~90		400	45	70		440	155	70	
	220	130	66	*Fn*	440	140	68	*Fn*	440	130	80		440	70	60		480	170		
	240	175	55		480	150	63		480	145	60		480	100	65					
	260	165	50		520	175	60		520	15	55	*Fn*	520	130	78					
	280	23	46		560	30	53		560	180			560	145	~90					
	300	33	49		620	175			580	135	62		600	155	75					
	320	33	50	→	640	180	45		600	145			640	25	55					
→	340	50	45		680	60	43		620	170	60		680	140	80					
	360	60	47		720	90	50	→	640	45	45		720	180	75					
	380	75	45		750				660	75			760	5	65					
	400	88	62						670				800	30						
	420	100	~90									→	850							
	440	120	~90																	
	460	123	~90																	
Fn	480	133	60																	
	500	130	55																	
	520	150	45																	
	540	160	40																	
	560	20	40																	
	580	30	38																	
	600	32	35																	
	620	24	40																	
→	640	45	40																	
	660	75	52																	
	700	85	57																	
	750																			

etwa 2 bis 20 m breiten, stellenweise mehrfach parallel laufenden Streifen von sehr feinkörnigem, unverfestigtem Eis und entspringt beim Beginn der Gletscherzunge in einer von drei Seiten durch Gletscherbrüche umschlossenen Mulde (s. Abb. 2).

Die Erscheinung ist sehr auffällig und es wurden schon verschiedene Erklärungsversuche gegeben. Nach V. Paschinger [7] handelt es sich dabei um Firn, der sich in der oben genannten Mulde durch Zusammenwehen und

Lawinenstürze besonders lange hält und unter Mitwirkung der dort vorhandenen Querspalten gewissermaßen in den Gletscher hineingearbeitet wird. Daß diese Erklärung nicht zutreffen kann, zeigt eine kurze Überschlagsrechnung mit den von Paschinger in der gleichen Arbeit gegebenen Zahlen für die Ablation und die Jahresbewegung des Gletschers. Erstere beträgt bei vorsichtiger Schätzung in der Zeit, die der Gletscher zum Zurücklegen einer der Länge der Firnnaht entsprechenden Strecke braucht, etwa 100 m. D. h. der Firn müßte von der Oberfläche bis in diese Tiefe gelangen. Ein solcher Vorgang würde Bewegungsverhältnisse erfordern, wie sie in einem Gletscher wohl kaum vorkommen.

Die beiden links und rechts der Firnnaht gelegenen Teilkomponenten der Pasterze entstammen morphologisch sehr verschiedenen Nährgebieten und Paschinger diskutiert die zu erwartende unterschiedliche Reaktionsgeschwindigkeit der beiden Komponenten bei Schwankungen der klimatischen Bedingungen. Obwohl die Steinlinienmessungen keinen Geschwindigkeitssprung an der Firnnaht erkennen lassen, ist es doch möglich, daß ein solcher zeitweise besteht und mit verfeinerten Meßmethoden feststellbar wäre. In diesem Fall würde durch starke Relativbewegung die langsame Rekristallisation und das Kornwachstum möglicherweise gehemmt. Über gefügekundliche Gesichtspunkte zu diesem Problem und einige Messungen wird W. Schwarzacher an anderer Stelle berichten.

Es wäre lohnend, auch auf anderen Gletschern mit uneinheitlichen Nährgebieten nach analogen Erscheinungen zu suchen.

Die FB-Verteilung zeigt keine Symmetrie zur Verteilung der mittleren Jahresbewegung. Da der Ort unserer gefügekundlichen Untersuchungen etwa in der Zone maximaler Jahresbewegung und nahe der Spitze des linken FB-Löffels lag, wäre es wichtig festzustellen, ob auch in der Randzone der Gürtel der Achsenmaxima symmetrisch zur FB liegt. Unabhängig von diesen Fragen wurde in Fortsetzung unserer früheren Arbeit die Verteilung der FB in zehn Querprofilen über den schuttfreien Teil des Gletschers kartiert (Abb. 2). Als Grundlage zur Eintragung diente die Alpenvereinskarte (Blatt Glocknergruppe von R. Finsterwalder) mit Gletscherständen aus 1928. Es war notwendig, den beträchtlichen Schwund, vor allem die Reduktion der Breite, zu berücksichtigen (diesbezügliche Angaben verdanke ich Herrn Dr. H. Paschinger, Innsbruck). Die in Abb. 2 eingetragenen Schichtenlinien sind nicht korrekt und sollen lediglich ein ungefähres Bild der Neigungsverhältnisse vermitteln. Im Interesse übersichtlicher Darstellung ist in Abb. 2 nur die Streichrichtung der FB gegeben. Alle anderen Angaben sind in der *Tabelle* 1 zusammengestellt.

In der Umgebung der Firnnaht steht die FB steil bis lotrecht, während sie in Randnähe dem Gletscherufer ungefähr parallel verläuft. Die charakteristische Verteilung in Form eines doppelten Löffels beginnt schon bei Profil 10 unmittelbar unterhalb der großen Gletscherbrüche und ist bis nach Profil 3 eindeutig vorhanden. Zwischen den Profilen 3 und 2 liegt eine Gefällsstufe mit starker Spaltenbildung, besonders im Gebiet des rechten Löffels. Unterhalb der Stufe ist nur mehr der linke Löffel erhalten. Zwischen den Profilen 3 und 2 verschwindet auch die Firnnaht.

In den Profilen 1 und 2 war die Messung des FB-Fallwinkels schwierig bzw. teilweise unmöglich. In einiger Entfernung vom linken Ufer hat er jedenfalls nur sehr geringe Beträge. Wie schon früher betont [*10*], ist das Einmessen der FB mit dem Geologenkompaß oft mit Schwierigkeiten verbunden. Flache Fallwinkel erschweren die Messung des Streichens sehr und, wenn an der Gletscheroberfläche keine Spalten oder Höcker vorhanden sind, wird die Messung des Fallens ganz unmöglich. Außerdem spielen die der Messung vorausgegangenen Witterungsbedingungen eine gewisse Rolle, indem es vom Zustand der Oberfläche abhängt, ob die FB gut erkennbar ist oder nicht. Angesichts dieser Umstände sind weniger die einzelnen Meßwerte als vielmehr deren großzügige Verteilung von Bedeutung.

Es ist nun die Frage, ob sich aus Abb. 2 und der Tabelle Schlüsse auf die Rolle der FB im Bewegungsmechanismus des Gletschers ableiten lassen. In Abb. 3 ist (nach Paschinger) die mittlere Verteilung der Jahresbewegung gegeben. Die Grundlage hierzu bilden Messungen von drei Steinlinien, die ungefähr mit unseren Profilen 2, 6 und 9 korrespondieren.

Im Hinblick auf unsere frühere Untersuchung erscheint es vorteilhaft, für die weitere Diskussion versuchsweise zwei extreme Stand-

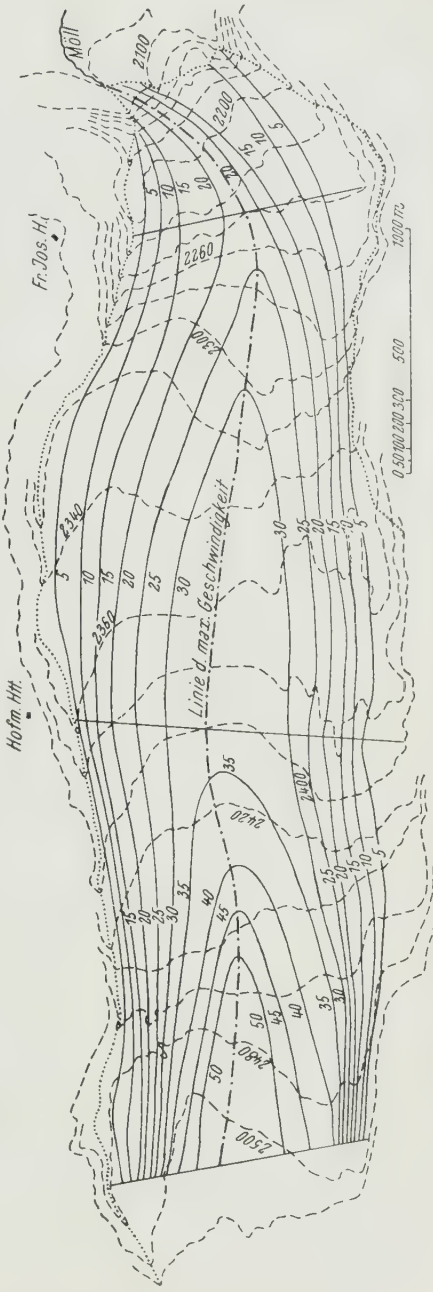


Abb. 3. Verteilung der mittleren Jahresbewegung der Pasterze auf Grund von Messungen in drei Steinlinien (nach V. Paschinger).

punkte einzunehmen und sie an den vorliegenden Beobachtungen zu prüfen.

1. Aktiver Fall: Die FB entspricht an jedem Ort aktiven Scherflächen (mit oder ohne sedimatationsbedingte Vorzeichnung).

Das Ergebnis der Gefügeanalyse, die an dem in Abb. 2 mit ⊕ (Profil 6) bezeichneten Ort durchgeführt wurde, spricht — wie erwähnt — nicht dagegen. Die Lage der FB in der Nähe des Gletscherrandes ergibt ebenfalls keinen Widerspruch, auch wenn wir dort eine vertikal nach aufwärts gerichtete Bewegungskomponente annehmen [*4*]. Die Existenz von Scherflächen, welche in Form eines doppelten Bogens angeordnet sind, läßt sich angesichts der Geschwindigkeitsverteilung (Abb. 3) aber kaum verstehen. Weder eine rein laminare Bewegung, wie sie sich unter Voraussetzung konstanter Viskosität im Gletscher ergibt, noch eine Bewegung entlang Gleitlinien unter Annahme einer konstanten Fließspannung des als plastisch betrachteten Eises können ein der Abb. 2 entsprechendes Scherflächenbild erzeugen. Im laminaren Fall erfolgt die Bewegung überall parallel zum Gletscherbett und Scherflächen, die mit der Oberfläche relativ steile Winkel bilden, können auf diese Art nicht entstehen. Im plastischen Fall wären zwar die beobachteten Fallwinkel verständlich, doch müßte hier die Spannung immer senkrecht auf die Streichrichtung der FB stehen, d. h. sie müßte auf einem Querprofil eine zweimalige Schwenkung um nahezu 180° ausführen.

Die von Nye [*6*] berechneten Gleitlinien im Gletscher sollen vorwiegend das Vorhandensein von einzelnen, ausgeprägten Scherflächen, die zum Teil an Überkragungen kenntlich sind, erklären. Wenn wir die FB mit einer solchen Gleitlinienschar identifizieren wollten, würden wir ihr eine viel allgemeinere als die von Nye selbst angenommene Bedeutung zuschreiben.

Es wäre nun noch möglich, anzunehmen, daß oberhalb des Profils 10 von den beiden Nährgebieten je ein Scherflächen(FB)-Löffel in die flache Gletscherzunge eintritt und das Eis erst einige Zeit unter den neuen Spannungsverhältnissen stehen muß, bis die von den alten Gleitflächen herrührende Anisotropie unwirksam geworden und neue Gleitflächen angelegt sind. Der doppelte FB-Bogen geht zwar unterhalb Profil 3 in einen einfachen über, doch liegt die Spitze des letzteren weit von der Zone maximaler Bewegung entfernt. Wenn es auch angesichts unserer Unkenntnis von der Größe der im Eis vorkommenden Festigkeits-Anisotropien und der Geschwindigkeit, mit der sich Umbildungen des Korngefüges abspielen können, nicht möglich erscheint, einen solchen Vorgang näher zu diskutieren, so wäre doch zu erwarten, daß in diesem Fall eine zunächst vorhandene Feinbänderung gletscherabwärts immer undeutlicher oder unregelmäßiger wird, um dann allmählich in ihre neue Verteilung überzugehen. Ganz im Gegenteil dazu ist die FB in Profil 3 noch genau so gut ausgeprägt wie in den oberen Profilen und es ist kein allmählicher Übergang zu erkennen.

Wir sehen, daß der Versuch, die FB als überall aktive Scherflächen zu betrachten, mit den Beobachtungen nicht in Einklang zu bringen ist.

2. Passiver Fall: Die FB entspricht Flächen, die zwar — wie die Gefügeanalyse nahegelegt hat — einmal als Scherflächen beansprucht worden sind, die aber zwischen den Profilen 10 und 1 eine rein passive Rolle spielen und von der allgemeinen Bewegung mitgenommen werden.

In diesem Fall müßte aus der Kenntnis der Lage der FB in einem Profil und der Bewegungsgrößen die Verteilung der FB in einem weiter abwärts gelegenen Profil abzuleiten sein. Leider scheitert ein solcher Versuch unter anderem daran, daß die FB-Verteilung nur an der Oberfläche bekannt ist, weiter unten aber ursprünglich tiefere Schichten zutage treten.

Eine passive Mitführung der FB müßte aber auch die in Abb. 4 schematisch dargestellte Erscheinung zur Folge haben. Die Verteilung der FB und der als parallel angenommenen Gletscherbewegung V bei I entspricht ungefähr den Verhältnissen in den oberen Profilen. Durch die in der Mitte raschere Bewegung ergibt sich ein Zusammenrücken der Löffelspitzen (II und III) bei unveränderter Lage der FB in Randnähe und in der Umgebung der Firnnaht. Abb. 2 zeigt tatsächlich, daß die Löffelspitzen in Profil 9 mehr als 500 m und in Profil 3 nur mehr etwa 180 m auseinander liegen. Auch die Spitzigkeit der Löffel nimmt gletscherabwärts zu. Unterhalb Profil 3 verschwindet der rechte FB-Bogen und man kann annehmen, daß er nur bis in geringere Tiefe als der linke gereicht hat.

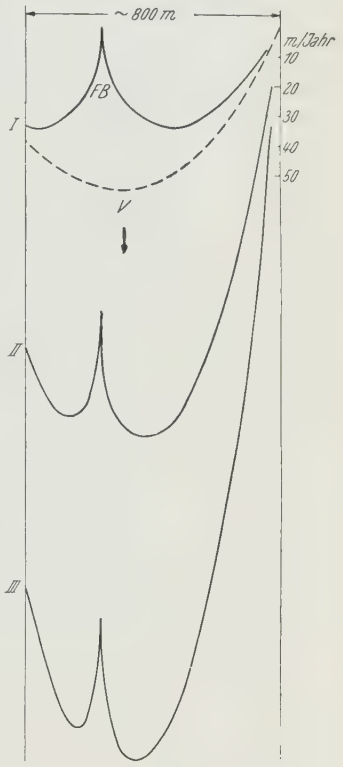


Abb. 4. Deformation der Feinbänderung (FB) durch die Gletscherbewegung (V).

Ein weiterer Punkt, der in Einklang mit dem hier angenommenen passiven Verhalten der FB steht, ist die Änderung des Fallwinkels. In Profil 10 stehen alle FB sehr steil (Tabelle). Je weiter man gletscherabwärts geht, desto geringer wird der mittlere Fallwinkel. In Profil 2, wo der Gletscher eine Neigung von 10 bis 15° besitzt, liegt die FB stellenweise horizontal. Falls wir nicht eine „Extrusion" der tieferen Schichten im Eis annehmen wollen (die Bedingungen hierfür scheinen in der Pasterzenzunge sehr ungünstig), kann jede in das Eis eingelagerte Fläche von der Art der FB nur flacher werden, während sie im Falle der plastischen Deformation nach Nye („compressive flow") nur steiler werden können. Ob die Abnahme des Fallwinkels der FB im Laufe der Talwärtsbewegung durch die in tieferen Schichten langsamere Bewegung oder dadurch zustande kommt, daß die Ablation die in tieferen Schichten flacher liegende FB freilegt, ist durch die vorliegenden Beobachtungen nicht

zu entscheiden, wenn auch die letztere Möglichkeit wahrscheinlicher ist[1].

Die vorstehenden Betrachtungen scheinen der Annahme einer passiven Rolle der FB eindeutig den Vorzug zu geben. Selbstverständlich werden in unmittelbarer Nähe des Randes (zeitweise vielleicht auch in der Firnnaht) die FB auch als Scherflächen tätig sein.

Wenn es auch möglich war, an Hand des vorliegenden Beobachtungsmaterials das Verhalten der FB auf der Gletscherzunge zu studieren,

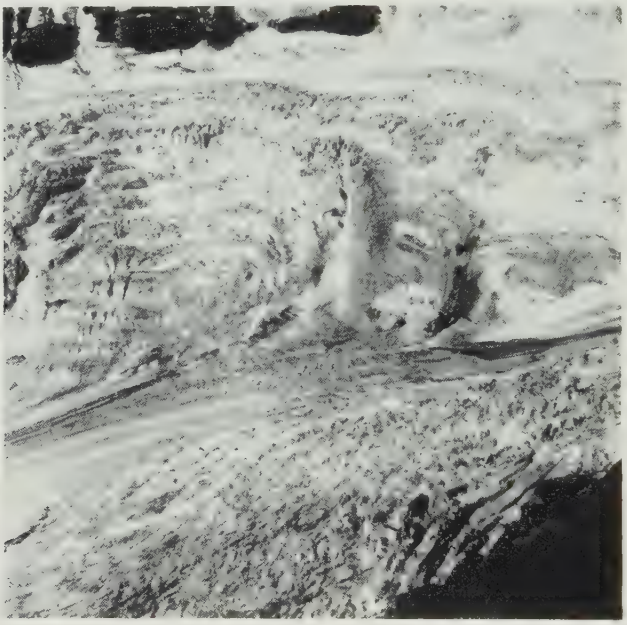


Abb. 5. Die Gletscherbrüche oberhalb Profil 10 (Abb. 2) vom Mittleren Burgstall gesehen. In der Mulde zwischen den Brüchen (Bildmitte) entspringt die Firnnaht.

bleibt die Frage nach ihrer Entstehung offen. Daß sie in der wohlgeordneten Verteilung, die sie bereits in Profil 10 zeigt, die Gletscherbrüche (Abb. 5) passiert, ist kaum anzunehmen. Man kann vermuten, daß sie während oder kurz nach Passieren der Brüche entsteht. Besonders bemerkenswert erscheinen hierbei die steilen Einfallswinkel in Profil 10.

[1] Unter dem Moränenschutt des rechten Zungenteils zeigt der Gletscher noch mindestens einen weiteren FB-Bogen, welcher zu dem südlich des Kleinen Burgstall zufließenden Glocknerkarkees bzw. Teufelskampkees gehört. Außerdem erkennt man in den Profilen 9, 8 und 7 an den in Abb. 2 durch → bezeichneten Stellen ein Rückdrehen der Streichrichtung der FB, das erst in Profil 6 ganz verschwunden ist und den Eindruck eines schwachen, dem großen überlagerten FB-Bogens erweckt.

Die Ursache der „Schichtung" des Zungeneises ist schon Gegenstand zahlreicher Untersuchungen und Diskussionen gewesen, die zum Teil infolge der unklaren Begriffsbestimmungen wenig greifbare Ergebnisse geliefert haben. Einen ausführlichen Überblick hierzu gibt Dobrowolski [2]. Schon S. Finsterwalder gab in seiner klassischen Arbeit über den Vernagtferner [3] eine Erklärung für die „Aufrichtung der Schichtflächen" im Zungengebiet und in neuerer Zeit ist es Vareschi gelungen, auf pollenanalytischem Wege die Existenz von Jahresschichten in der Aletschzunge nachzuweisen. Die Ogiven (im Sinne Vareschis) sind auf der Pasterze nicht sehr ausgeprägt. Sie zeigen — wie die FB — einen doppelten Bogen, doch war es uns nicht möglich, festzustellen, ob sie der FB parallel verlaufen oder nicht.

Die von Finsterwalder gegebene Erklärung der Aufrichtung ursprünglich oberflächenparalleler Schichten könnte zwar Fallwinkel, wie sie die FB in den untersten Profilen besitzt, erklären. Doch erscheint es unmöglich, eine nahezu lotrechte Aufstellung, wie sie in den Profilen 10 und 9 beobachtet wird, mit dem von Finsterwalder beschriebenen Mechanismus plausibel zu machen.

Abb. 5 zeigt den obersten Teil der Pasterzenzunge mit der Mulde, in welcher die Firnnaht beginnt. Von drei Seiten fließt das Eis unter Bildung mächtiger Gletscherbrüche zusammen. In der oberen Bildhälfte, links, erkennt man Andeutungen der für manche Gletscherbrüche charakteristischen Stufenbildung. Bei der geringen Dicke, die der Gletscher im Gebiet des Bruches besitzt, läßt sich daraus ersehen, daß das Zerbrechen des Eises in Schollen und Blöcke nicht nur auf die obersten Schichten beschränkt sein kann und eine Erhaltung der Firnschichtung in einer derart ungeordneten Bewegung erscheint daher äußerst unwahrscheinlich. Knapp unterhalb der Brüche ist die FB besonders ausgeprägt und wir können viel eher vermuten, daß sie ihre Entstehung den Spannungs- und Bewegungsverhältnissen während bzw. kurz nach Passage der Gletscherbrüche verdankt.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden in Zusammenarbeit mit W. Schwarzacher, Belfast, durchgeführt. Über weitere Ergebnisse wird an anderer Stelle berichtet werden.

Besonderen Dank schulden wir Herrn Dr. med. H. G. Schwarzacher, dessen unermüdliche Hilfe uns die Durchführung der Feldarbeiten ermöglichte. Weiters danken wir dem *Sonnblickverein* für finanzielle Unterstützung sowie Herrn Prof. Dr. W. Schwarzacher und der *Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik* in Wien für die gewährte Hilfe. Der *Akademischen Sektion des Österr. Alpenvereins* danken wir für ihr Entgegenkommen bei unserer Unterbringung auf der Hofmannshütte. Die *Großglockner-Hochalpenstraße A. G.* enthob uns in dankenswerter Weise bei unseren zahlreichen Fahrten von der Entrichtung der Straßenmaut.

Literatur.

1. Bader, H.: Introduction to Ice Petrofabrics. Journ. Geol., **59**, 6 (1951).
2. Dobrowolski, A. B.: Glaciers, Structure and Movement Theories, aus „Historia Naturalna Lodu", Warschau 1947.

3. Finsterwalder, S.: Der Vernagtferner. Wiss. Ergh. d. Z. d. Deutsch. u. Österr. AV., **1**, 1 (1897).
4. Finsterwalder, S. und A. Blümcke: Die Gletscherbewegung mit Berücksichtigung ihres senkrechten Anteils. Z. f. Gletscherk., **1**, 4 (1906).
5. Glacier Bands, Conference on Terminology. Journ. Glaciol., **2**, 229 (1953).
6. Nye, J. F.: The Flow of Glaciers and Ice-sheets as a Problem in Plasticity. Proc. Roy. Soc. A, **207**, 554 (1951).
7. Paschinger, V.: Pasterzenstudien. Carinthia II, XI. Sonderheft, 1948.
8. Sander, B.: Glazialgeologie und Gefügekunde. Z. f. Gletscherk., **22** (1935).
9. Seligman, G. und F. M. Perutz: A crystallographic investigation of glacier structure and the mechanism of glacier flow. Proc. Roy. Soc. A, **172**, 950 (1939).
10. Schwarzacher, W. und N. Untersteiner: Zum Problem der Bänderung des Gletschereises. Sitzber. Österr. Akad. Wiss., IIa, **162**, 111 (1953).
11. Vareschi, V.: Die pollenanalytische Untersuchung der Gletscherbewegung. Veröff. Geobot. Inst. Rübel, Zürich, **19** (1942).

551.244 (7)

(California Institute of Technology, Seismological Laboratory, Pasadena.)

Postglacial Uplift in the Great Lakes Region.[1]

By

B. Gutenberg.

With 2 Figures.

Summary. New data concerning the uplift in northern North America and in Fennoscandia are combined with earlier findings. The main quantities involved in the hypothesis of postglacial uplift are of the same order of magnitude for Fennoscandia and for the Great Lakes-Hudson Bay regions. Whereas the hypothesis of postglacial uplift is readily accepted for Fennoscandia, it has been rejected in several publications for the present uplift in North America, partly as a consequence of misinterpretation of data. Actually, it offers the best explanation by far for the uplift in both areas.

Zusammenfassung. Neue Ergebnisse über die Geländehebung im nördlichen Nordamerika und in Fennoskandien werden zusammen mit früheren Ergebnissen diskutiert. Die weitaus beste Erklärung bietet die Hypothese, daß die Hebung in beiden Gebieten durch Fließbewegungen in der Erdkruste verursacht wird mit der Tendenz, das isostatische Gleichgewicht wiederherzustellen, das durch das Abschmelzen der während der Eiszeit angehäuften Eismassen gestört worden war. Die wesentlichen für diese Hypothese in Frage kommenden Größen sind in beiden Gebieten von der gleichen Größenordnung. Trotzdem wird diese Hypothese in mehreren Veröffentlichungen für die gegenwärtige Landhebung in Nordamerika abgelehnt, während sie für die Hebung in Fennoskandien mit ganz wenigen Ausnahmen angenommen wird, wofür Gründe diskutiert werden.

Résumé. L'auteur discute les anciens et les nouveaux résultats des recherches concernant les mouvements ascendants du sol dans le nord de l'Amérique septentrionale et en Fennoscandie. La meilleure explication en est fournie par l'hypothèse que ces phénomènes sont provoqués par des courants à l'intérieur de l'écorce terrestre tendant à rétablir l'équilibre isostatique, qui avait été rompu par la fonte des glaces diluviales. Les éléments entrant en ligne de compte sont du même ordre de grandeur pour les deux régions. Malgré cela, la même hypothèse, généralement admise en ce qui concerne la

[1] California Institute of Technology, Division of the Geological Sciences, Contribution No. 650.

Fennoscandie, est rejetée, dans plusieurs publications, pour l'Amérique du Nord, en partie à la suite de l'interprétation erronée de certaines données.

It is generally agreed that the earth's crust in Fennoscandia, as well as in northern America, is rising with centers respectively in the northern Baltic and in the region of the southern Hudson Bay. Only

Table I. *Relative changes in lake level in the Great Lakes.* Five-year averages of differences in mm. a: Duluth-Port Arthur; b: Duluth-Marquette; c: Duluth-Michipicoten Harbour; d: Marquette-Port Arthur; e: Milwaukee-Mackinaw City; f: Milwaukee-Harbor Beach; g: Harbor Beach-Collingwood; h: Cleveland-Port Colborne; i: Cleveland-Buffalo; k: Toronto-Oswego; l: Toronto-Kingston. For locations, see Fig. 1.

Lake	Superior				Michigan-Huron			Erie		Ontario	
Year	a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l
1865/69								— 70		— 168	
1870/74								— 46		— 128	
1875/79						— 58		— 46		— 122	
1880/84						— 70		— 18		— 128	
1885/89						— 67		— 40		— 104	
1890/94		— 79				— 21		— 24	— 70	— 140	
1895/99		— 70				— 40		— 15	— 52	— 122	
1900/04		— 64			— 64	— 37		— 15	— 49	— 101	— 5
1905/09		— 43			— 49	— 31	— 3	— 3	— 52	— 67	— 2
1910/14		— 49			— 48	— 34	0	0	— 27	?	?
1915/19	— 95	— 43		— 52	— 24	— 15	— 6	+ 46	— 24	— 43	— 1
1920/24	— 73	— 31	— 88	— 43	— 21	— 3	0	+ 46	— 15	— 27	+
1925/29	— 49	— 30	— 70	18	— 15	— 6	+ 6	+ 21	— 21	— 30	—
1930/34	— 37	— 18	— 61	— 18	— 12	— 6	+ 15	+ 12	— 18	— 12	+ 2
1935/39	— 24	— 9	— 40	— 15	+ 12	0	+ 34	+ 24	— 9	+ 3	+ 4
1940/44	— 12	— 15	— 18	+ 3	+ 33	+ 21	+ 43	+ 30	— 3	— 3	+ 4
1945/49	+ 9	— 3	+ 6	+ 12	+ 37	+ 21	+ 49	+ 30	0	0	+ 4
1950/52	+ 24[1]	+ 6[1]	+ 34[1]	+ 24	+ 37	+ 18	+ 61	+ 31	+ 6	?	+ 4

[1] Averages 1950/51.

few scientists have expressed doubt that in Fennoscandia this is mainly the result of the tendency of the earth's crust to reduce the mass deficit existing there. Originally it had been built up by the removal of the ice load which had depressed the area during the Ice Age, and has been decreasing only gradually since. On the other hand, in the discussion of the similar uplift in the Great Lakes region of North America the belief has been expressed repeatedly that this hypothesis may explain the considerable uplift in the Hudson Bay area during the period following the Ice Age, but that at present there is no noticeable uplift there, whereas the present uplift in the Great Lakes region is no longer the result of processes connected with the removal of the ice. A definite answer to

these questions is essential since the study of postglacial uplift furnishes the best data by far for the determination of the time of relaxation in viscous processes in the earth's crust. For this reason, the problem of the postglacial uplift in both areas is rediscussed here with inclusion of the most recent data available. The author is indebted to the United States Lake Survey, Detroit (Mr. W. T. Lailey), to the Canadian Hydrographic Service, Ottawa, Canada (Mr. F. C. G. Smith), and to the Dominion Observatory, Ottawa, Canada (Dr. J. Hodgson) for tabulated data and other valuable information which made it possible to extend from about 1940 to 1951 or 1952 the data published previously for the uplift in North America [*1*], and to the Norges Geografiske Oppmaling, Geodetiske Avdeling, Oslo (Dr. H. S. Jelstrup), for yearly mean sea level data at Oslo, Stavanger, Bergen and Narvik.

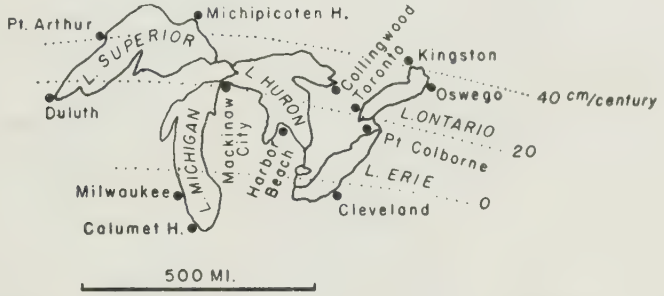


Fig. 1. Present rate of uplift in the Great Lakes region in cm per century based on Gutenberg [*1*] and recent data, especially Table I.

In the Great Lakes region, the relative change in elevation between lake gauge stations is derived from differences in the yearly mean water surface elevations given for individual stations to the nearest 0.01 feet (3.05 mm) above mean sea level in terms of the U. S. Lake Survey levels, 1903 adjustment. Table I contains selected differences of 5-year averages converted to mm. From these differences, average relative changes in cm per century have been calculated and indicated along lines connecting pairs of stations on a map (see e. g. Gutenberg [*2*], p. 458). There is little difficulty in drawing lines of equal relative uplift on such a map, and there is only minor disagreement among the various authors about the resulting tilt in the Great Lakes area, which is at the southern edge of the region with uplift. The maps of Gutenberg [*1*] and Moore [*3*] indicate respectively the following average tilting, upward in northeasterly directions, in cm per 100 km distance per century (Fig. 1):

Lake:	Superior	Michigan-Huron	Erie	Ontario
Gutenberg	9	6	5	7
Moore	9	7	6	10

In North America as well as in Fennoscandia the calculated change in sea level proceeds somewhat irregularly with time.

This is partly a consequence of meteorological effects (e. g. yearly differences in prevailing winds, precipitation, density of the water, partly a result of the fact that the material is not homogenous. The subcrustal flow which at depth (order of magnitude 100 km ?) gradually replaces the mass of the ice molten at the surface after the Ice Age slows down or even stops occasionally in one area or another as a result of blocking, and then again accelerates.

The main difficulty in determining the uplift in the Great Lakes region is in finding the present "hinge line" (line of no change in elevation). All observations of changes mentioned thus far are relative to those at a given point which itself undergoes an unknown uplift. MOORE [*3*] has tried to use geodetic measurements to connect the elevation changes in the Great Lakes area with those at the Atlantic coast, but LILLY [*4*, p. 64] points out that "in general the displacement indicated by level lines is less than the allowable error of the instrumental work". GUTENBERG tried to interpolate the lines of equal uplift between the lakes and the Atlantic coast where tide gauge stations permit the determination of approximate absolute rates of uplift. The greatest differences between the lines indicating a given uplift in the map of MOORE and that of GUTENBERG are in the region of Lake Superior. This is crossed by MOORE's zero line, whereas GUTENBERG's zero line is here about 400 km farther south and crosses Lake Michigan. A part of the difference results from the fact that GUTENBERG in his research has considered an eustatic rise of ocean level by 10 cm per century whereas MOORE argues that "if one admits a changing in sea level there is no means of determining whether the movement is uplift or subsidence". Since the eustatic uplift found by GUTENBERG has been confirmed in about the same amount by others [*16*, *17*, *18*, *18a*, *b*], there seems to be no reason to disregard it.

Table II. *Data for postglacial uplift. Most figures give the order of magnitude only.*

	Fennoscandia	North America
Maximum ice thickness	$2^1/_2 \pm$ km	$2^1/_2 \pm$ km
Radius of glaciated area	500 $\pm$ km	$\geqslant$ 1000 km
Time since ice disappeared	9000 $\pm$ years	10000 $\pm$? years
Total uplift in center	520 m	500 $\pm$ m ?
Uplift since ice disappeared ...	250 m	
Remaining uplift	200 m	
Present uplift in center	1.1 m/century	$\geqslant$ 1 m/century
Gravity anomalies in center area	— 40 mgal [*20*]	— ? [*14*]
Selected literature with references:		
a) for present uplift	[*1*], [*5*], [*6*], [*7*], [*8*], [*9*]	[*1*], [*3*], [*4*]
b) for uplift in geological past	[*10*], [*11*], [*12*], [*13*], [*14*]	[*11*], [*14*], [*15*], [*16*]

Its consideration would shift the zero line of MOORE by about 100 km southward which does not exceed the effect of other errors in drawing the zero line. However, contrasting with MOORE's statement [*3*, p. 699] that GUTENBERG's conclusions "were affected by the inclusion of the record of the Calumet Harbor gage, which has since proved erroneous", no difference results from this source. MOORE, apparently, has overlooked

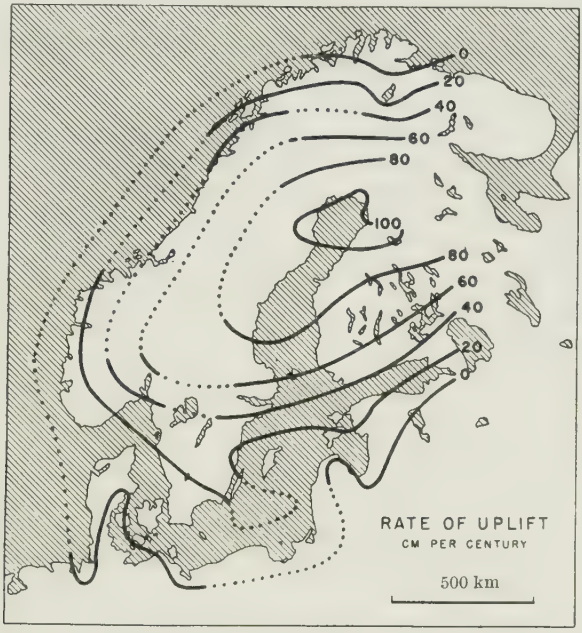


Fig. 2. Present rate of uplift in Fennoscandia in cm per century based on GUTENBERG [*1*], SIREN [*9*] and recent data for sea level at tide gauge stations in Norway.

that GUTENBERG [*1*, p. 741] was aware of this fact and has discussed it seven years before it was pointed out by MOORE.

The relatively minor discrepancies between the findings of the various authors do not obliterate the fact that the Great Lakes region is tilting, that the "hinge line" is somewhere across the Great Lakes and that the uplift increases northeastward towards Hudson Bay. The details and the absolute values of the uplift are less reliable than those for Fennoscandia (Fig. 2), but Table II shows that the dimensions of the process are of the same order of magnitude in the two regions. Theoretically, in an extended area the uplift to restore equilibrium after the melting of an ice sheet of the thickness H should be about 0.37 H. At any given time the gravity anomaly should be of the order of 0.1 d milligal where d is the remaining uplift in m [*20*].

It is not quite clear why there is so much more objection to the hypothesis that the present uplift in North America is still a consequence

of the removal of the ice, than there is in connection with the same hypothesis applied to the uplift in Fennoscandia. One reason seems to be that observations in North America have been misinterpreted much more frequently than those in Fennoscandia, where, in addition, many more observations are available and – contrasting with the situtation in North America – most of the area involved is covered by at least a few points with observations. In addition, incorrect or insufficiently supported statements of many years ago continue to be quoted as facts in the literature. A characteristic instance concerns a statement in connection with a bay near Churchill, Manitoba, at the western part of the Hudson Bay. This statement has been repeated in the literature as crucial evidence against contemporary uplift in the Hudson Bay area, for example, in a mild form, by JEFFREYS [*21*]: "An awkward circumstance given by W. A. JOHNSTON (1939) is that carvings made from 1741 to 1753 near the north of Hudson Bay, well inside where the ice-sheet was, show no definite sign of a rise. If there is any, it was less than 0.4 feet between 1893 and 1934, and certainly less than 5 feet in 200 years". These carvings have been discovered by TYRELL [*22*] in 1893 and have been re-investigated by JOHNSTON [*23*] in 1934. They are on a bluff bordering a bay which was used by ships, especially during the winter. One carving is dated "May 27, 1753", in the others only the year is marked. In May, 1893, TYRELL found that during the winter the ice in this bay had piled up to about $15^1/_2$ feet above sea level and that the carvings were about 7 feet above the ice surface. "As the ice does not break up in Churchill Harbor, on an average, until the 19th of June, the two names first mentioned were doubtless cut while the ice was in the cove" [*22*, p. 204].

The accuracy of TYRELL's and JOHNSTON's conclusions depends on the accuracy with which the level can be determined of the arm of the person or persons who did the carving. The resulting answer is afflicted with several sources of error. First, it is not "doubtless" that the person was standing on $15^1/_2$ feet of ice. Contrasting with TYRELL's statement that the ice "breaks up" about the 19th of June, the "dates on which the ice went out of Churchill Harbour" during the past 25 years varied, according to the "Annual Report of National Harbours Board, 1952, pp. 34–35" (kindly reported by Mr. F. C. G. SMITH) between May 27 (1937) and June 21 (1934 and 1945) with a median of June 11. Consequently, even if it is assumed that the ice was still in its place on May 27, 1753, there is the question if it still had its "usual" maximum height of $15^1/_2$ feet in the bay. The yearly variation of this figure is unknown. On the other hand, the carvings were $22^1/_2$ feet above sea level in 1893, according to TYRELL, and 23 feet above sea level in 1934, according to JOHNSTON. The carving may have been done between 5 and 6 feet above the surface of the ice; this would give an increase in height above sea level of roughly 2 feet between 1753 and 1934. Considering the probable eustatic increase in sea level of about 10 cm per century [*1*], which is smaller than the probable errors involved in the method used, the rate of uplift of the land would have been roughly

$^1/_2$ meter per century. A greater uplift would result if the ice no longer had the maximum height on May 27, 1753, just before breaking, or if on May 27, 1753, the boat was floating (which seems, however, to be improbable) and the carving was done from the ship. In favor of a greater uplift (supposing no shifting of sand, etc.) would be the fact that, according to TYRELL, the entrance of the bay had a maximum water depth of 4 feet in 1893, whereas the ships which used the bay in 1741 to 1753 drew 6 to 9 feet. For a discussion of other observations, see [*1*, pp. 748–750] and [*24*]. The final conclusion is that the data reported by TYRELL, JOHNSTON and others indicate a moderate uplift, as it is to be expected at a point rather far from the probable center of former glaciation, but that the possible errors in determining the rate of uplift from these data are too large for the finding of a reliable numerical value.

Table III. *Monthly averages of sea level at Churchill, Hudson Bay, Manitoba in 0.01 ft. above a point 8.62 ft. above the Canadian Hydrographic Survey Datum.*

Year	July	August	September	Average 3 months
1929		— 1	+ 11	(+ 5)
1930	+ 2	+ 5	+ 31	+ 13
1931	+ 40	+ 13	+ 42	+ 32
1932		+ 32	+ 30	(+ 31)
1933	— 10	+ 6	+ 23	+ 6
1934	— 7	+ 26	— 18	0
1935	— 25	— 29	— 2	— 19
1936	— 40	— 26	+ 4	— 21
1937	— 33	— 47	— 31	— 37
1938	— 60	— 46	— 33	— 46
1939	— 43	— 56	— 32	— 44
1940	— 49	— 59	— 38	— 49
1941	— 49	— 50	— 44	— 48
1942	— 21	— 59	— 24	— 35
1943	— 28	— 19	— 15	— 21
1944	— 36	— 20	— 53	— 36
1945	— 37	— 18	— 15	— 23
1946	— 60	— 63	— 31	— 51
1947	— 60	— 54	— 12	— 42
1948	— 113	— 76	— 66	— 85
1949	— 46	— 59	+ 4	— 34
1950	— 55	— 36	— 33	— 41
1951	— 48	— 64	— 8	— 40

Since 1928 a tide gauge has been operated at Churchill by the Canadian Hydrographic Survey. Unfortunately, meteorological conditions, effects of a river (according to JOHNSTON) and of the ice which is accumulating during the winter have relatively great effects on the recorded sea level. Consequently, a relatively long series of observations is needed to get reliable results concerning secular changes in sea level. The present

author agrees with Johnston that it is preferable to use for these calculations tide gauge averages for the summer months only, after the ice has gone out of the harbor. In addition, the changes produced by meteorological effects are relatively small during summer. Table III contains averages for July, August and September taken from calculations by the Canadian Hydrographic Survey. The last column gives the yearly averages for these three months. A least square solution based on these summer averages on the assumption of a linear change with time indicates an average uplift of the land at the rate of 1.05 ± 0.18 meters per century. Even for the summer months, the changes from year to year are rather irregular but this is true for all observations of changes in sea level (see, e. g., Table I) including those in Fennoscandia (e. g. [*1*], Fig. 2, p. 734). The data do not confirm the statement made by Moore without figures or other explanation [*3*, p. 705] that at Churchill "the records of the tide gage, when proper interpreted, show zero movement". Six year averages of the last column in Table III give the following sea level at Churchill relative to the assumed zero point (including standard errors):

1928/33	1934/39	1940/45	1946/51
$+ 5 \pm 4$	$- 8 \pm 5$	$- 11 \pm 4$	$- 15 \pm 6$ cm

Soon after the hypothesis of postglacial uplift had been proposed, it was pointed out that the rock surface in the presently glaciated areas should be depressed by the ice load if the hypothesis is correct. It was one of the main questions which Alfred Wegener had hoped to answer on his Greenland expeditions, whether or not seismic measurements on the ice there would show a depression of the rock surface in the interior under the ice sheet. The measurements [*25*] actually indicated a saucer-like form of the rock surface, but its actual depth in the central part of Greenland was generally considered to be not well established. However, seismic soundings of the French expedition, Missions Paul-Emile Victor [*26*], along a profile from the west coast beyond the center of Greenland, no longer leave any reasonable doubt that the rock surface in Central Greenland is depressed approximately to sea level. This result supports the hypothesis of postglacial uplift.

Conclusion.

The uplift in northern North America and that in Fennoscandia show the same properties. The hypothesis that the uplift in both areas (and similarly the uplift in other areas of extensive former glaciation) is due to the mass deficit remaining from the melting of the ice and to a tendency to restore the equilibrium by subcrustal flow with a time of relaxation of the order of 8000 years is considered to furnish an excellent explanation for the observed uplift. No major observations are known to disagree with this conclusion.

References.

1. Gutenberg, B.: Changes in sea level, postglacial uplift, and mobility of the earth's interior. Geol. Soc. Amer. Bull. **52**, 721—772 (1941).

2. Gutenberg, B.: Tilting due to glacial melting. Jour. Geol. **41**, 449—467 (1933).
3. Moore, S.: Crustal movement in the Great Lakes area. Geol. Soc. Amer. Bull. **59**, 697—710 (1948).
4. Lilly, J. E.: Crustal tilting in the Great Lakes area. Bull. geodes. 1953, No. 27, 61—74.
5. Witting, R.: Le soulèvement récent de la Fennoscandie. Geograf. Annaler 458—487 (1922).
6. Niskanen, E.: On the upheaval of land in Fennoscandia. Isostat. Inst. Publ. no. 6. Helsinki 1939.
7. Model, F.: Gegenwärtige Küstenhebung im Ostseeraum. Mitt. Geogr. Ges. Hamburg **49**, 64—115 (1950).
8. Renquist, H.: Endogenic phenomena, in Suomi, a general handbook of the geography of Finland. 1952, 36—48.
9. Siren, A.: On computing the land uplift from the lake water level records in Finland. Fennia **73**, No. 5, 182 (1951).
10. Daly, R.: The Changing World of the Ice Age. Yale Univ. Press 271 (1934).
11. Nansen, F.: The earth's crust, its surface forms, and isostatic adjustment, Norske Videnskaps-Acad. Avhandl., Oslo, Kl. I, No. 12 (1928).
12. Sauramo, M.: The mode of the land upheaval in Fennoscandia during Late-Quaternary time. C. R. Soc. Géol. de Finlande, No. 13 (1939).
13. Penck, A.: Glaziale Krustenbewegungen. Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Phys. Math. Kl., 1922.
14. Born, A.: Isostasie und Schweremessung. Berlin 1923, 86—114.
15. Flint, R. F.: Probable Wisconsin substages and Late-Wisconsin events in Northeastern United States and Southeastern Canada. Geol. Soc. Amer. Bull. **64**, 897—920 (1953).
16. Antevs, E.: Late Quaternary upwarpings of northeastern North America. Jour. Geol. **47**, 707—720 (1939).
17. Kuenen, Ph. H.: Marine Geology. New York 1950, 533—534.
18. Thorarinsson, S.: Present glacier shrinkage and eustatic changes of sea level. Geogr. Annaler **22**, 131—159 (1940).
18a. Polli, S.: Misura dei lenti movimenti verticali della superficie terrestre. Ann. Geofis. **5**, 433—439 (1952).
18b. Valentin, H.: Die Küsten der Erde. Petermanns Geogr. Mitt., Ergänzungsheft **246**, 84 (1953).
19. Fairbridge, R. W.: A contemporary eustatic rise in sea-level? Geograph. Jour. **109**, 157 (1947).
20. Heiskanen, W.: Das Problem der Isostasie in „Handbuch der Geophysik". vol. 1, 938—941 (1936).
21. Jeffreys, H.: The Earth, 3rd ed. Cambridge 1952, 327.
22. Tyrell, J. B.: Is the land around the Hudson Bay rising? Amer. Jour. Sci. 4 Ser. **2**, 200—205 (1896).
23. Johnston, W. A.: Recent changes of the land relative to sea level. Amer. Jour. Sci. **237**, 94—98 (1939).
24. Gutenberg, B.: Is the land around Hudson Bay at present rising? Amer. Jour. Sci. **240**, 147—149 (1942).
25. Brockamp, B., E. Sorge, K. Wölcken: Wissenschaftliche Ergebnisse der Deutschen Grönland-Expedition A. Wegener, 1929 und 1930/31. vol. 2 (1933).
26. Joset, A.: Sondages séismiques in „Campagne au Groenland 1950", Exped. Polaires Franc. Paul-Emile Victor, Rapp. Prelim. **15**, 43—56 (1952?).

551.574.1

(Gabinetto di Meteorologia ed Oceanografia dell'Istituto Universitario Navale, Napoli.)

Untersuchungen über die Flüssigkeitskomponente des atmosphärischen Aerosols.

Von

G. Aliverti.

Mit 1 Textabbildung.

Zusammenfassung. Es werden verschiedene Überlegungen angestellt, die für die Bedeutung des Meeres als Quelle von Kondensationskernen des Wasserdampfes sprechen; außerdem wird über die vorläufigen Resultate von Versuchen berichtet, die nach der Methode von Dessens an verschiedenen Orten im Gebirge bis zu fast 3000 m Höhe angestellt wurden. Schließlich wird die Verarbeitung experimenteller, mit dieser Methode erhaltener Resultate diskutiert.

Summary. The author exposes some considerations proving the importance of the sea as a source of condensation nuclei of water vapor and the preliminary results of experiments carried on, by the Dessens method, at different places from the ground till 3000 m over the sea level. Finally the evaluation of experimental results obtained with this method is discussed.

Riassunto. Si espongono alcune considerazioni su fatti che testimoniano sulla importanza del mare come sorgente di nuclei di condensazione del vapor d'acqua, e i risultati preliminari di esperienze eseguite presso il suolo, con il metodo di Dessens, in diversi luoghi fino a circa 3000 m di altezza sul mare. Infine si svolgono considerazioni sulla elaborazione dei risultati che si ottengono con questo metodo e sulle condizioni di esperienza.

Résumé. L'auteur expose des considérations témoignant l'importance de la mer comme source de noyaux de condensation de la vapeur d'eau et discute les résultats préliminaires des expériences exécutées avec la méthode de Dessens en divers endroits depuis le sol jusqu'à une altitude de presque 3000 m au-dessus du niveau de la mer. Enfin l'auteur donne un aperçu sur l'élaboration des résultats obtenus avec cette méthode.

Ein großer Teil der Erneuerung des Aerosols der Atmosphäre[1] ist der Natur selbst zuzuschreiben; natürliche Quellen solcher Verunreinigungen sind die starken Vulkanausbrüche, die Sandstürme der Wüsten, der Rauch brennender Wälder und der Salzstaub und die Meerwassertropfen, die sich an den Küsten und an der Meeresoberfläche bei Sturm und bei starkem Winde, der die Wellenkämme peitscht und Schaumkronen erzeugt, bilden. Diese natürlichen Ursachen wirken seit Jahrmillionen auf der Erdoberfläche, und man weiß z. B. bestimmt, daß die Asche der großen Vulkanausbrüche des Krakatau (1883), die sogar bis in die Stratosphäre hinauf gelangt ist, dort lange Zeit verblieben ist und während drei Jahren besonders intensive und dauerhafte Störungen der Polarisation des Himmelslichtes verursacht hat. Ähnliche Erscheinungen wurden bei anderen Ausbrüchen beobachtet, so bei dem des M. Pelé (1902) und dem des Katmai (1912). Gleichwohl enthält die Landluft, abgesehen von den Auswirkungen der Vulkanausbrüche, nur wenig suspendierte Verunreinigungen und die Luft auf dem Meere eine noch geringere Menge. Im Vergleich zu letzterer ist die Landluft nach Landsberg [*1*] zehnmal weniger rein, die kleiner bewohnter Ortschaften 35mal und die der Großstädte 150mal weniger rein, bei ungünstigen Witterungsverhältnissen sogar bis 4000mal weniger rein als die Meeresluft.

Eine große Menge dieser Verunreinigungen der Luft bewohnter Ortschaften sind fest und Produkte der Industrialisierung und gehören daher zum *künstlichen Aerosol*. Das Klima der Industriestädte erscheint durch die Gegenwart solcher Beimengungen bedeutend verändert; so betrug z. B. die Anzahl der Nebeltage in Prag in einem Jahre der Zeitperiode 1800 bis 1880 nur 82, während sich jetzt diese Zahl fast verdoppelt hat. So scheint es auch bewiesen, daß die großen Industriegebiete mehr Regentage haben als früher, wo dort noch keine Industrie vorhanden war, und daß die Regenfälle in diesen Zonen viel Schaden durch Korrosion anrichten. Schließlich beeinflußt die Staub- und Rauchkappe über der Stadt auch die Einstrahlung der Sonne, indem sie vor allem einen Teil der kurzwelligen Strahlen vernichtet. Andere Einwirkungen außer den schon genannten, die durch künstliches Aerosol hervorgerufen werden, sind bisher noch nicht bekannt; man nimmt im Gegenteil als sicher an, daß es keine klimatischen Veränderungen in großem Maßstabe gibt, die auf menschliche Tätigkeit zurückzuführen wären.

Die beiden Aerosolarten, die *natürliche* und die *künstliche*, sind Gegenstand wichtiger Untersuchungen, die sowohl für die Meteorologie im weitesten Sinn als auch für Hygiene und Gesundheit, vor allem in größeren Ortschaften mit intensiver industrieller Tätigkeit, von großer Bedeutung sind.

In der Meteorologie gewinnt das Aerosol seine Bedeutung durch die Kondensationserscheinungen des Wasserdampfes, und da solche Er-

[1] Man bezeichnet als „atmosphärisches Aerosol" die Gesamtheit der festen, flüssigen und gasförmigen Substanzen, die sich zusätzlich zu den permanenten gasförmigen Bestandteilen in der Luft befinden.

scheinungen auch ohne die moderne Industrie immer existiert haben, ist man vom meteorologischen Standpunkt aus geneigt, vor allem die natürlichen Bestandteile des Aerosols in den Vordergrund zu stellen, und zwar speziell denjenigen Teil, der vom Meere stammt, da die Salzkristalle und die Salzwassertröpfchen wegen ihrer chemisch-physikalischen Eigenschaften besonders geeignet sind, als Kondensationskerne des Wasserdampfes zu wirken.

In neueren Veröffentlichungen [*2*] wird noch eine durch Lettau vorgenommene Abschätzung von 1931 zitiert, nach der die Bedeutung der Meere als Entstehungsquelle von Kondensationskernen gegenüber anderen möglichen Ursachen gleich Null wäre [*2*]. Doch besitzt man neuerdings, abgesehen von den allgemein bekannten, wichtigen Arbeiten von Hilding Köhler, zahlreiche Resultate von Analysen des Chlorionengehalts der Niederschläge der von Taifunen und Tornados heimgesuchten Gegenden, sowie in den von Zyklonen bestrichenen Westwindzonen, und diese Ergebnisse beweisen, daß das Meersalz in großen Mengen vorhanden sein und daß es irgendwie immer in bestimmbarer Menge auch in den Niederschlägen der kontinentalen Gegenden der Westwindregion auftreten kann. Verf. hatte Gelegenheit, Messungen dieser Art an den Niederschlägen eines ganzen Jahres (Oktober 1944 bis Oktober 1945) in Pavia vorzunehmen, und hat dabei festgestellt [*3*], daß dort durchschnittlich 3,17 mg Chlorionen in 1 l Wasser enthalten sind. Dieser Gehalt (Durchschnittswert von 41 Analysen) ist nur um weniges geringer, als er an Orten gefunden wurde, die nicht so weit vom Meere entfernt liegen und weniger durch hohe Gebirgsketten vor westlichen Luftströmungen geschützt sind.

Laboratoriumsversuche [*4, 5*] haben wiederholt gezeigt, daß das Sprudeln der Luft im Meerwasser bedeutende Mengen von Flüssigkeitskernen erzeugt, deren Dimensionen der Größenordnung 10^{-6} bis 10^{-5} cm angehören, somit Größen, die ganz leicht in die Höhe gelangen, wenn sie von aufsteigenden Strömungen mitgerissen werden.

Eine kürzlich erschienene Arbeit von Lauscher [*6*] über die Verteilung der Windgeschwindigkeit an der Erdoberfläche besagt, daß der Mittelwert der Geschwindigkeit des Windes am Boden für die ganze Erde 5,85 m/sec beträgt. Die Zonen größter Windstärke von mehr als 10 m/sec sind folgende: a) die Westwindzone der südlichen Hemisphäre, b) im Winter ein Teil des nördlichen Atlantiks, des nördlichen Pazifiks und des Eismeeres im Norden von Europa, c) im Sommer ein Teil des Indischen Ozeans. Die Zonen mit der geringsten Windstärke von weniger als 2 m/sec liegen im Winter im sibirischen Hochdruckzentrum, im nordwestlichen Kanada und während des ganzen Jahres im Kalmengürtel, jedoch ausschließlich auf dem Festland besonders in Brasilien und im Kongogebiet.

Außerdem glaubt Munk [*7*], der die kritische Geschwindigkeit des Windes am Zustandekommen einiger Erscheinungen an der Grenze zwischen Luft und Meer studierte und sich dabei auf das Instabilitätskriterium von Kelvin und Helmholtz stützte, daß die kritische Wind-

geschwindigkeit für die Instabilität der Wellen und daher für die Schaumbildung zirka 6,5 m/sec beträgt. Dieser vom Mittelwert des Windes nach Lauscher gar nicht weit entfernte Wert führt zusammen mit den Angaben Lauschers über die Verteilung der maximalen und der minimalen Windgeschwindigkeiten zu der Annahme, daß an der Meeresoberfläche die für die Wellenbrechung nötigen Bedingungen ziemlich häufig sind, so daß das Meer als Entstehungsquelle von Kondensationskernen betrachtet werden muß.

Anderseits führen die mit dem Aitkenschen Kernzähler angestellten Zählungen zu höheren Kerngehalten in der Luft über dem Festlande als auf dem Meere. Es ist richtig, daß bei diesem Instrument auch die Ionen als Kerne fungieren, wenn nicht das bei der Messung benutzte Expansionsverhältnis klein genug ist, und daß sich die Untersucher nicht immer die Mühe gegeben haben, anzugeben, in welchem Verhältnis sie gearbeitet haben. Verf. hatte Gelegenheit festzustellen [*8*], daß ein von G. Schultze (Potsdam) im Jahre 1933 gebauter Kernzähler das Expansionsverhältnis 1,37 statt des Aitkenschen von 1,20 anwandte. Mit Verhältnissen von mehr als 1,25 erreicht man nun derartige Übersättigungen, daß auch die Ionen als Kerne wirken, so daß sich die von mehreren Verfassern mit verschiedenen Apparaten erzielten Resultate oft nicht miteinander vergleichen lassen; und je nach den Temperaturbedingungen sind auch die Ergebnisse eines einzigen Apparates untereinander nicht zu vergleichen. Es steht jedoch fest, daß auf dem Weltmeer viel weniger Kerne als auf dem Festlande vorhanden sind, da der etwaige den Ionen zuzuschreibende Anteil auf dem Ozean sich wenig von dem auf dem Festlande unterscheidet. Ferner ist kürzlich von Junge [*15*] hervorgehoben worden, daß bei Bestimmung des Natrium- und Magnesiumgehalts der Niederschläge das Verhältnis dieser beiden Größen in unregelmäßiger Weise variieren kann.

Die hier angeführten sowie zahlreiche andere Tatsachen werfen ein recht interessantes Problem auf, dessen Lösung für einen Fortschritt der Meteorologie nötig ist. Um zu einer Klärung der verschiedenen Kondensationsprobleme zu gelangen, haben einige Meteorologen neuerdings auch das Elektronenmikroskop zu Hilfe genommen, so z. B. Facy in Frankreich [*9*], Hosler [*10*] in Amerika, Kuroiwa [*11*] und andere in Japan sowie Junge und seine Mitarbeiter [*16*] in Deutschland. Die Schlußfolgerungen von Facy und die von Kuroiwa stehen im Gegensatz zueinander. So schließt Facy, daß die Bestandteile des Seesalzes den größten Anteil an Kondensationskernen bilden, während Kuroiwa findet, daß die hygroskopischen Kerne die Minderheit darstellen. Doch beruhen die Untersuchungen des letzteren nur auf einer kleinen Anzahl (32) von Kernen und so können schon deshalb seine Resultate nicht die für eine so wichtige Behauptung gewünschte Allgemeingültigkeit haben. Kuroiwa nimmt an, daß an Stelle ganz kleiner hygroskopischer Partikelchen nichthygroskopische Teilchen als Kerne wirken. Auf diesen Gesichtspunkt werde ich später zurückkommen, nachdem ich über meine eigenen Versuche berichtet habe.

Die von Dessens [*12*] vor einigen Jahren vorgeschlagene Methode zum Studium des atmosphärischen Aerosols, die einen mit feinsten Spinnenfäden bespannten Rahmen verwendet, ist besonders geeignet zur Erforschung des spezifischen Anteils des Aerosols, der sich in der flüssigen Phase in der Atmosphäre befindet. Dieser Rahmen wird eine gewisse Zeit lang dem Winde ausgesetzt, während welcher die Fäden alle auftreffenden Kerne auffangen. Bei Windstille oder wenig bewegter Luft setzt man den Rahmen durch einen kleinen Grammophonmotor in Bewegung, wie dies von Dessens beschrieben worden ist; wenn man den Rahmen nur einfach dem Winde aussetzt, mißt man dessen Geschwindigkeit mit einem Anemometer.

Im vorigen Jahre habe auch ich diese Methode an verschiedenen Orten angewandt: in Neapel (hier bei verschiedenen Witterungsverhältnissen), in Piano di Sorrento, auf dem Faito (950 m ü. M.), in Pavia, auf dem Col d'Olen (2900 m ü. M.), und möchte im nachfolgenden über die vorläufigen Resultate berichten.

Bei Herstellung des Netzes habe ich die von Dessens angegebenen Kriterien befolgt, aber um das Netz auch bei ziemlich starkem Winde haltbar zu machen, Spinnenfäden von verschiedener Stärke benutzt und sie manchmal auch durch dünne Nylonfäden verstärkt, die allerdings gröber waren als die Spinnenfäden.

Nach Aufsammlung der Kerne legt man das Netz auf den Mikroskoptisch und macht Mikroaufnahmen von seinen verschiedenen Teilen. Eine weitere Vergrößerung der Mikroaufnahmen erhält man mit einem gewöhnlichen Vergrößerungsapparat, und diese Vergrößerung gestattet, die Größe der an den Fäden haftenden Flüssigkeitskerne zu messen, diese zu zählen und endlich deren Anzahl auf den Kubikzentimeter Luft für jede einzelne Größe zu berechnen.

Die Einstellung der Tröpfchen ist eine delikate und oftmals mühsame Operation. Da künstliches Licht stört, indem es das Netz erwärmt oder Konvektionsströmungen auslöst, ist es günstiger, bei Tageslicht zu beobachten. Nach Wahl der zu photographierenden Stelle und nach sorgfältiger Einstellung macht man die Aufnahme am besten mit Mikro-Lumière-Platten; doch erfordert die Aufnahme bei der benötigten starken Vergrößerung und bei Tageslicht einige Minuten, und dabei kann es leicht vorkommen, daß ein Faden des Netzes infolge Erschütterung durch den Straßenverkehr in Schwingung gerät; diese Schwierigkeit umgeht man am besten durch Blitzlichtbeleuchtung mit einem „Blaupunkt"-Apparat, der sehr gleichmäßig arbeitet.

Da die Abmessungen der Kerne je nach der Feuchtigkeit schwanken, muß man die beim Sammeln derselben herrschende Feuchtigkeit notieren und die Mikroaufnahme bei gleicher Feuchtigkeit machen. Diese Bedingung ist sehr schwer zu erfüllen, denn es ist klar, daß sich ein kleiner Raum mit vorbestimmter Feuchtigkeit schwer verwirklichen läßt, wenn man ihn nicht etwa hermetisch abschließen kann. Dessens hat empfohlen, den Feuchtigkeitsunterschieden beim Sammeln und bei der Photographie durch Benützung der empirischen Wachstumskurve für den Tropfenradius

einer Kochsalzlösung als Funktion der relativen Feuchtigkeit Rechnung zu tragen. Doch würde dies die Kenntnis der Konzentration der jeden einzelnen Tropfen bildenden Lösung voraussetzen, und diese ist nicht bekannt. Tatsächlich habe ich von einem lange Zeit von mir aufbewahrten Netz Aufnahmen unter verschiedenen Feuchtigkeitsbedingungen gemacht und dabei festgestellt, daß das Verhältnis der im Laufe der Zeit gefundenen Tropfendurchmesser nicht für alle Tropfen gleich ist. Dieses Resultat war vorauszusehen; denn, wenn die Kerne von Seewassertröpfchen herrühren, stehen sie bei ihrem Übergang in die Atmosphäre wegen der Größenunterschiede unter verschiedener Dampfspannung und nehmen daher Dampf auf oder geben ihn an die Umgebung ab; dadurch erhält man nach einiger Zeit aus derselben Meerespartie stammende Tropfen mit verschiedener Salzkonzentration und von verschiedener Größe. Die Wachstumskurven solcher Tropfen ändern sich mit Änderung der ursprünglichen Dimensionen, wie ich schon früher gezeigt habe [*13*].

Auf Grund dieser Feststellungen habe ich die Aufnahmen unter Feuchtigkeitsbedingungen gemacht, die gleich oder nur wenig verschieden von denen beim Sammeln der Kerne waren. Ein Unterschied von 5 oder 10 Einheiten der relativen Feuchtigkeit führt bei mittleren Feuchtigkeitswerten nicht zu merkbaren Änderungen des Kerndurchmessers; bei hoher Feuchtigkeit wird es dagegen schwieriger, da in der Nähe der Sättigung kleine Änderungen der Feuchtigkeit große Änderungen des Radius verursachen. Als Beispiel dafür gebe ich die Resultate der mikrophotographischen Ausmessung eines Teils des Netzes bei zwei verschiedenen Feuchtigkeitsbedingungen wieder. In Tabelle 1 ist die Anzahl der Tröpfchen angegeben, wobei sich die obere Zeile auf 50% und die untere auf 83% Feuchtigkeit bezieht.

Tabelle 1.

Feuchtigkeit während d. Aufnahme	Anzahl der Tropfen mit Durchmesser							Gesamtzahl der Tropfen
	$< 0{,}25\,\mu$	0,25 bis 0,50 μ	0,50 bis 0,75 μ	0,75 bis 1,00 μ	1,00 bis 1,25 μ	1,25 bis 1,75 μ	1,75 bis 2,25 μ	
50%	103	116	90	15	3	9	3	339
83%	9	58	153	75	16	23	1	335

Für eine gewisse Anzahl von Tropfen habe ich dann das Verhältnis $\varrho = \frac{r(h_2)}{r(h_1)}$ der Tropfendimensionen bei den beiden Feuchtigkeiten ($h_1 = 50\%$, $h_2 = 83\%$) berechnet und gefunden, daß diese Verhältniswerte meist zwischen 1 und 2 liegen, aber auch bis 3 erreichen können. In bezug auf diese Zahlen, die eine Gruppenbildung erkennen lassen, ist zu berücksichtigen, daß ihre Genauigkeit nicht groß ist, da zuweilen der Umriß des Tropfens nicht sehr deutlich ist und daher die Durchmesser nur mit einer Genauigkeit von 10 bis 15% gemessen werden können.

Auf jeden Fall ist die Streuung der Verhältniswerte sicher größer als die durch Meßfehler verursachte.

Aus den Resultaten der Tabelle 1 ergibt sich, daß es sehr günstig wäre, die Netzphotographien an demselben Standort vorzunehmen, wo das Einsammeln der Kerne erfolgt ist, und zwar sogleich, damit keine Änderung der Feuchtigkeitsverhältnisse eintritt.

Eine sofortige mikroskopische Beobachtung der gesammelten Kerne ist übrigens deswegen von Interesse, weil man, abgesehen von den festen

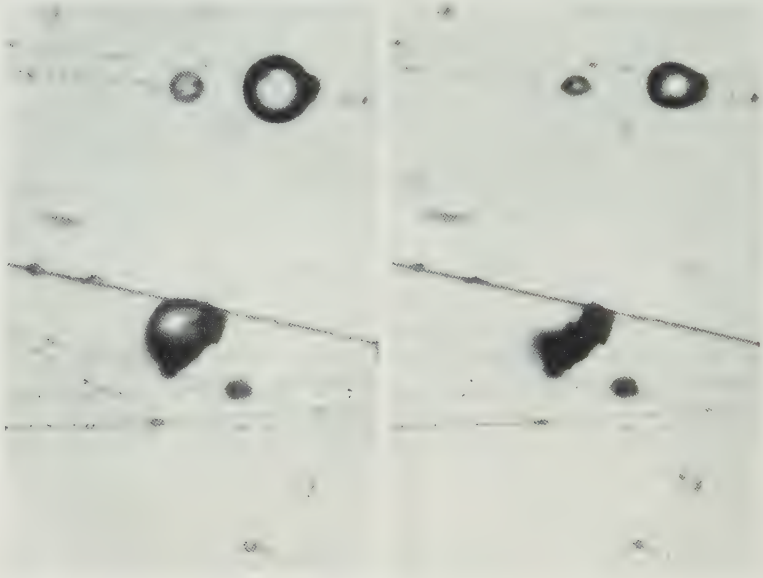


Abb. 1.

Teilchen, die an den Tröpfchen haften, im Grunde genommen zwei Arten von Tröpfchen findet. Bei beständigem schönem Wetter erhält man gewöhnlich Tröpfchen von ziemlich gleichmäßiger Größe, während bei regnerischem oder unbeständigem Wetter größere Schwankungen der Dimensionen und speziell große Tropfen auftreten.

Im allgemeinen genügt ein Durchfluß der Luft durch das Netz von 8 km Windweg, um eine genügende Kerndichte auf den Fäden zu ergeben. Bei allen untersuchten Luftproben habe ich stets eine ziemliche Anzahl von Flüssigkeitskernen gefunden, doch sind in der Stadtluft (Neapel und Pavia) die Tröpfchen häufig schmutzig und mit festen Verunreinigungen bedeckt; gelegentlich sieht man sogar große undurchsichtige Partikel von unregelmäßigen Formen, die sich als von festen Teilchen behaftete Tropfen darstellen. Beim Anhauchen nimmt der von Verunreinigungen bedeckte Tropfen tatsächlich an Größe beträchtlich zu, so daß man

manchmal die Beimengungen, die zum Teil an der Oberfläche des Tropfens haften, in ihrer Beschaffenheit besser erkennen kann. Abb. 1 stellt ein solches photographisch aufgenommenes Agglomerat dar, in Abb. 1*a* bei 65% Feuchtigkeit, in Abb. 1*b* nach Anhauchen. Daß die Tropfen die Eigenschaft besitzen, feste Teilchen aufzunehmen, war deutlich zu sehen, als ich einmal in Neapel eine Kernsammlung auf der Terrasse des Instituts zu Ende geführt hatte und eine plötzliche Änderung des Windes den Rauch eines abfahrenden Dampfers auf die Terrasse trug. Auf dem Netz, das ich gleich mikroskopisch untersuchte, konnte man sehen, wie sich sämtliche Flüssigkeitskerne mit Rauchteilchen beladen hatten, so daß mehr Tropfen mit anhaftendem Rauch als nur Rauchteilchen allein vorhanden waren. Man erhält den Eindruck, daß am Netze vor allem die reinen Tröpfchen und die Agglomerate von Tröpfchen mit festen Teilchen aufgefangen werden; die wirklich trockenen festen Partikel scheinen in geringer Menge erfaßt zu werden.

Bei den in Neapel vorgenommenen Kernzählungen konnte ich manchmal auf dem Netz schöne Salzkristalle mit ganz ebenen Flächen oder auch Kristalle sehen, die offenbar mit einer dichten sirupartigen Flüssigkeit überzogen waren. Ich habe auch wiederholt festgestellt, daß sehr kleine Tröpfchen in der Nähe viel größerer Tropfen lange unverändert bleiben können, was sich durch Unterschiede der Salzkonzentration erklärt.

Aus den bisher beobachteten Kernzahlen lassen sich die in Tabelle 2 angegebenen Werte ableiten; dabei bezieht sich die oberste Zeile auf einen Regentag, alle übrigen auf Schönwettertage.

Tabelle 2. *Zahl der Flüssigkeitskerne pro cm³ Luft.*

Ort	Tropfendurchmesser						Gesamtzahl der Tropfen pro cm³ Luft
	$<0{,}25\,\mu$	0,25 bis 0,50 μ	0,50 bis 0,75 μ	0,75 bis 1,00 μ	1,00 bis 1,25 μ	1,25 bis 1,75 μ	
Neapel (25 m ü. M.)	206	75	48	12,5	2,9	2,3	347
Neapel (id.)	61	59	30	12,8	2,1	2,7	168
Piano di Sorento (80 m) .	98	40	23	10	2	1	174
Faito (950 m ü. M.)	82	61	25	25	2	1	196
Faito (id.)	112	48	31	8,8	3,3	—	203
Pavia (70 m ü. M.).....	50	33	22	6	1,4	1,1	113
Col d'Olen (2900 m ü. M.)	36	21	22	6	1,6	1,1	88
Col d'Olen (id.)	49	14	15	9	2,2	1,8	91

Aus Tabelle 2 geht hervor, daß auch weit entfernt vom Meere und in beträchtlicher Höhe, wie in Pavia und auf dem Col d'Olen, eine große Anzahl von Flüssigkeitskernen pro cm³ Luft vorkommen. In allen Lagen herrschen, wie schon von Dessens betont, die Kerne von weniger als $0{,}25\,\mu$ Durchmesser vor. Tropfen von mehr als $1{,}75\,\mu$ sind in Tabelle 2 nicht berücksichtigt, da nicht alle Netze solche aufweisen; doch kann

es vorkommen, daß man Tropfen auffängt, die einen Durchmesser von 15 bis 20 μ erreichen.

Ein wichtiges und allgemeingültiges Ergebnis besteht in der Tatsache, daß stets nach dem Auffangen großer Tropfen Niederschläge stattfanden, so daß es scheint, als ob die Gegenwart großer Tropfen ein Anzeichen von nahe bevorstehendem Regen sei. Man ist dabei versucht anzunehmen, das Spektrum der Dimensionen der Flüssigkeitskerne sei ein Charakteristikum der Wettersituation, da bei beständigem schönem Wetter ohne Turbulenz die Dimensionen am gleichmäßigsten sind, während sie bei veränderlichem Wetter mit Turbulenz größere Unterschiede zeigen. Etwas Ähnliches scheint in den Wolken vorzuliegen. Weickmann und aufm Kampe [*14*] haben kürzlich Meßresultate an Tropfen von verschiedenen Wolkenformen veröffentlicht und haben dabei gefunden, daß z. B. im Cumulus humilis die Größen ziemlich gleichmäßig sind (3 bis 33 μ Radius), während man beim Cumulus congestus und besonders beim Cumulonimbus ganz verschiedene Größen und neben großen auch sehr kleine Tröpfchen (von 3 bis 4 μ Radius bis zu über 100 μ) antrifft.

Was die Anhäufungen von Flüssigkeitskernen und anderen Verunreinigungen betrifft, so kann ihr häufiges Auftreten in der Stadtluft gewisse Resultate erklären, wie die schon zitierte Feststellung von Kuroiwa bei Kernuntersuchungen mit dem Elektronenmikroskop [*11*]; es wäre denkbar, daß das Agglomerat bei den Manipulationen im Elektronenmikroskop in seine verschiedenen Bestandteile zerfällt, wodurch Partikel als Kondensationskerne erscheinen, die es in Wirklichkeit nicht sind; denn die Gegenwart fester Partikel auf dem Objektträger des Elektronenmikroskops genügt nicht zur Bezeichnung als Kondensationskerne (vgl. auch Facy [*9*]).

Im Hinblick auf die Methode von Dessens ist zum Schlusse zu betonen, daß zur Gewinnung zuverlässiger Resultate die Experimente mit aller Sorgfalt und unter Berücksichtigung der erforderlichen Beobachtungsbedingungen durchgeführt werden müssen. Doch lohnt die Methode die aufzuwendende Mühe dank dem Vorteil, das sie die direkte Beobachtung einzelner Kerne gestattet, ohne sie in ihren grundsätzlichen Eigenschaften zu beeinflussen.

Literatur.

1. Landsberg, H.: Climatology and its part in Pollution. Meteorological Monographs No. 4 (1951).
2. Junge, Chr.: Nuclei of atmospheric Condensation. Compendium of Meteorology, Boston 1951, p. 187.
3. Aliverti, G.: La salinità delle precipitazioni a Pavia nel periodo ott. 1944—ott. 1945. La Roc. Scientifica, Roma 1946.
4. Aliverti, G. e G. Lovera: I fenomeni meteorologici sull'oceano e il campo elettrico terrestre. Atti R. Accad. Sc. Torino **74** (1939).
5. Chapman, S.: Interpretation of Carrier Mobility Spectra of Liquids Electrified by Bubbling and Spraying. Phys. Rev. **54**, 520, 528 (1938).
6. Lauscher, F.: Über die Verteilung der Windgeschwindigkeit auf der Erde. Arch. Met. Geoph. Biokl. Serie B, **2**, 427 (1951).

7. Munk, W. H.: A critical wind speed for air-sea boundary processes. J. marine Research **6**, 203 (1947).
8. Aliverti, G.: Kondensationskerne und kleine Ionen in der Luft von Col d'Olen (2900 m ü. M.). Gerl. Beitr. Geoph. **57**, 239 (1941).
9. Facy, L.: Éclatement des lames minces et noyaux de condensation. J. Sc. de la Météorol. **3**, 86 (1951). Nature et structure des noyaux de condensation. J. Sc. de la Météorol. **4**, 68 (1952).
10. Hosler, C. L.: Preliminary investigation of condensation nuclei under the electron microscope. Trans. Amer. Geophys. Union **31**, 707 (1950).
11. Kuroiwa, D.: Electron-microscope study of fog nuclei. J. Meteorol. **8**, 157 (1951).
12. Dessens, H.: Les noyaux de condensation de l'atmosphère. La Météorol. 1947, p. 321. Un compteur de particules atmosphériques. Ibid. p. 328.
13. Aliverti, G.: La condensazione del vapor d'acqua nell'atmosfera. La Ric. Scientifica, dic. 1941.
14. Weickmann, H. K. and H. J. aufm Kampe: Physical properties of cumulus clouds. J. Meteorol. **10**, 204 (1953).
15. Junge, Chr.: Die Rolle der Aerosole und der gasförmigen Beimengungen der Luft im Spurenstoffhaushalt der Troposphäre. Tellus **5**, 1 (1953).
16. Jacobi, W., Chr. Junge und W. Lippert: Reihenuntersuchungen des natürlichen Aerosols mittels Elektronenmikroskops. Arch. Met. Geoph. Biokl. Ser. A **5**, 166 (1952).

551.594.13 : 551.574.1 : 551.588.7

(Fordham University, Department of Physics, New York.)

On the Electrical Conductivity and the Nucleus Content of Air Inside Buildings.

By

V. F. Hess.

Abstract. Comments are presented on a paper of G. F. SCHILLING and J. CARSON on the continuous recording of the conductivity of air in closed rooms by means of the vibrating reed electrometer and a Brown recorder. Similar observations have been made in 1953 by the author at Mt. St. Vincent near New York. The sudden increases (up to four times the normal value) of the conductivity were also noticed, occasionally, and it is shown that they cannot be explained by assuming a sudden appearance of nuclei; this would have to be of the order of 700000 nuclei per cm^3 which is about 10 times the number observed in cities. It is believed that malfunctioning of the vibrating reed electrometer is the reason for these "spikes" in the record.

Zusammenfassung. Die kontinuierliche Registrierung der elektrischen Leitfähigkeit der Luft mittels des „Vibrating Reed"-Elektrometers durch G. F. SCHILLING und J. CARSON zeigte gelegentlich plötzliches Anwachsen der Leitfähigkeit auf das Vierfache des normalen Wertes, was von den Verfassern als das Eindringen sehr hoher Zahlen von schweren Ionen (geladenen Kondensationskernen) interpretiert wurde. Verfasser hat in Mt. St. Vincent (in der Umgebung von New York) im Sommer 1953 ähnliche plötzliche Schwankungen registriert, wobei ein Registrierapparat derselben Type verwendet wurde. Verfasser zeigt, daß man das plötzliche Eindringen kernreicher Luft mit Kernzahlen bis zu 700000 per cm^3 annehmen müßte, um das Anwachsen der Leitfähigkeit auf das Vierfache des normalen Wertes zu erklären. Da diese Zahlen ungefähr zehnmal größer sind, als man gewöhnlich in Stadtluft beobachtet, muß vermutet werden, daß das „Vibrating Reed"-Elektrometer selbst gelegentlich schlecht funktioniert und daß daher solche Werte nicht berücksichtigt werden sollten.

Résumé. Les enregistrements continus en chambre close de la conductibilité électrique de l'air au moyen de l'électromètre « vibrating reed » effectués par G. F. SCHILLING et J. CARSON montrent que celle-ci augmente parfois jusqu'au quadruple de la valeur normale. Ce phénomène fut expliqué

par les auteurs comme résultant de l'apparition soudaine d'un très grand nombre de gros ions (noyaux de condensation chargés). Pendant l'été de 1953, à Mt. St. Vincent (dans les environs de New York), l'auteur a enregistré avec un électromètre du même type des variations soudaines semblables. Pour expliquer l'augmentation de la conductibilité jusqu'au quadruple de la valeur normale, il faudrait admettre l'irruption de masses d'air contenant jusqu'à 700000 noyaux par cm^3. Vu que ce nombre est à peu près dix fois plus grand que celui que l'on observe généralement dans l'atmosphère d'une ville, on est obligé de supposer que parfois l'électromètre «vibrating reed» lui-même fonctionne mal et que de telles valeurs ne devraient pas être retenues.

Gerhard F. Schilling and Joan Carson [*1*] have published in this review a paper "On the Electrical Conductivity of Air Inside Buildings", where they make e. g. the following statements:

Parallel registrations of the polar conductivity were performed with two Gerdien tubes connected to vibrating reed electrometers and Brown recorders, in a windowless laboratory on the top floor (ventilated through an air conditioner) and on the flat roof directly above the laboratory. The laboratory was provided with a ventilating system feeding outside air from distant roof intakes through oil-impregnated wire-mesh filters into the room.

The results are quite puzzling: the fluctuations of conductivity in both locations occurred in general simultaneously, although the inside room was "disturbed by several people smoking cigarets". Furthermore, sudden fluctuations ("spikes") of the conductivity records (sudden deflections up to 4 times the average value of current) occurred in both locations, but were not simultaneous and, in general, much more pronounced in the laboratory room. These "spikes" were ascribed to sudden arrival of larger quantities of large ions which, no doubt, are plentiful when the air contains some tobacco smoke. (It is to be assumed that meanwhile new experiments have been performed under conditions which exclude the presence of tobacco smoke or even the presence of people in the room.)

I have made observations of a similar kind previously with Aitken nucleus counters [*2*] in Innsbruck, Austria. It was found that the sudden diminution of the nucleus content at the onset of the local "Foehn" wind (Chinook) is noticed in dwellings with double windows (closed) within ten minutes. The number of nuclei (for instance 10–15000 per cm^3) falls to 2–3000 within minutes and the low count after arrival of the Foehn wind is noticed almost simultaneously on a balcony and inside the closed room of the same building. Since the nuclei are partly large ions of either sign it will also affect the conductivity. The rapid transmission of such a disturbance through closed storm windows is somewhat mysterious and seems to support the idea that humans even indoors may be affected by changes in conductivity of air. There is also a close parallelism between the dust content and nucleus content outdoors and indoors in their diurnal variations (see [*2*] Table 13).

It seems to me that a continuation of Schilling's and Carson's work would be desirable; the conductivity of a hermetically sealed closed room (ventilating system shut off) should be compared with the conductivity on the roof for a prolonged period of time. About the cause of the "spikes" I disagree with Schilling's and Carson's conclusions. It seems hardly possible to imagine that such vast amounts of large ions could invade the conductivity meter outdoors.

We made last year a study of the conductivity (Mt. St. Vincent College on the Hudson, 15 miles from the city) also with a vibrating reed electrometer and an Esterline-Angus recorder. Margaret Kennedy who was operating this apparatus found similar "spikes" only very occasionally in foul weather. I have a suspicion that these spikes are only indications for malfunctioning of the vibrating reed electrometers. They may also be caused by induction effects of local large space charges (perhaps from residue of smoke from chimneys, or during periods of heavy snow or rain.) I do *not* believe that they represent fast fluctuations of the conductivity itself. Screening the electrode from the possible influence of fluctuations of the field or from space charges would minimize or possibly eliminate the appearance of these apparent sudden changes ("spikes").

With regard to the absolute values of conductivity (roof and laboratory) I would expect a somewhat larger value indoors, on account of the ionization by gamma rays from the walls of the room and of the smaller number of nuclei indoors, as was actually observed by Schilling and Carson.

From the graph given in Schilling's and Carson's paper it seems that the average conductivity observed on the roof of the laboratory in West Los Angeles was 4×10^{-15} ohm^{-1} meter^{-1} which corresponds to $0.36 \times \times 10^{-4}$ sec^{-1} (Electrostatic Units). The "spikes" of the conductivity curve outdoors were up to 4 times the average conductivity value, indoors even greater. If we assume that these spikes (about $4 \times 0.36 \times 10^{-4}$) are produced by large ions only and if we take reasonable values for the number (200) of small ions (mobility 1.5 cm/sec: volt/cm) and for the mobility of the large ions (0.003 cm/sec: volt/cm) we would get for the numbers of large ions (N) the equation $1.44 \times 10^{-4} = 4.8 \times 10^{-10}\,[200 \times 450 + 0.9\,N]$ which gives $N_{\pm} = 230000$ large ions of either sign per cm^3. This would correspond to roughly 700000 nuclei per cm^3, a very excessive value. Therefore I think it is very unlikely that the "spikes" indicate real sudden changes of the conductivity of such magnitude. Dr. R. E. Holzer remarks in a letter to me: "I do not believe that the spikes on the record represent a corresponding change in conductivity and I doubt if Schilling does". He furthermore writes, "One reason I believe Schilling's opinion is similar to yours and mine is that in analyzing all conductivity records containing spikes, we both (Holzer and Schilling) have consistently ignored the spikes in taking the mean value of the conductivity".

When "spikes" occur, the continuous recording of atmospheric electric elements — like the conductivity — with the vibrating reed electrometer and Brown or Esterline Angus recorder is practically useless. I still have

a suspicion that malfunctioning of the now so-much-praised "vibrating reed electrometer" may occur more often than we generally would like to believe, and that the "spikes" may not always be due to extraneous causes.

References.

1. Schilling, G. F. and J. Carson: On the electrical conductivity of air inside buildings. Arch. Met. Geoph. Biokl. Ser. B, **5**, 52 (1953).
2. Giner, Romed und V. F. Hess: Studie über die Verteilung der Aerosole in der Luft von Innsbruck und Umgebung. Gerl. Beitr. Geophys. **50**, 22 (1937).

551.594.11

(Meteorologisches Observatorium Aachen des Deutschen Wetterdienstes, früher Luftelektrische Forschungsstelle Buchau a. F.)

Ergebnisse der luftelektrischen Arbeiten in Buchau a. F. Studien über das atmosphärische Potentialgefälle. VII.

Von

H. Israël.

Mit 6 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Aus $1^1/_2$jährigen Registrierungen des luftelektrischen Potentialgefälles und des Vertikalstromes wird ein Überblick über das Verhalten und den Verlauf dieser Elemente sowie der aus ihnen berechneten Leitfähigkeit an einer großstadtfernen Landstation der Hochebene von Südwürttemberg abgeleitet. Die Messungen wurden mit der in Buchau entwickelten Registrierapparatur zur gleichzeitigen Aufzeichnung von Potentialgefälle und Vertikalstrom an zwei Stellen des Dorfes Kappel ausgeführt, von denen die eine am N-Rand, die andere am SW-Rand des Dorfes lag. Die mittleren Tagesgänge der zwei Elemente und der daraus abgeleiteten Leitfähigkeit sind in den Wintermonaten charakterisiert durch geringe Leitfähigkeitsvariation und demgemäß fast parallelen Verlauf von Potentialgefälle und Vertikalstrom. Zum Sommer hin tritt, besonders bei Beschränkung auf „ungestörte Tagesreihen", mit größer werdender Schwankungsamplitude der Leitfähigkeit in zunehmendem Maße antiparalleles Verhalten von Potentialgefälle und Strom in den Vordergrund. Unterschiede in den Ergebnissen der beiden Stationen sind zum Teil durch die örtlichen Verhältnisse, zum Teil durch die bei den beiden Elementen verschiedenartige Auswahl bedingt. An der Station „Forsthaus Kappel" wird durch Vergleich der Tagesgänge mit den für den gleichen Ort vor einigen Jahren aus Registrierungen mit dem Benndorf-Quadrantelektrometer abgeleiteten Gängen der Anschluß beider Meßmethoden aneinander hergestellt.

Summary. For $1^1/_2$ years the electric potential gradient and the air-earth current have been recorded at two places at the village of Buchau-Kappel on the tableland of southern Württemberg (Germany), far from cities. This was done by means of an apparatus developed in Buchau. One of these places was situated at the northern end, the other one at the southwest end of the village. In the following a summary is given of the behavior and the diurnal and annual variation of these two elements of

atmospheric electricity. Furthermore the conductivity has been calculated from the two other elements.

In the winter months the mean daily variation of the three elements is characterized by a small variation of conductivity and accordingly by an almost parallel course of potential gradient and air-earth current. During the summer months when the variations of conductivity are increasing, an antiparallel behavior of potential gradient and air-earth current prevails, especially if only undisturbed diurnal curves are taken into consideration. Differences of the results at the two stations are caused partly by local conditions, partly by a heterogeneous selection of the material.

For one of these recording places a comparison of the daily variations according to the new records show a fairly good agreement with earlier records by a Benndorf electrometer.

Résumé. Des enregistrements simultanés du gradient de potentiel atmosphérique et du courant vertical ont été faits pendant un an et demi dans une station de campagne éloignée de la ville, sur le plateau du Wurtemberg méridional. Les mesures furent faites au moyen de l'appareillage, développé à Buchau, en deux endroits du village de Kappel, l'un au Nord et l'autre au Sud-Ouest de la localité. Les marches diurnes moyennes des deux éléments, ainsi que de la conductibilité qu'on en peut déduire, sont caractérisées en hiver par la faible variation de conductibilité et par conséquent par le parallélisme des courbes du gradient et du courant vertical. Vers l'été, et surtout en se limitant aux séries non perturbées, la variation de la conductibilité augmente d'amplitude et les courbes du gradient de potentiel et du courant vertical tendent à varier en sens contraire. Des divergences entre les deux stations sont dues en partie aux conditions locales et en partie au choix différent parmi les deux éléments. A la station «Forsthaus Kappel», une comparaison des variations diurnes des mesures en question et de celles effectuées précédemment au même endroit par des enregistrements avec l'électromètre Benndorf permet d'harmoniser les deux méthodes de mesure.

I. Einleitung.

Mit der Verlegung der früheren luftelektrischen Forschungsstelle in Buchau a. F. nach Aachen, wo sie als Meteorologisches Observatorium Aachen des Deutschen Wetterdienstes weitergeführt wird, sind die luftelektrischen Arbeiten in Buchau-Kappel (Südwürttemberg) beendet. Da die Buchauer Station in ihrer stadtfernen Lage für das luftelektrische Arbeiten besonders günstig gelegen war, mögen die dort gesammelten Erfahrungen abschließend etwas eingehender dargestellt werden. In der vorliegenden ersten Veröffentlichung darüber sollen zunächst die mittleren luftelektrischen Verhältnisse und ihre jährlichen und täglichen Variationen behandelt werden. Zu diesem Zweck wurde ein etwa $1^1/_2$jähriger Zeitraum der vorhandenen Registrierungen der üblichen statistischen Bearbeitung unterzogen; eine Bearbeitung des vorhandenen Gesamtmaterials war mangels geeigneter Hilfskräfte bisher nicht möglich.

II. Lage des Meßortes.

In einer früheren Arbeit über die Ergebnisse einjähriger Registrierungen des luftelektrischen Potentialgefälles mittels Benndorf-Elektrometers [*1*]

ist die Stationslage der damaligen Meßstelle in Buchau a. F. „Forsthaus Kappel" näher beschrieben. Im November 1950 mußte diese Meßstelle aus äußeren Gründen in die Allmannsweilerstraße verlegt werden, wo sie bis zu ihrer Verlagerung nach Aachen im September 1953 verblieb.

Abb. 1 gibt eine Lageskizze der beiden Meßstellen und zeigt ihre besonders günstige Lage am Westrand des etwa 3000 Einwohner zählenden

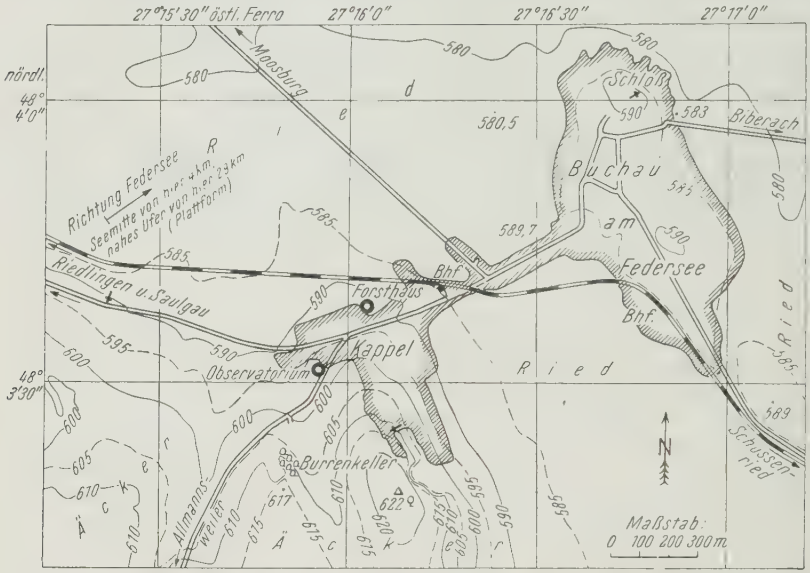


Abb. 1. Lage der beiden luftelektrischen Meßstellen „Forsthaus Kappel" und „Allmannsweilerstraße" in Buchau a. F.

Doppelortes Buchau-Kappel. Die Störungsfreiheit der Station „Forsthaus-Kappel" wurde schon l. c. [*1*] erwähnt. Auch die neue Station „Allmannsweilerstraße" erwies sich als ähnlich günstig. Gewisse Störungen brachte hier lediglich bei ungünstiger Windrichtung der durch Autos auf der hart an der Meßstelle vorbeiführenden Straße aufgewirbelte Staub mit sich. Abgesehen davon war die Station bei den überwiegenden West- bzw. Südwestwinden praktisch störungsfrei.

III. Geräte und Geräteaufstellung.

1. Als Registriergerät diente seit 1949 die von H.-W. Kasemir [*2*] in Buchau entwickelte Apparatur zur gleichzeitigen Aufzeichnung des luftelektrischen Potentialgefälles und des Vertikalstromes. Das Meßprinzip ist dabei folgendes: Zur Potentialgefällemessung wird ein radioaktiver Kollektor durch einen Hochohmwiderstand mit Erde verbunden. Durch die an einem Teilstück dieses Widerstandes abgegriffene

Spannung wird eine Elektrometerröhre gesteuert. Der Hochohmwiderstand ist, um den Kollektor so wenig wie möglich zu belasten, so bemessen, daß er etwa 100mal größer ist als der Übergangswiderstand des Kollektors. Zur Vertikalstrommessung wird ein entsprechendes Auffangsystem, das den Ladungszufluß durch Vertikalstrom aufnimmt (horizontal oder vertikal montiertes Drahtnetz) hochohmig geerdet und die an den Enden des Hochohmwiderstandes auftretende Spannung zum Steuern der Röhre benutzt. In beiden Fällen wird der Anodenstrom der Elektrometerröhre mittels registrierenden Mikroamperemeters (Sechsfarben-Schlagbügelschreibers) aufgezeichnet.

Dieses zuerst 1950 beschriebene Gerät [2] erfuhr während der Erprobungsjahre in Buchau mancherlei Verbesserungen, über die H.-W. Kasemir demnächst im einzelnen berichten wird. Hier sei nur auf eine gegenüber der erwähnten Veröffentlichung sehr wesentliche Abänderung der Freiluftisolatoren hingewiesen, da diese der Anlage wetterfeste Betriebssicherheit verliehen hat; in Abb. 2 ist die neue Spezialkonstruktion im Schnitt dargestellt. Dieser Isolator hat nach den bisherigen Erfahrungen allen Anforderungen auf Höchstisolation auch unter schwierigsten Wetterbedingungen genügt.

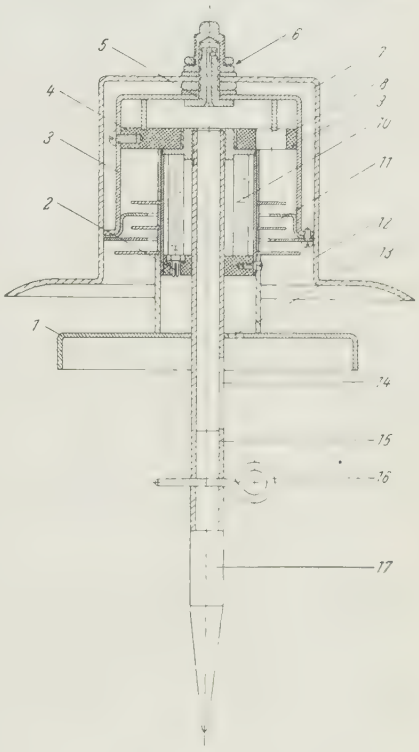


Abb. 2. Schnitt durch den Buchauer Außenluftisolator mit elektrischer Beheizung, Maßstab 1:3. Erklärung: *1* Windschutz, *2* Heizleitungs-Anschluß, *3* Inneres Gehäuse, *4* Isolator (wie *9*), *5* Meßkabel-Anschluß, *6* Anschluß des zu isolierenden Teils, *7* Wärmeschutzschicht (Luft), *8* Wärmeausgleichsloch, *9* Isolator (wie *4*), *10* Heizkörper, *11* Diffusionsweg, *12* Äußeres Gehäuse, *13* Durchtritt des Heizkabels, *14* Einlaß des Meßkabels, *15* Trägerrohr, *16* Verdrehungsschutz, *17* Einschlagbolzen.

2. An der ersten Meßstelle („Forsthaus Kappel") war der radioaktive Kollektor in etwa 4 m Höhe über dem Boden an der Nordwand des Gebäudes, zirka $^1/_2$ m von der Hauswand entfernt, angebracht. Das Auffangnetz für den Vertikalstrom (ein Drahtnetz von 7,5 m² Fläche, auf einem Holzrahmen montiert) war in vertikaler Lage an der Westwand des Forsthauses angebracht. An der zweiten Meßstelle („Allmannsweilerstraße") befand sich der radioaktive Kollektor in entsprechender Montage an der Südwand des Gebäudes. Das Netz war in etwa 20 m Entfernung vom Haus in horizontaler Lage in Erdbodenhöhe montiert. Zu diesem Zweck war eine etwa $^1/_2$ m tiefe Grube ausgehoben worden — in

der Fläche etwas größer als das Netz —, in der das Netz auf Isolatoren der dargestellten Art in Bodenhöhe angebracht war. Ausbetonieren der Grube bietet bei dieser Art der Montage des Netzes den Vorteil, daß man die Anlage leichter vor Kriechtieren aller Art schützen kann.

IV. Auswahl und Bearbeitung des Materials.

Zur statistischen Materialbearbeitung wurden, entsprechend dem Vorschlag von H. Israël und G. Lahmeyer [3], lediglich die Zeiten

Tabelle 1. *Monatsmittel der Stundenwerte des luftelektrischen Potentialgefälles in Volt/m. Die Jahreszeitenmittel und das Jahresmittel*

	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
1951												
Juni	143	129	122	136	136	157	193	186	179	164	164	157
Juli	164	148	155	164	157	212	245	222	212	214	188	178
August	127	112	125	129	150	176	225	240	185	182	200	146
September	153	140	118	128	125	163	198	212	195	169	170	168
Oktober	131	129	115	107	129	125	125	161	154	178	167	177
November	118	126	119	120	118	118	127	132	145	152	155	178
Dezember	227	206	198	184	171	187	206	235	284	270	278	266
1952												
Januar	145	156	141	145	134	134	139	144	170	167	168	170
Februar	196	145	134	137	153	162	175	172	181	160	176	180
März	126	131	128	144	136	141	160	165	160	138	137	115
April	97	91	87	84	85	120	144	151	137	111	153	137
Mai	80	93	85	97	121	140	149	142	149	141	136	138
Juni	120	119	114	109	119	136	142	143	133	133	124	121
Winter	171	159	150	147	146	152	161	175	187	191	194	196
Äquinoktien	126	121	116	116	123	138	156	171	161	154	153	152
Sommer	124	122	122	128	141	164	183	184	175	167	162	156
Jahr	139	133	129	130	137	152	168	176	174	170	169	167

mit Niederschlag ausgeschieden. Eine Auswahl und Sonderbearbeitung der sogenannten „*ungestörten Tage*“ wurde nicht mehr vorgenommen. Die Zeiten mit Niederschlag wurden stundenweise (nicht tageweise) ausgeschieden; auf diese Weise wurden auch Teilstücke von Tagesregistrierungen miteinbezogen.

An der ersten Station („Forsthaus Kappel“) traten häufig Isolationsstörungen auf, da damals die Neukonstruktion der Isolatoren noch nicht existierte. Da aus diesem Grunde bei ungünstiger Witterung trotz der laufenden Überwachung gelegentlich Störungen durch mangelnde Isola-

tion vorkamen, sind in der folgenden Bearbeitung für diese Station nur 40 Tagesregisterreihen aus den Monaten April bis August herangezogen, die aus trockenen Schönwetterperioden stammen. Bei diesen sind Störungen durch nachlassende Isolation ausgeschlossen.

In der folgenden Zusammenstellung ist wegen der erwähnten Bedenken gegen die Ergebnissicherheit eines Teiles des Forsthausmaterials das Hauptgewicht auf das Material der Station „Allmannsweilerstraße" und seine Bearbeitung gelegt.

in Buchau a. F. („Allmannsweilerstraße") von Juni 1951 bis Juni 1952 sind leicht geglättet nach dem Schema $\frac{a + 2b + c}{4}$.

12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22	22–23	23–24	Mittel
136	150	150	164	164	178	172	200	164	157	150	143	158
178	195	200	207	207	210	212	183	169	160	174	141	187
172	166	148	137	143	148	149	148	163	136	107	113	157
165	175	169	165	156	148	133	132	134	131	118	133	154
188	196	220	197	192	174	165	156	139	146	144	140	156
173	188	191	184	190	203	208	176	171	167	153	145	156
255	235	234	219	228	253	270	283	282	280	238	240	239
166	167	158	158	178	191	200	208	217	206	182	189	168
177	166	159	184	179	187	186	190	178	169	160	157	170
123	133	128	132	136	151	157	175	161	142	130	122	136
141	151	173	166	164	166	134	108	110	112	106	106	127
132	133	115	118	135	138	135	114	91	101	103	95	119
116	122	121	133	142	149	148	146	150	139	118	112	133
194	189	187	188	196	207	214	214	211	202	189	180	182
155	164	169	166	162	157	149	142	137	134	127	126	144
151	150	150	152	158	163	163	157	148	139	130	125	151
166	167	167	168	172	175	175	170	164	156	147	142	159

V. Ergebnisse — Allmannsweilerstraße.

1. Mittelwerte von Feld, Vertikalstrom und Leitfähigkeit.

In den Tabellen 1 bis 3 sind für den Zeitraum von Juni 1951 bis Juni 1952 die mittleren Ergebnisse der Registrierungen von Potentialgefälle und Vertikalstrom an der Station „Allmannsweilerstraße" sowie die aus den Stundenmitteln von Feld und Strom errechneten Leitfähigkeitswerte zusammengestellt. Die Tabellen enthalten die mittleren monatlichen Stundenwerte, die Jahreszeitenmittel und das Jahresmittel.

Tabelle 2. *Monatsmittel der Stundenwerte des Vertikalstromes in Buchau a. F. der Auffangfläche. Die Jahreszeitenmittel und das Jahres-*

	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
1951												
Juni	128	108	95	108	81	95	128	155	169	155	155	162
Juli	169	155	149	162	149	162	202	196	169	176	169	162
August.....	326	314	309	316	363	318	306	293	276	203	206	182
September .	93	89	84	95	117	122	142	162	152	158	151	145
Oktober ...	87	83	89	97	102	89	68	83	91	113	126	139
November ..	161	157	138	141	146	126	124	121	159	159	161	176
Dezember ..	249	246	250	251	227	216	242	247	239	233	254	245
1952												
Januar.....	143	142	138	140	160	173	183	164	154	161	163	171
Februar....	100	90	100	90	100	90	100	70	80	100	100	90
März	150	150	160	150	160	130	110	130	110	140	170	150
April	110	100	100	100	90	90	120	150	160	140	140	140
Mai.....	100	90	78	68	87	94	124	143	138	124	117	120
Juni.....	109	99	78	68	90	107	118	130	134	133	125	126
Winter	165	159	157	156	156	156	156	155	157	164	168	168
Äquinoktien	109	107	108	111	113	111	115	125	131	138	145	148
Sommer....	164	154	145	146	152	160	172	180	174	162	154	150
Jahr	149	141	138	139	141	143	149	155	156	155	156	155

Die Angaben der Tabelle 1 sind durch Reduktion der Kollektorangaben auf die Ebene gewonnen. Die Vertikalstrommessungen sind nicht reduziert, da das Auffangnetz seiner Montage entsprechend als Teil der Erdoberfläche anzusehen war. Infolge einer gewissen „Abschattung" durch Bäume am benachbarten Straßenrand können zwar die Stromwerte etwas zu klein ausgefallen sein, doch dürfte der Fehler nicht sehr groß sein. Er ist deshalb im Weiteren nicht berücksichtigt.

Das Gesamtmittel des luftelektrischen Potentialgefälles beträgt an der Station Allmannsweilerstraße 159 V/m, das des Vertikalstromes $158 \cdot 10^{-18}$ Amp/cm^2. Die Leitfähigkeit hat im Mittel den Wert $91 \cdot 10^{-6}$ el. stat. Einheiten und dürfte eventuell um den gleichen Prozentualbetrag zu klein sein wie der Vertikalstrom.

2. Tagesgänge.

In den Abb. 3 (*a*—*c*) sind für die drei Elemente Potentialgefälle, Vertikalstrom und Leitfähigkeit die mittleren Tagesgänge während der drei Jahreszeiten Winter, Äquinoktialmonate und Sommer zur Darstellung gebracht.

(„Allmannsweilerstraße") von Juni 1951 bis Juni 1952 in 10^{-18} Amp/cm² mittel sind leicht geglättet nach dem Schema $\frac{a+2b+c}{4}$.

12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22	22–23	23–24	
149	155	155	162	149	142	155	196	189	155	122	108	140
169	176	182	182	189	189	196	229	250	243	216	189	185
176	186	167	176	173	193	234	276	371	379	349	355	268
142	149	155	157	151	158	139	136	135	125	118	106	133
160	175	179	160	149	131	117	137	130	136	125	112	120
180	193	174	164	180	179	194	206	195	183	170	160	165
236	239	257	246	249	246	246	265	267	274	260	253	247
172	185	190	199	196	195	205	214	194	184	162	170	174
70	80	80	100	100	100	120	130	130	130	130	120	100
160	160	160	170	180	190	180	190	200	180	160	140	158
140	150	150	160	140	140	120	130	120	120	90	90	125
118	130	134	132	126	133	129	112	116	104	98	82	112
117	108	116	130	142	149	154	173	163	144	139	122	123
168	172	176	178	180	183	192	199	197	190	182	174	171
151	157	160	160	157	151	145	145	145	137	124	114	134
148	150	152	155	157	163	176	196	210	203	186	173	166
156	159	162	163	164	165	171	181	186	179	167	158	158

Der Verlauf der Kurven zeigt eine vom Winter zum Sommer abnehmende Tendenz zum Gleichlauf von Potentialgefälle und Vertikalstrom. Die Leitfähigkeit zeigt im Winter und in den Äquinoktien einen wenig typischen Verlauf und nimmt erst zum Sommer hin ihren bekannten Tagesgang mit hohen Nacht- und geringen Tagwerten an. Aber auch im Sommer ist ihr Verhalten im Tagesrhythmus nicht so ausgeprägt, wie man es von anderen Materialien und Stationen kennt.

Diese Ergebnisse sind überraschend; denn sie besagen offenbar, daß die bekannten Gesetzmäßigkeiten im Verhalten der luftelektrischen Elemente, wie man sie aus den Ergebnissen zahlreicher Festlandstationen kennt, an einem in Großstadtferne gelegenen Meßort nicht — wie man erwarten sollte — klarer hervortreten, sondern eher verschwommener werden. Man sieht sich vor die Wahl gestellt, diesen Befund entweder als Ausnahme, mit anderen Worten als lokales Charakteristikum von Buchau-Kappel, anzusprechen oder ihn als charakteristisch für die großstadtferne Lage zu nehmen und nach einer Deutung zu suchen.

Tabelle 3. *Monatsmittel der Stundenwerte der Leitfähigkeit der Luft in Buchau Einheiten, berechnet nach den in Tabelle 1 und 2 zusammengestellten Registrier-*

nach dem

	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11	11—12
1951												
Juni	81	76	70	72	54	54	60	75	85	85	85	93
Juli	93	95	96	99	95	68	82	80	72	74	81	82
August	232	252	222	220	218	162	123	110	134	100	93	84
September	55	57	64	67	78	67	64	68	73	84	79	77
Oktober	60	58	69	82	71	64	49	47	55	57	68	71
November	123	112	104	106	112	96	88	83	99	94	93	89
Dezember	99	107	114	123	120	104	106	95	76	78	82	83
1952												
Januar	89	81	88	88	107	116	119	102	82	87	87	91
Februar	46	58	68	59	59	50	52	37	40	56	51	45
März	107	103	113	94	106	83	62	79	62	92	112	117
April	104	102	107	110	99	69	86	92	108	117	85	95
Mai	113	87	83	63	65	60	75	91	83	79	77	78
Juni	82	75	62	57	68	71	75	82	91	90	91	94
Winter	88	90	93	95	96	94	88	81	77	78	78	77
Äquinoktien	82	83	86	88	84	75	68	71	78	84	88	89
Sommer	122	115	108	103	96	87	84	88	90	88	86	87
Jahr	99	98	97	96	92	85	81	81	82	83	84	85

Die erste Möglichkeit ist wenig wahrscheinlich und kann außer acht gelassen werden, wie sich unten bei der Besprechung der Ergebnisse an der Station „Forsthaus Kappel" noch ergeben wird. Für die zweite Möglichkeit kann man auf folgende Weise eine Deutung versuchen:

Wie schon früher [4] ausgeführt, kann man beim 24-Stundenrhythmus der luftelektrischen Elemente zwei Typen unterscheiden:

1. Den „*kontinentalen Typ*", der sich durch eine große Amplitude der Leitfähigkeitsvariation und entsprechende Unterschiede im Verlauf von Potentialgefälle und Vertikalstrom auszeichnet, und

2. den „*ozeanischen Typ*", bei dem die Leitfähigkeit gar nicht oder nur sehr wenig variiert, während Potentialgefälle und Vertikalstrom mehr oder weniger parallel verlaufen.

Je nach Stationslage tritt mehr der eine oder der andere Typ hervor. Innerhalb und in der Nähe von Großstädten wird allgemein der kontinentale Typ gefunden. Sind nun, wie man es in Großstadtferne vermuten darf, die Ursachen für Leitfähigkeitsunterschiede zwischen Tag und

a. F. („Allmannsweilerstraße") von Juni 1951 bis Juni 1952 in 10^{-6} el. stat. ergebnissen. Die Jahreszeitenmittel und das Jahresmittel sind leicht geglättet Schema $\frac{a + 2b + c}{4}$.

12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22	22–23	23–24	Mittel
99	93	93	89	81	71	81	88	103	89	73	68	80
95	81	82	79	82	81	83	112	133	137	111	121	92
90	102	96	116	109	117	142	168	205	252	295	282	164
77	76	83	86	87	96	94	92	90	86	91	72	78
77	80	73	73	70	68	64	79	84	84	57	72	68
94	91	82	80	85	78	84	106	103	99	100	99	96
83	92	99	101	98	88	82	84	85	88	98	95	95
94	100	108	113	98	92	92	93	81	81	80	81	93
35	43	45	49	50	48	58	61	66	69	73	69	54
118	109	113	117	119	114	103	98	112	114	111	103	103
92	92	80	89	79	78	83	111	101	99	79	79	93
80	88	105	101	84	81	86	89	115	93	86	78	85
91	80	87	88	90	90	94	107	98	94	106	98	86
78	81	84	85	82	79	80	84	84	85	87	87	85
90	89	88	90	90	88	89	93	96	94	87	83	86
89	91	93	93	90	91	99	114	127	133	133	128	101
86	87	89	89	88	86	90	98	105	106	105	102	91

Nacht weniger ausgeprägt (Wegfall der starken Staubproduktion durch Heizung und Industrie), so muß dort eine Annäherung an den ozeanischen Typ eintreten.

Man gewinnt leicht ein Urteil darüber, ob die für einen solchen Effekt notwendigen Voraussetzungen vorliegen, ob also die örtlichen Einflüsse auf den Verlauf der luftelektrischen Elemente gering bleiben, wenn man im Verlauf des Potentialgefälles und des Vertikalstromes den Weltzeitanteil und den Ortszeitanteil trennt. Nach [5] kann man den *Ortszeitanteil* bekanntlich isolieren durch Bildung der Verhältniswerte H (griech. Eta) und I (Jota)

$$H = \frac{E_0}{E_l}, \quad \text{wo} \quad \frac{E_0}{E_l} = \text{Potentialgefälle} \begin{matrix}(\text{Ozean})\\(\text{Station})\end{matrix}$$

$$I = \frac{i_0}{i_l}, \quad \text{wo} \quad \frac{i_0}{i_l} = \text{Vertikalstromdichte} \begin{matrix}(\text{Ozean})\\(\text{Station})\end{matrix}$$

Führt man dies beim vorliegenden Material durch, so ergeben sich die Abb. 4 *a* und *b*.

Diese Abbildungen zeigen in Bestätigung der obigen Überlegungen, daß in der Tat der „Ortseinfluß" im Winter relativ gering und uneinheitlich ist und erst zum Sommer hin an Bedeutung zunimmt. Das bedeutet mit anderen Worten, daß das Verhalten der luftelektrischen Elemente an einer reinen Landstation in genügender Stadtferne, wie sie hier vorliegt, im Winter wesentlich schwächer durch örtliche Einflüsse geformt wird als im Sommer. Zusammen mit dem hier wesentlich geringeren Aerosolgehalt bedeutet dies also, daß die Austauschvariation in ihrer gestaltenden Wirkung hier weniger zur Auswirkung kommt als innerhalb und in der Nähe von Städten.

3. Die jährliche Veränderlichkeit

der drei Elemente, Potentialgefälle, Vertikalstrom und Leitfähigkeit entspricht, soweit dies aus dem geringen Material von nur rund einem Jahr zu ersehen ist, der Erwartung: Das Potentialgefälle nimmt vom Winter zum Sommer von 182 V/m auf 151 V/m ab, der Vertikalstrom zeigt eine Änderung von $171 \cdot 10^{-18}$ Amp/cm² im Winter über 134 in den Äquinoktien auf $166 \cdot 10^{-18}$ im Sommer; die Leitfähigkeit ändert sich von $85 \cdot 10^{-6}$ el. stat. Einheiten im Winter auf $101 \cdot 10^{-6}$ im Sommer. Die in den Tabellen 1 bis 3 angegebenen einzelnen Monatsmittel streuen verhältnismäßig stark und zeigen, daß das Material zur Ableitung klarer Jahresgänge noch zu gering ist. Eines geht indes sicher daraus hervor, daß nämlich die *Veränderlichkeit* der drei Elemente im Laufe des Jahres *sehr viel geringer* ist, als man dies von den luftelektrischen Verhältnissen innerhalb und in der Nähe von Städten gewohnt ist. Dies gibt eine weitere Bestätigung für die Überlegungen des vorigen Abschnittes.

Vergleicht man den oben festgestellten Jahreszeitengang des Potentialgefälles mit dem früher an der Station „Forsthaus Kappel" ermittelten Gang, so zeigt sich nach Tabelle 4 bei nahezu gleichem Gesamtmittel an beiden Orten eine verschiedene Jahresamplitude.

Tabelle 4. *Mittelwerte des Potentialgefälles.*

Jahreszeit	Mittel Allmannsweilerstr.	Mittel Forsthaus Kappel
Winter	182 ± 19	181 ± 11
Äquinoktien	144 ± 7	134 ± 14
Sommer	151 ± 13	108 ± 2
Jahr	159 V/m	141 V/m

Als Fehlergrenze sind die mittleren Fehler des jeweils aus vier Monatsmitteln berechneten Jahreszeitenmittels eingetragen. Man sieht danach, daß die Verschiedenheit der Amplituden außerhalb der Streubreite liegt, also wohl als reell anzusehen ist.

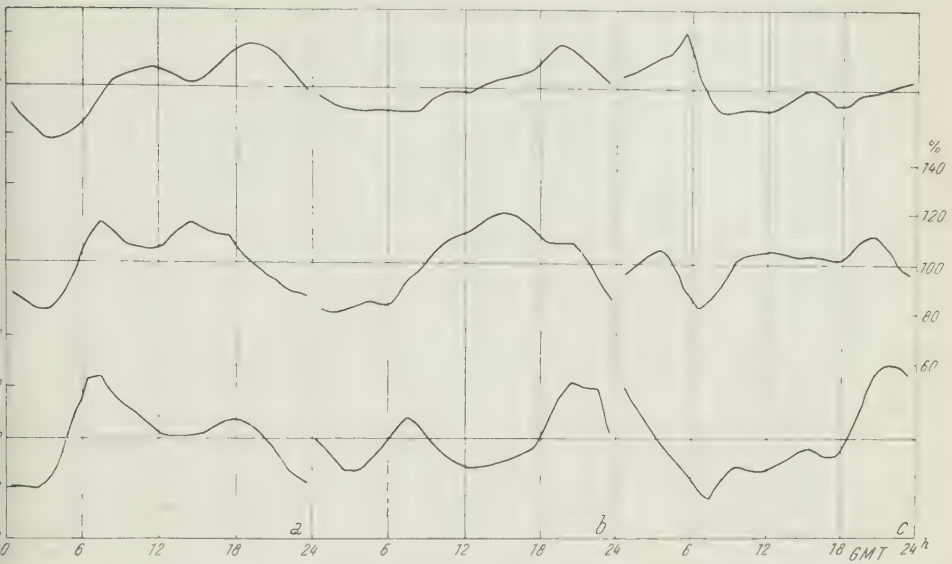


Abb. 3. Tagesgänge des luftelektrischen Potentialgefälles *a*, des Vertikalstroms *b* und der luftelektrischen Leitfähigkeit *c* an der Station Buchau/Kappel-Allmannsweilerstraße während des Winters (oberste Kurve), während der Äquinoktien (mittlere Kurve) und während des Sommers (unterste Kurve) in Prozentdarstellung.

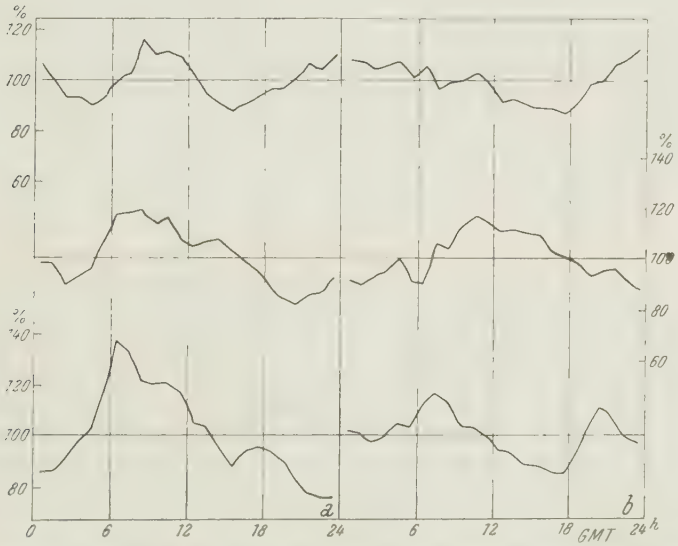


Abb. 4. Tagesgänge von *H* (*a*) und von *I* (*b*) während des Winters (oberste Kurve), während der Äquinoktien (mittlere Kurve) und während des Sommers (unterste Kurve) für die Station „Allmannsweilerstraße" in Prozentdarstellung.

Tabelle 5. *Monatswerte der Stundenmittel von Potentialgefälle, Vertikalstrom störungsfreier Hochdruckwetterlagen in den Monaten März bis August 1954.*

		0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10
Potentialgefälle	März	65	60	65	75	65	80	90	100	95	105
	April	83	83	83	83	79	83	100	128	124	121
	Mai	81	81	77	73	77	100	115	123	115	123
	Juni	65	55	55	50	50	60	95	125	125	125
	Juli	69	63	69	69	69	75	100	119	131	144
	August	62	62	62	54	62	69	85	100	115	131
	Mittel Äquin.	74	72	74	79	72	82	95	114	110	113
	Mittel Sommer	69	65	66	62	65	76	99	117	122	131
Vertikalstrom	März	87	65	87	91	87	91	91	91	96	87
	April	82	82	82	77	72	72	77	92	113	118
	Mai	106	110	106	119	106	94	94	100	110	100
	Juni	91	91	95	98	102	95	76	83	91	91
	Juli	117	121	124	124	131	131	134	110	97	86
	August	124	121	112	112	115	118	130	127	97	88
	Mittel Äquin.	85	73	85	84	79	82	84	92	104	103
	Mittel Sommer	110	111	109	113	114	114	113	103	98	91
Leitfähigkeit	März	125	108	125	117	125	108	100	92	100	83
	April	104	104	104	89	89	89	74	74	89	104
	Mai	128	128	136	152	136	88	80	80	88	80
	Juni	123	151	157	178	185	171	89	55	62	69
	Juli	155	175	165	165	175	160	120	85	65	55
	August	177	170	160	180	164	147	133	110	73	60
	Mittel Äquin.	114	106	114	103	107	99	87	83	95	93
	Mittel Sommer	146	156	155	169	165	142	106	82	72	66

Der Grund für diesen Unterschied kann vielleicht in der verschiedenen Lage der beiden Stationen gesucht werden: Wie Abb. 1 zeigt, unterliegt die Station „Forsthaus Kappel" bei den vorherrschenden W- und SW-Winden noch stärker einem Besiedlungseinfluß durch die Ortschaft Kappel als die Station „Allmannsweilerstraße". Infolgedessen dürfte sich die Jahresschwankung der Rauchproduktion an der Station „Forsthaus" stärker im Feldverhalten auswirken als an der Station „Allmannsweilerstraße". Ein sicherer Entscheid darüber, wie er etwa aus dem Verhalten der Leitfähigkeit abzuleiten wäre, ist nicht möglich, da damals noch keine Leitfähigkeitsbestimmungen vorgenommen wurden und das spätere Forsthausmaterial aus den oben genannten Gründen hierfür nicht ausreicht.

und Leitfähigkeit in Buchau a. F. (Station „Forsthaus-Kappel") während Die einzelnen Werte sind in % des jeweiligen Monatsmittels angegeben.

10—11	11—12	12—13	13—14	14—15	15—16	16—17	17—18	18—19	19—20	20—21	21—22	22—23	23—24
120	135	135	160	160	145	125	120	105	105	90	110	60	60
110	110	117	117	107	103	117	117	114	107	100	79	83	72
115	100	96	104	100	104	108	112	115	108	92	96	85	81
130	125	120	120	125	120	120	130	135	125	100	90	85	80
131	131	125	119	113	113	113	119	125	113	100	94	81	87
146	146	138	138	138	123	115	123	131	123	100	85	69	62
115	123	126	138	133	124	121	118	110	106	95	94	71	66
131	126	120	120	119	115	114	121	127	117	98	91	80	78
83	87	104	122	122	126	104	104	109	104	100	113	91	96
118	118	123	128	118	123	133	144	113	92	87	82	82	72
81	87	90	110	103	113	113	106	90	90	94	106	100	106
83	87	79	87	110	114	129	155	152	133	98	91	83	83
83	79	76	76	76	72	79	72	76	83	93	124	141	148
85	82	91	103	97	91	88	88	85	85	85	91	103	109
100	103	114	125	120	125	118	124	111	98	94	97	87	84
85	83	86	92	91	97	102	105	101	98	93	103	107	112
67	58	75	75	67	83	83	83	100	92	108	100	150	150
104	104	104	104	104	119	119	119	89	89	89	104	104	104
64	80	88	104	96	104	96	88	72	80	96	104	112	128
62	62	69	62	62	82	96	110	103	96	89	89	89	96
55	55	55	60	60	60	65	55	55	65	85	120	160	155
50	50	57	63	60	63	67	63	57	60	73	93	130	153
86	81	90	90	85	101	101	101	95	91	98	102	123	123
58	62	67	72	70	77	81	79	72	75	86	102	123	133

VI. Ergebnisse — Forsthaus Kappel.

1. Material.

Das am „Forsthaus Kappel" mit der neuen Registrieranlage gewonnene Material konnte, wie schon gesagt, nur teilweise zur Bearbeitung herangezogen werden. Es wurden die Stundenmittel für 40 über den Zeitraum April bis August 1950 verteilte Tagesreihen während störungsfreien Hochdruckwetters nach Monatsmitteln zusammengefaßt. In Tabelle 5 sind diese zusammengestellt und in Prozenten des jeweiligen Monatsgesamtmittels ausgedrückt. In den Abb. 5 *a* und *b* sind die Ergebnisse für März/April und für Mai/August graphisch wiedergegeben.

2. Tagesgänge.

Um den unmittelbaren Anschluß an die früher an der gleichen Station ausgeführten Benndorf-Registrierungen [*1*] zu gewinnen, sind in Abb. 6 die früher (ausgezogene Kurven) und die jetzt gewonnenen Tagesgänge des Potentialgefälles (gestrichelte Kurven) übereinandergezeichnet. Angesichts des Unterschiedes der Beobachtungsperiode (1947/48 bzw. 1950), der Ungleichheit der Materialauswahl (1947/48: Verwendung aller niederschlagsfreien Zeiten; 1950: Scharfe Aussonderung ungestörter Zeiten)

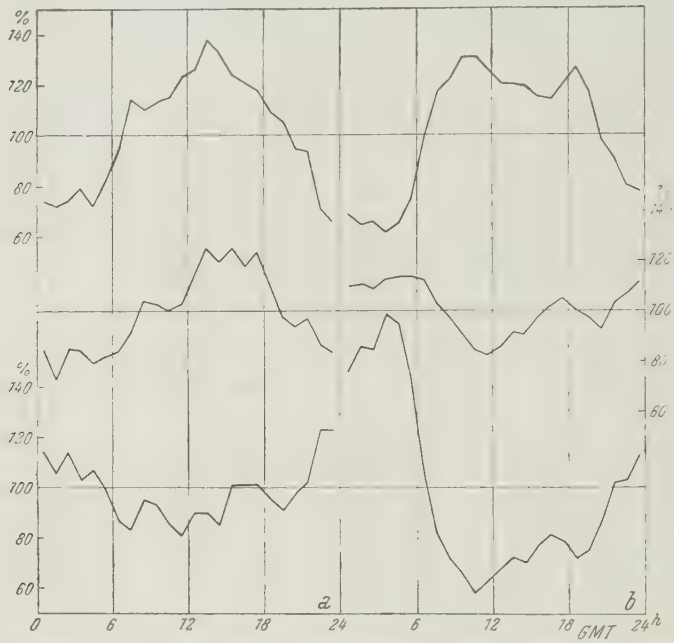


Abb. 5. Tagesgänge des luftelektrischen Potentialgefälles (oberste Kurve), des Vertikalstromes (mittlere Kurve) und der Leitfähigkeit (unterste Kurve) an der Station „Forsthaus Kappel" an ausgesucht störungsfreien Tagen im März/April 1950 (*a*) und im Mai/August 1950 (*b*) in Prozentdarstellung.

und der verschiedenen Kollektoraufstellung (1947/48: E-Wand; 1950: N-Wand) kann die Übereinstimmung als durchaus befriedigend gelten.

Der Charakter der in den Abb. 5 *a* und *b* dargestellten Forsthaus-Kurven unterscheidet sich zum Teil nicht unwesentlich von dem der oben wiedergegebenen Kurven für die Station „Allmannsweilerstraße". So ist z. B. in den Äquinoktialmonaten in dem ähnlichen Tagesgang von Feld und Stromstärke und in der geringen Leitfähigkeitsvariation noch eine gewisse Ähnlichkeit erkennbar; in den Sommermonaten verschwindet diese Ähnlichkeit und im Gegensatz zur Station „Allmannsweilerstraße" verlaufen an der Station „Forsthaus Kappel" Potentialgefälle und Vertikalstrom spiegelbildlich bei (bzw. infolge von) stark ausgeprägtem Leitfähigkeitsgang mit großem Tag- und Nachtunterschied.

Dieser Befund mag zum Teil auch durch die Verschiedenartigkeit der Stationslage zum Ort Kappel (vgl. Abb. 1) liegen. Dabei ist allerdings auch zu berücksichtigen, daß die Materialauswahl in beiden Fällen ungleichartig ist: Die Kurven der Station „Allmannsweilerstraße" sind aus allen niederschlagsfreien Stunden gewonnen, während an der Station „Forsthaus" nur ausgesucht gute Tage während Hochdruckwetters benutzt sind.

Dieses Ergebnis gestattet einen Hinweis darauf, daß die schon früher behandelte Frage nach der zweckmäßigsten Materialauswahl bei luftelektrischen Untersuchungen [3] erneut betrachtet bzw. ergänzt werden muß: Wie dort an verschiedenen größeren Meßmaterialien nachgewiesen werden konnte, bleiben beim Potentialgefälle Charakter und Verlauf der Tagesgänge die gleichen, wenn man sie einmal aus ungestörten Tagen und einmal aus allen niederschlagsfreien Zeiten ableitet. Nur die Absolutwerte differieren etwas in dem Sinne, daß sie bei Benutzung nur ungestörter Tage etwas höher liegen. Diese Regel scheint nun nach den jetzigen Erfahrungen für das Verhalten der Elemente Vertikalstrom und Leitfähigkeit nicht mehr zu gelten, während sie für das Potentialgefälle durch Abb. 6 erneut bestätigt wird. Es dürfte sich empfehlen, diese Frage durch Heranziehung größeren Meßmaterials für Vertikalstrom und Leitfähigkeit *vom gleichen Meßpunkt* und Aufgliederung desselben durch Verwendung der beiden Auswahlprinzipien weiter zu verfolgen; Versuche dieser Art sind im Gang.

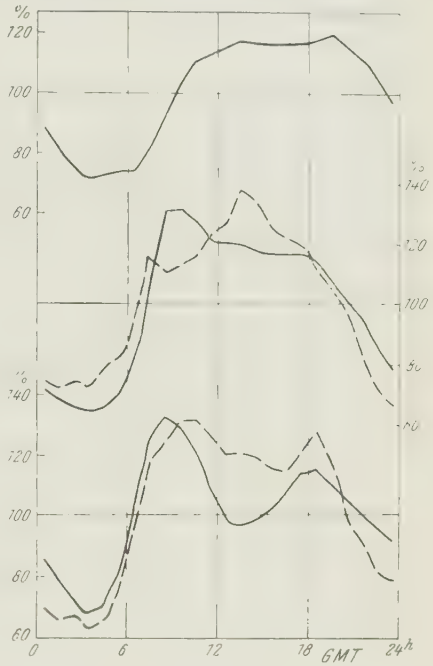


Abb. 6. Tagesgänge des luftelektrischen Potentialgefälles an der Station „Forsthaus Kappel" im Winter (oberste Kurve), in den Äquinoktialmonaten (mittlere Kurven) und im Sommer (unterste Kurven) in Prozentdarstellung. Ausgezogene Kurven: 1947/48 (Benndorf-Registrierungen). Gestrichelte Kurven: 1950.

VII. Schlußbemerkung.

Die im oben besprochenen Ergebnismaterial aufgefundenen Besonderheiten dürften, zumindest teilweise, auch durch örtlich-meteorologische Einflüsse mithervorgerufen sein. Um das erhaltene Bild der luftelektrischen Verhältnisse an einer stadtfernen Landstation in dieser Hinsicht ergänzen zu können, ist eine ins Einzelne gehende Bearbeitung der luftelektrisch-meteorologischen Zusammenhänge erforderlich. Diese ist

im Gang; über ihr Ergebnis wird in einer weiteren Arbeit berichtet werden.

Die Auswert- und Rechenarbeiten wurden z. T. von einer von der Deutschen Forschungsgemeinschaft besoldeten Rechenkraft ausgeführt. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sei auch an dieser Stelle bestens für diese Unterstützung gedankt.

Literatur.

1. Israël, H.: Das luftelektrische Potentialgefälle in Buchau a. F. Ann. Meteorol. **3**, 329—332 (1950).
2. Kasemir, H. W.: An apparatus for simultaneous registration of potential gradient and air-earth current. J. Atm. Terr. Phys. **2**, 32—37 (1951).
3. Israël, H. und G. Lahmeyer: Studien über das atmosphärische Potentialgefälle I. Das Auswahlprinzip der luftelektrisch „ungestörten Tage". Terr. Magn. **53**, 373—386 (1948).
4. Israël, H., H. W. Kasemir und K. Wienert: Luftelektrische Tagesgänge und Luftzirkulation. Die luftelektrischen Verhältnisse am Jungfraujoch (3470 m). I. Mitteilung. Arch. Met., Geoph. Biokl. A **3**, 357—381 (1951).
5. Israël, H.: The atmospheric electric field and its meteorological causes. "Thunderstorm electricity", edited by Horace R. Byers, S. 4—23. Chicago 1953.

551.510.535

(Institut für Meteorologie und Geophysik, Universität Graz.)

Studie zur Schichtaufspaltung in der Ionosphäre.

Von

O. Burkard.

Mit 4 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Unter der Voraussetzung des Ionisierungsgleichgewichtes $\left(\frac{dN}{dt} = 0\right)$ wird die Bedingungsgleichung abgeleitet, die — bei beliebiger Höhenvariation der Temperatur und des Wiedervereinigungskoeffizienten — erfüllt sein muß, um ein oder mehrere Maxima der Elektronenkonzentration N zu erhalten. Der letztere Fall, auf die bekannte Aufspaltung in die F_1- und F_2-Schicht bezogen, wird auch numerisch behandelt, indem einmal gezeigt wird, daß bei konstanter Temperatur der Wiedervereinigungskoeffizient eine sehr unwahrscheinliche Höhenabhängigkeit aufweisen müßte, um eine Aufspaltung zu erhalten, so daß dieser Fall praktisch kaum in Frage kommen dürfte. Sodann wird gezeigt, daß dagegen eine im F-Niveau eingebettete Warmschicht bei durchaus vernünftigen und naheliegenden Annahmen über Temperatur und Temperaturgradienten eine Aufspaltung bewirkt, die in weitgehender Übereinstimmung mit den Beobachtungen steht. Der Wiedervereinigungskoeffizient wurde hierbei direkt proportional dem Quadrat der Temperatur angesetzt.

Summary. Assuming equilibrium of ionization $\left(\frac{dN}{dt} = 0\right)$ the equation is derived which must be satisfied to obtain one or more maxima of electron concentration N, if any variation of temperature and recombination coefficient is given. The latter case related to the well-known splitting into the F_1 and F_2-layer is treated numerically. First it is shown that, with constant temperature, the recombination coefficient must be a function of height in a most improbable way as to cause splitting so that this case should hardly occur in reality. Contrarily, a layer of warm air within the F-level causes, under altogether reasonable and obvious assumptions on temperature and temperature gradient, a splitting which is in good agreement with observations. In this case the recombination coefficient is asumed to be directly proportional to the square of temperature.

Résumé. Dans l'hypothèse de l'équilibre d'ionisation, on établit l'équation qui, indépendamment de la variation de la température et du coefficient de récombinaison avec l'altitude, doit être satisfaite pour obtenir un ou plusieurs maxima de la concentration en électrons. On traite numériquement ce dernier cas se rapportant à la dissociation connue dans les couches F_1 et F_2, et l'on montre que par température constante le coefficient de récombinaison devrait présenter une dépendance très peu probable à l'égard de l'altitude pour provoquer une dissociation, de sorte que ce cas doit à peine entrer en considération. On montre en second lieu qu'une couche chaude se trouvant au niveau F dans des conditions vraisemblables de température et de gradient vertical de température provoque une dissociation en bon accord avec les faits observés. On a admis ici un coefficient de récombinaison directement proportionnel au carré de la température.

Seit man die ursprüngliche Annahme, die beiden F-Schichten der Ionosphäre kämen dadurch zustande, daß zwei verschiedene Luftbestandteile (O, N_2) ionisiert werden, aus Gründen, die hier nicht näher untersucht werden sollen, in Zweifel zu ziehen begann, mußten andere Vorgänge zur Erklärung dieser — im übrigen nur zeitweilig vorhandenen — Aufspaltung in die F_1- und F_2-Schicht herangezogen werden. Martyn [*1*] macht hierfür die auf die Gezeiten zurückzuführenden Effekte verantwortlich, während andere (z. B. vor kurzer Zeit A. P. Mitra [*2*]) die Abnahme des Wiedervereinigungskoeffizienten (W. K.) mit zunehmender Höhe zur Erklärung des Beobachtungsmaterials in Erwägung ziehen. Erstaunlicherweise findet sich aber in diesen Arbeiten nirgends die Tatsache genügend scharf herausgearbeitet, daß das Kleinerwerden des W. K. mit zunehmender Höhe zwar eine notwendige, keineswegs aber auch die hinreichende Bedingung für eine Schichtaufspaltung darstellt. Es kommt nämlich, wie im folgenden noch gezeigt wird, nicht nur auf die Abnahme an, sondern vor allem darauf, wie diese Abnahme mit der Höhe erfolgt. Auf eine dritte Möglichkeit, die als Ursache der Schichtaufspaltung einen bestimmten Temperaturverlauf mit der Höhe voraussetzt, verwies Burkard [*3*], der zeigen konnte, daß sich in einer anisothermen Atmosphäre zwei Maxima der Elektronenproduktion ergeben, wenn in dem Zwischengebiet eine Warmschicht entsprechend hoher Temperatur eingebettet liegt. Für den allgemeinen Fall einer beliebigen Temperaturverteilung leitete Burkard [*4*] in einer weiteren Arbeit die grundlegenden Formeln ab, die in leicht übersehbarer Weise an Hand einer graphischen Darstellung diskutiert werden können.

Ein sehr wesentlicher Unterschied in den verschiedenen Betrachtungsweisen muß allerdings hervorgehoben werden. Im letzterwähnten Fall der anisothermen Atmosphäre treten von vornherein zwei Maxima der Elektronenproduktion auf, die bei konstantem W. K. natürlich auch hinsichtlich der Elektronenkonzentration erhalten bleiben. In den ersterwähnten Fällen aber existiert im allgemeinen nur ein Maximum der Elektronenproduktion und die zwei Maxima der Elektronenkonzentration entstehen erst sekundär, eben z. B. durch eine entsprechende Höhenvariation des W. K. Es ist aber ungemein überraschend, zu sehen, wie

sich für die beiden Fälle — hier Variation der Temperatur mit der Höhe, dort Variation des W. K. mit der Höhe — die Formelanalogie bis in Einzelheiten erstreckt, obwohl physikalisch betrachtet doch ein sehr wesentlicher Unterschied besteht. Wir haben freilich derzeit noch keine Hilfsmittel in der Hand, experimentell festzustellen, wie die Verhältnisse sich in Wirklichkeit in dieser Hinsicht verhalten, es kann aber dem Verständnis der Schichtaufspaltungsvorgänge nur dienen, soweit als möglich alle denkbaren Fälle zur Diskussion zu stellen und einfach nachzusehen, welcher Ansatz das Beobachtungsmaterial am besten zu deuten imstande ist. Diesem Gedanken folgt die vorliegende Studie, indem sie in Ergänzung der bisherigen Veröffentlichungen einige weitere Fälle behandelt, wobei nunmehr auch gegebenenfalls der W. K. als höhenabhängig angenommen wird. Entsprechend der Gleichung für das Ionisierungsgleichgewicht

$$q = \alpha N^2 \tag{1}$$

(q = Elektronenproduktion = Zahl/cm³ sec, N = Elektronenkonzentration = Zahl/cm³, α = Wiedervereinigungskoeffizient) wird also nunmehr die Höhenverteilung der Elektronenkonzentration unser Interesse in Anspruch nehmen dürfen.

1. Als erstes sei der einfache Fall der Schichtbildung in einer isothermen Atmosphäre bei Veränderlichkeit des W. K. mit der Höhe besprochen, der auch die Möglichkeit gibt, die grundlegenden Formeln kurz zu wiederholen. Wie fast immer, gelten die Ableitungen für eine ebene Erde, die vorkommenden Buchstaben und Bezeichnungsweisen halten sich eng an die vorangegangenen Veröffentlichungen [4] und sind im übrigen leicht aus den hier der Vollständigkeit halber angeschriebenen Grundgleichungen zu ersehen. So erhält man für die Elektronenproduktion zunächst

$$q = b\, A\, S\, \varrho \tag{2}$$

und für die Abnahme der Strahlungsenergie mit zunehmendem Druck (Eindringen in die Atmosphäre)

$$S = S_0 \cdot e^{-\frac{A\,p}{g \cos \chi}}, \tag{3}$$

weiters den Zusammenhang zwischen Dichte, Druck und Temperatur durch

$$\varrho = \frac{p}{g\, R\, T}, \tag{4}$$

worin R die auf die Gewichtseinheit bezogene Gaskonstante bedeutet. Mit Gl. (3) und (4) erhält man dann die bekannte Darstellung für die Elektronenproduktion der sog. Chapmanschicht, hier allerdings nicht in der üblichen Form als Funktion der Höhe, sondern als Funktion des Druckes p, wodurch die weitere mathematische Behandlung wesentlich erleichtert wird:

$$q = \frac{b\, A\, S_0}{g\, R\, T} \cdot p \cdot e^{-\frac{A\,p}{g \cos \chi}}. \tag{5}$$

Unter Berücksichtigung der vereinfachten Ionisierungsgleichgewichtsbedingung Gl. (1) wird nun auch

$$N^2 = \frac{q}{\alpha} = \frac{b\,A\,S_0}{g\,R\,T} \cdot \frac{p}{\alpha} \cdot e^{-\frac{A\,p}{g\cos\chi}} = \frac{C}{T} \cdot \frac{p}{\alpha} \cdot e^{-\frac{A\,p}{g\cos\chi}}, \tag{6}$$

worin sowohl der Druck p wie auch der W. K. α Funktionen der Höhe h sind. Wir suchen zunächst wieder die Extremwerte von N, indem wir setzen

$$\frac{d}{dh}(N^2) = 0. \tag{7}$$

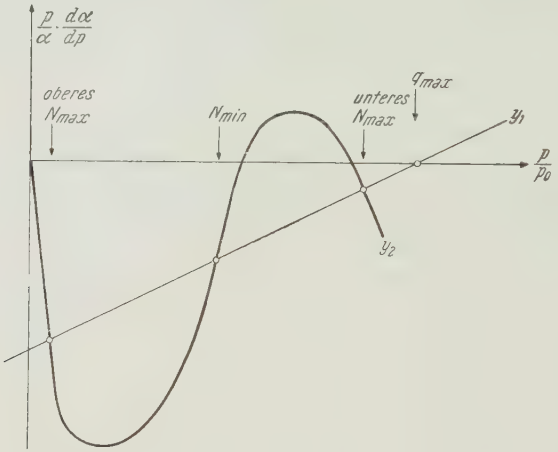


Abb. 1. Graphische Darstellung der Gl. (8).

Ausgeführt erhält man hieraus unmittelbar die wichtige Bedingungsgleichung

$$\frac{A\,p^*}{g\cos\chi} - 1 = -\frac{p^*}{\alpha^*} \cdot \left(\frac{d\alpha}{dp}\right)^*, \tag{8}$$

wobei hier die Sternchen die entsprechenden speziellen Werte an der bzw. den Extremstellen für N kennzeichnen sollen. Die Analogie mit der Gl. (9) in der früheren Veröffentlichung [4] ist unmittelbar ersichtlich, lediglich der Ausdruck $R\left(\frac{dT}{dh}\right)^*$ ist hier durch $-\frac{p^*}{\alpha^*}\left(\frac{d\alpha}{dp}\right)^*$ ersetzt. Zur Diskussion des Ergebnisses wird man daher auch hier vorteilhafterweise zur graphischen Darstellung greifen, etwa in der Form der Abb. 1, indem man in einem Koordinatensystem mit p als Abszisse einmal

$$y_1 = \frac{A\,p}{g\cos\chi} - 1$$

und dann

$$y_2 = -\frac{p}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dp}\,{}^1$$

[1] In Abb. 1 fehlt irrtümlich das Minuszeichen.

als Ordinate aufträgt. Im ersteren Fall erhält man natürlich eine Gerade, die durch den Punkt (0, −1) hindurchgeht und deren Neigung durch $\frac{A}{g \cos \chi}$ bestimmt ist. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Abszisse gibt jenes Druckniveau, in dem die Elektronenproduktion q ihr Maximum erreicht. Für die zweite Kurve, y_2, wurde ein Verlauf angenommen, der zu drei Extremwerten, nämlich zu zwei Maxima und einem Minimum der Elektronenkonzentration führt, die ebenfalls in der Abbildung gekennzeichnet sind. Mathematisch bietet dieser Fall kaum irgendwelche

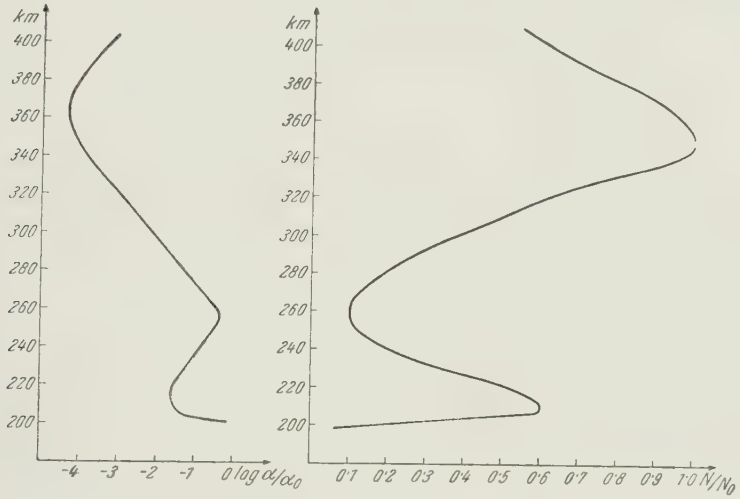


Abb. 2. Angenommene Höhenabhängigkeit des W. K. (*a*) und daraus errechnete Höhenverteilung der Elektronenkonzentration (Schichtaufspaltung) (*b*).

Schwierigkeiten, in der Hauptsache deswegen, weil der Zusammenhang zwischen Druck und Höhe unabhängig ist von dem veränderlichen W. K. Es sei daher hier darauf nicht näher eingegangen, lediglich in Abb. 2 wird gezeigt, wie der W. K. mit der Höhe variieren müßte, um eine Aufspaltung in F_1- und F_2-Schicht zu erhalten, die den Beobachtungen ungefähr entspricht. Im großen und ganzen weist demnach α etwa in jenen Höhen Minima auf, wo N Maxima besitzt und es hat ungefähr dort ein Maximum, wo N auf das Minimum absinkt. Es ist freilich nicht recht einzusehen, warum der W. K. in solcher Weise mit der Höhe variieren sollte, so daß auch nur geringe Wahrscheinlichkeit besteht, die Schichtaufspaltung damit erklären zu können.

2. Sieht man allerdings von der Möglichkeit einer Schichtaufspaltung ab, so ergibt sich ein vielleicht nicht uninteressantes Ergebnis für die Annahme

$$\alpha = \alpha_0 \cdot p^n, \tag{9}$$

denn wie man leicht nachrechnet, wird dann $y_2 = -\frac{p}{\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dp} = -n$, d. h. in der graphischen Darstellung erhalten wir neben der Geraden $y_1 = \frac{A\,p}{g \cos \chi} - 1$ nunmehr noch eine zweite, die im Abstand $(-n)$ parallel zur Abszisse läuft. Es gibt hier also nur einen Schnittpunkt, entsprechend einem Maximum der Elektronenkonzentration, nämlich im Druckniveau

$$p^* = \frac{g \cos \chi}{A} (1 - n) \tag{10}$$

und mit der Konzentration

$$N^* = \sqrt{\frac{C}{\alpha_0 T}} \cdot \left[\frac{g(1-n)}{A\,e}\right]^{\frac{1-n}{2}} \cdot (\cos \chi)^{\frac{1-n}{2}}. \tag{11}$$

Wählt man nun in weiterer Spezialisierung $n = -\frac{1}{3}$, dann wird der Exponent $\frac{1-n}{2} = \frac{2}{3}$ und die kritische Frequenz des ordentlichen Strahles (bekanntlich proportional $\sqrt{N}$) läßt sich darstellen in der Form

$$f = f_0 \cdot (\cos \chi)^{\frac{1}{3}}, \tag{12}$$

ein Befund, der seit langem für die normale E-Schicht bekannt ist [5, 6] und vielleicht durch den obigen Ansatz seine Lösung findet.

3. Da man in einer isothermen Atmosphäre gezwungen ist, über den W. K. recht unwahrscheinliche Voraussetzungen zu machen, um den Beobachtungen gerecht zu werden, soll nun in weiterer Verallgemeinerung die Schichtbildung in einer anisothermen Atmosphäre mit gleichzeitig veränderlichem W. K. besprochen werden. Die Ableitung der für diesen Fall allgemein gültigen Beziehungen kann sich unmittelbar an die Gl. (6) und (7) anschließen; mit

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{p}{R\,T} \tag{13}$$

erhält man die Bedingungsgleichung für etwaige Extreme in der Gestalt

$$\frac{A\,p^*}{g \cos \chi} - 1 = R \left(\frac{dT}{dh}\right)^* + R \cdot \frac{T^*}{\alpha^*} \cdot \left(\frac{d\alpha}{dh}\right)^* = R \cdot \frac{1}{\alpha^*} \cdot \left[\frac{d(T\alpha)}{dh}\right]^*. \tag{14}$$

Mit diesem allgemeinsten Ansatz wird man freilich wenig mehr aussagen können, als dies bereits bei den vorherigen Fällen geschehen ist, es sei denn, die Höhenabhängigkeit der Temperatur und des W. K. seien in irgendeiner Form festgelegt oder angenommen. Wohl selbstverständlich ist es, daß die im Abschnitt 2 behandelte isotherme Schicht ($dT/dh = 0$) mit variablem W. K. ebenso nach Gl. (14) diskutiert werden kann, wie die anisotherme Schicht mit konstantem W. K. ($d\alpha/dh = 0$) in der seinerzeitigen Arbeit. Immerhin lohnt es sich, unter plausiblen Annahmen über die Abhängigkeit des W. K. von Temperatur und Druck (oder Höhe), einige Spezialfälle genauer zu besprechen. Naheliegend ist z. B. die Annahme, der W. K. sei lediglich temperaturabhängig.

4. Es sei also zunächst allgemein und im Anschluß daran für ein numerisches Beispiel die Schichtbildung untersucht, wenn der W. K. proportional der n-ten Potenz der Temperatur ist, wenn also gilt

$$\alpha = \alpha_0 \cdot T^n. \tag{15}$$

Dann erhält man aus (14) die einfache Bedingungsgleichung für die Extrema:

$$\frac{A\,p^*}{g\cos\chi} - 1 = (n+1)\cdot R\left(\frac{dT}{dh}\right)^*, \tag{16}$$

die bis auf den Faktor $(n + 1)$ auf der rechten Seite der Gleichung genau mit jener Bedingungsgleichung übereinstimmt, die seinerzeit für die Elektronenproduktion q (mit α = konstant) erhalten wurde. Auch die Elektronenkonzentration an den Extremstellen ergibt sich ähnlich dem seinerzeitigen Resultat zu

$$N^* = \frac{b\,A\,S_0}{g\,R\,\alpha_0}\cdot\frac{p^*}{(T^*)^{n+1}}\cdot e^{-\frac{A\,p^*}{g\cos\chi}} \tag{17}$$

Aus der ersteren Beziehung folgt wiederum die notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für das Auftreten einer Schichtaufspaltung, die darin besteht, daß im Gebiet des höherliegenden Maximums der Temperaturgradient dT/dh kleiner sein muß als im Gebiet des tieferliegenden Maximums. Da weiters die maximale Elektronenkonzentration in der F_2-Schicht größer beobachtet wird als die gleichzeitige Konzentration in der F_1-Schicht, wird im allgemeinen für positive Werte von $(n + 1)$ die F_2-Schicht (genauer: die Stelle maximaler Elektronenkonzentration) kälter sein müssen als die F_1-Schicht. Denn $p\cdot e^{-\frac{A\,p}{g\cos\chi}}$ hat an der Stelle $p = \frac{g\cos\chi}{A}$ seinen größten Wert, der für Druckwerte $p < \frac{g\cos\chi}{A}$ relativ rasch gegen Null abnimmt, für die tieferliegenden Niveaus mit $p > \frac{g\cos\chi}{A}$ aber verhältnismäßig langsam kleiner wird. So wird also dieses Produkt $p\cdot e^{-\frac{A\,p}{g\cos\chi}}$ für die F_2-Schicht im allgemeinen kleiner sein als für die F_1-Schicht; die beobachtete größere Konzentration in der ersteren kann sich also nur ergeben, wenn gleichzeitig auch die Temperatur (im Nenner) entsprechend kleiner geworden ist. Natürlich gilt diese Überlegung nicht mehr, wenn $n < -1$ wird, denn dann wird N der Temperatur direkt proportional (mit der jetzt positiven Potenz $-n-1$). Auf Grund der Abb. 1 kann man sich dann für diesen letzteren Fall auch überlegen, daß nur eine Möglichkeit besteht, zu einer Schichtaufspaltung zu kommen; sie erfordert im F_2-Niveau einen größeren positiven Temperaturgradienten als im F_1-Niveau, wo er auch Null oder negativ sein könnte. Praktisch käme das darauf hinaus, daß zwischen den beiden F-Schichten eine Kaltschicht eingebettet liegen müßte, was mit den sonstigen Beobachtungen nicht recht in Einklang zu bringen ist. Denn die Aufspaltung tritt ja gerade zu Zeiten stärkerer Sonneneinstrahlung auf und verschwindet am Abend wieder. Somit bleibt auch hier wiederum die Feststellung

übrig, daß die F_2-Schicht kälter sein muß als die F_1-Schicht, und hinzu kommt die weitere Forderung, daß die Gl. (15) nur dann zu einem sinnvollen Ergebnis führt, wenn der W. K. die zusätzliche Bedingung $n > -1$ erfüllt.

5. Die Überlegungen des vorhergehenden Abschnittes haben es wiederum nahegelegt, die Schichtaufspaltung darauf zurückzuführen, daß zwischen den beiden F-Schichten eine Warmschicht eingebettet liegt. Unter vereinfachten Annahmen soll nun ein Modell einer solchen Warmschicht dazu dienen, einige weitere Fragen zu klären. Es wurde folgendes angenommen: Bis in die Höhe von 210 km steige die Temperatur an, und zwar um je 3,5° pro Kilometer. Dieser Zahlenwert könnte etwa gelten, wenn man die Ergebnisse der Raketenaufstiege extrapoliert.

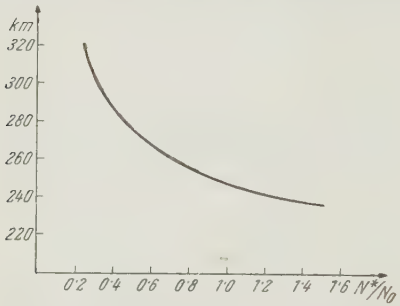


Abb. 3. Höhendifferenz der aufgespaltenen Schichten und Temperatur im oberen Schichtmaximum in Abhängigkeit von der Maximaltemperatur in 210 km Höhe.

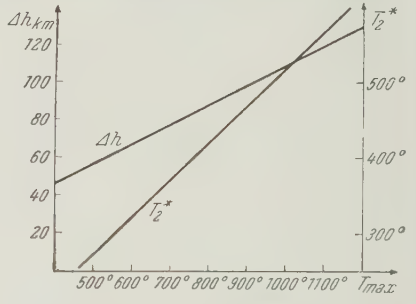


Abb. 4. Zusammenhang zwischen Höhe und Elektronenkonzentration für das obere Schichtmaximum (F_2-Schicht).

Ab 210 km Höhe soll die Temperatur wiederum abnehmen, und zwar mit einem Gradienten $dT/dh = -4{,}9°/\text{km}$; dies entspricht für den auch schon seinerzeit benützten Wert für die Gaskonstante ($R = 0{,}0588$ km/Grad) einem stabilen Gleichgewicht bei adiabatischen Zustandsänderungen. Weiters wurde — auch in Übereinstimmung mit den Beobachtungen — angenommen, daß das tieferliegende Maximum stets in 200 km Höhe auftrete. Der W. K. wurde Gl. (15) entsprechend dem Quadrat der Temperatur proportional angesetzt. Wählt man nun die maximale Temperatur (in der Höhe 210 km) als Unabhängig-Veränderliche, dann können als davon Abhängig-Veränderliche folgende Größen errechnet werden: Die Höhenlage der oberen maximalen Elektronenkonzentration (F_2-Schicht), ihre Größe (bis auf einen Proportionalitätsfaktor), die Temperatur in dieser Höhe und ebenso Temperatur und Konzentration der Elektronen im unteren Schichtmaximum, in 200 km Höhe. Die Abb. 3 zeigt zunächst das Auseinanderrücken der beiden Schichten mit der Temperaturerhöhung, letztere wurde als Abszisse gewählt, als Ordinate (links) wurde die Höhendifferenz zwischen den beiden Konzentrationsmaxima aufgetragen. Addiert man zu diesen Differenzen 200 km, so ergibt sich unmittelbar die Schichthöhe der als

F_2-Schicht gedeuteten oberen Maximal-Elektronenkonzentration. Der Zusammenhang ist linear, doch geht — auf Grund der vorliegenden Annahmen — die Gerade nicht durch den Koordinatenursprung. Auf der rechten Seite ist als zweite Ordinate die Temperatur im Schichtmaximum eingetragen, sie ist natürlich kleiner als die maximale Temperatur und nimmt ebenfalls linear mit letzterer ab. Auch diese Gerade geht nicht durch den Ursprung des Koordinatensystems. Die letzte Abb. 4 schließlich zeigt den Zusammenhang zwischen der Elektronenkonzentration und der Höhe im oberen Niveau. So wie das durch die Beobachtungen nahegelegt wird, sinkt die maximale Konzentration um so mehr ab, je höher gleichzeitig dieses Maximum auftritt.

Die Rechnungen sowie die in den Abbildungen dargestellten Ergebnisse zeigen nun, daß mit Annahmen, die durchaus sinnvolle Daten verwenden, das Beobachtungsmaterial in recht guter Näherung gedeutet werden kann. Man dürfte aber noch etwas tiefer vordringen können, wenn die vielen Daten der Ionosphärenstationen zweckmäßig zusammengestellt und bearbeitet ein Material liefern, das einen Vergleich mit den Rechnungen möglichst unmittelbar zuläßt. Auf der anderen Seite werden auch die Rechnungen in mancher Richtung einer Erweiterung bedürfen; so könnte man untersuchen, welcher der Ansätze am besten die beobachtete, verschiedene Abhängigkeit der beiden F-Schichten von der Sonnenaktivität wiederzugeben imstande ist. Es darf übrigens hier wohl vermerkt werden, daß der regelmäßige Verlauf der F_1-Schicht (hinsichtlich Tages- und Jahresgang, geographischer Breite) und die vielen Unregelmäßigkeiten der F_2-Schicht nicht hinderlich sind, die beiden Schichten doch auf eine einzige Ionisationsursache zurückzuführen. Bei den Ansätzen der Abschnitte 4 und 5 sind die zu errechnenden Werte für die F_1-Schicht völlig unabhängig von den Temperaturen oberhalb dieser Schicht. Sind letztere veränderlich, dann ändert sich wohl einiges in der F_2-Schicht, die F_1-Schicht aber bleibt davon unberührt. Die Annahme der etwa oberhalb der F_1-Schicht ihre größte Temperatur erreichenden Warmschicht ist also durchaus geeignet, die beobachteten Verhältnisse für die beiden F-Schichten in großen Zügen zu erklären; die Feinheiten freilich werden noch andere Phänomene dynamischer Natur zu ihrer Erklärung heranzuziehen erfordern.

Literatur.

1. Martyn, D. F.: Proc. Roy. Soc., A **189**, 241—260 (1947).
2. Mitra, A. P.: Indian Journ. Phys. **26**, 79—102 (1952).
3. Burkard, O.: Arch. Met. Geoph. Biokl., Ser. A **2**, 308—314 (1950).
4. — Geofis. pura e appl. **22**, 63—74 (1952).
5. Waldmeier, M.: Helv. Phys. Acta **17**, 168—180 (1944).
6. Harnischmacher, E.: C. R. Paris **230**, 1301 (1950).

550.37:537.21 (261)

(Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, Mass.)

Exploratory Measurements of Electrical Potential Differences between Widely Spaced Points in the North Atlantic Ocean[1].

By

H. Stommel.

With 2 Figures.

Abstract. Electrical potential measurements between various points in the North Atlantic Ocean are discussed, and possible implications concerning the semidiurnal tide and resistivity of the ocean bottom are described. Points of measurement include Halifax, New York, Bermuda, Turks Island, England, Azores, Cape Verde Islands.

Zusammenfassung. Es werden Messungen des elektrischen Potentials zwischen verschiedenen Punkten des Nordatlantischen Ozeans diskutiert und mögliche Folgerungen hinsichtlich der halbtägigen Gezeiten und des Widerstands des Meeresbodens erörtert; die benützten Messungen umfassen Halifax, New York, Bermuda, Turks-Insel, England, Azoren, Kap-Verde-Inseln.

Résumé. L'auteur discute des mesures du potentiel électrique effectuées entre différents points de l'océan Atlantique septentrional et décrit les conséquences possibles quant aux marées semi-diurnes et à la résistance du fond de l'océan. Les mesures utilisées englobent Halifax, New York, les Bermudes, Turks Island, l'Angleterre, les Açores et les îles du Cap Vert.

I. Introduction.

Longuet-Higgins (1949) showed that the part of the potential gradient across the English Channel which varies with a semidiurnal lunar period is caused by the e. m. f. induced by tidal currents moving through the Earth's magnetic field. He developed a theory for the potential field produced by water moving in an infinite channel of semi-

[1] Contribution No. 693 from the Woods Hole Oceanographic Institution, Woods Hole, Mass.

elliptical cross section. The bed of the channel was taken with uniform conductivity. Consideration of the various parameters entering into the problem showed that the English Channel was a fairly critical case in the following sense: if the bottom conductivity had been greater, or the ratio of width to depth greater, then the potential gradient across the channel would have been reduced to a small fraction of the induced e. m. f. In fact, however, the bottom of the English Channel does not short-circuit the e. m. f. induced in the water so that the potential gradient actually observed is an appreciable fraction of the induced e. m. f. A qualitative consideration of the geometry of the North Atlantic Ocean basin indicates that the ratio of width to depth is not unlike the English Channel. The conductivity of bottom rocks, if different, may be supposed to be smaller than those beneath the English Channel. On the whole, therefore, one anticipates that potential differences of the order of one volt or so will be produced across the ocean by deep sea tidal currents. The purpose of this paper is to report the results of some short series of exploratory measurements made between various points in the North Atlantic Ocean. The measurements were made using existing submarine telegraph cables.

II. Methods of measurement.

With the exception of three nights on the Halifax-Bermuda-Turks Island cable all measurements were made on cables carrying traffic. On this account no special provisions for elimination of electrochemical potentials at the earth connections were possible. Therefore no geophysical significance ought to be attached to the mean value of each set of measurements because in each case it probably represents the degree of polarization of the earth connection as much as anything else. On three nights in February it was possible to make measurements on the Halifax-Bermuda-Turks Island cables with all telegraphic connections removed. Measurements were made potentiometrically at Bermuda. At Halifax and Turks Island the cable ends were directly connected to the long sea-earths. In addition a series of hourly readings of the fork relays at Bermuda was also made for almost the whole month, and it was quite obvious from comparison of the two types of reading that the fork relay light scale gives a fairly good indication of the difference of potential existing between the ground connections at the two ends of the cable. Further measurements at Horta on the cables to Halifax (Nova Scotia), Porthcurno (England) and St. Vincent (Cape Verde Islands) were made by reading the fork relay light scales directly. A longer series of measurements on the New York to Horta cable was made by directly connecting a Speedomax recorder to the input at New York. This latter cable is operated Simplex, and the input is transformer coupled to the receiving apparatus. Thus a Speedomax can be used to read the low frequency earth potentials at the cable end. All the other cables are operated Duplex, and it would be difficult to connect recording apparatus into the delicately balanced

bridge without upsetting communications. No alterations to the Duplex networks were made except for calibration and determination of the corrections for zero-drift of the amplifiers.

The points between which measurements were made, and the schematic routes of the cables used in the measurements are shown in Figure 1.

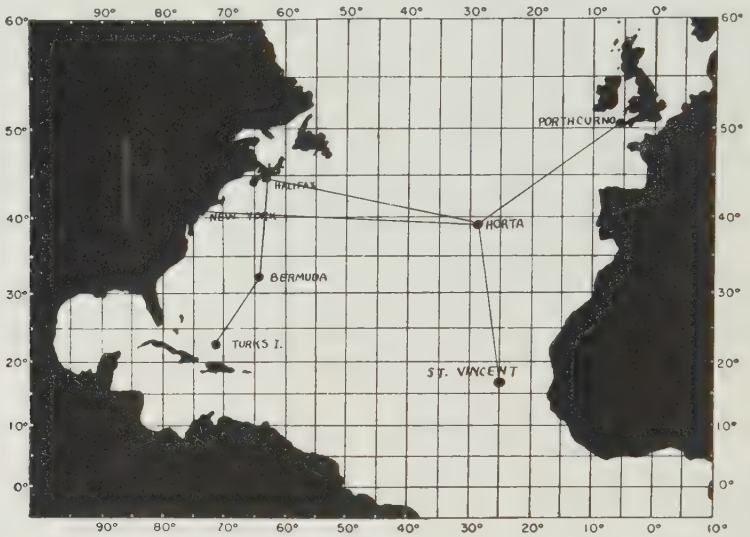


Fig. 1.

III. The Halifax-Bermuda-Turks Island measurements and their interpretation.

The existence of a lunar semidiurnal period is very obvious to the eye in the Halifax-Bermuda and Bermuda-Turks Island measurements. Figure 2 shows fork relay readings made from Bermuda to Turks Island. A harmonic analysis of the graph for this cable and for the one from Halifax to Bermuda indicates a total Halifax to Turks Island amplitude of 1.2 volts in the semidiurnal lunar component, Halifax being most positive with respect to Turks Island at three hours after Greenwich Transit of the Moon.

If we now attempt to identify this observed semidiurnal lunar component of potential difference with the induced potentials associated with tidal currents, we are confronted with two very serious types of difficulty: first, that ocean basins are of such complex shape that precise transformation from velocity field to potential field is a problem which would require a very large amount of numerical computation; and secondly, very little is known about the distribution of tidal currents in the deep ocean areas of the North Atlantic Ocean. To meet the first of these difficulties we note that an order of magnitude idea of the tidal velocity

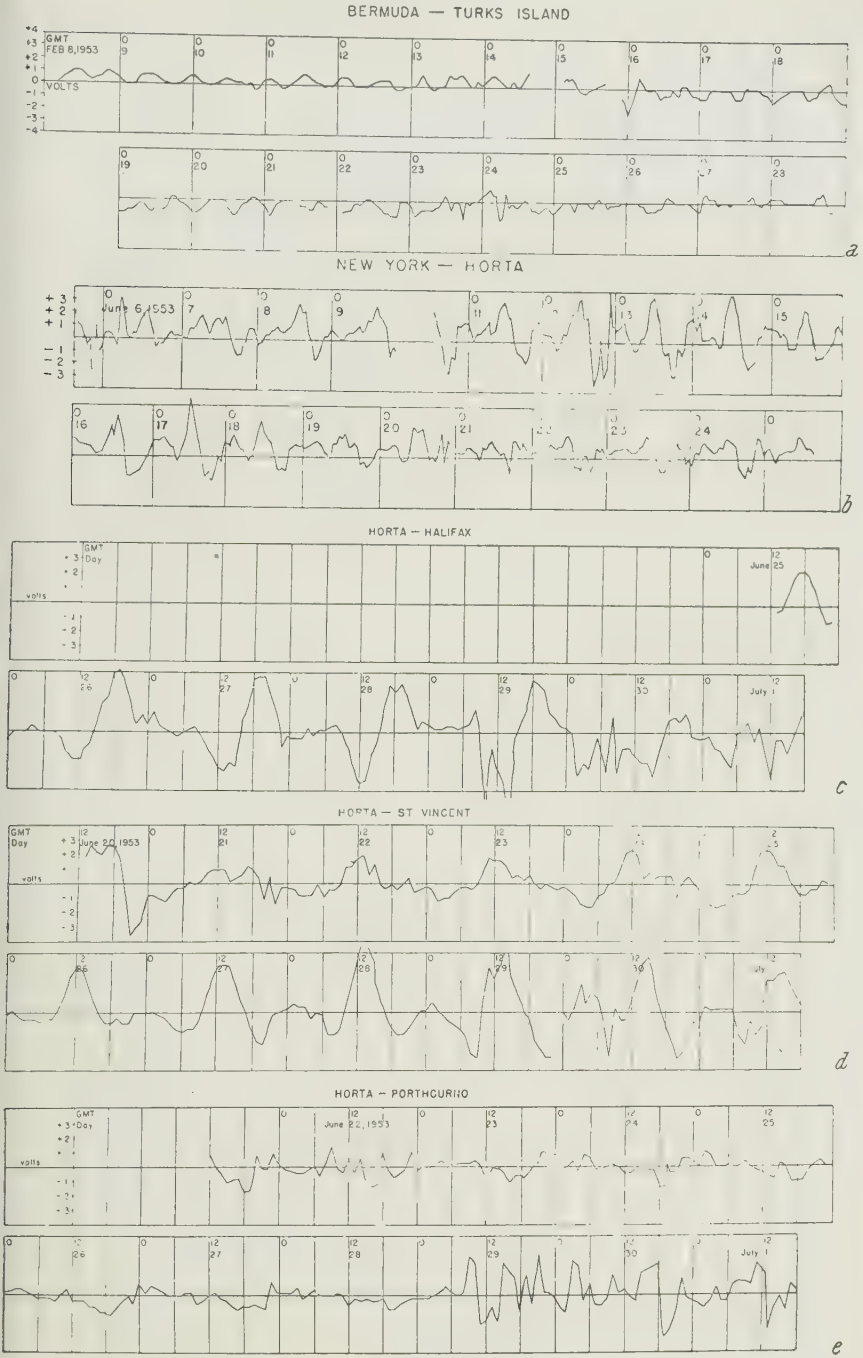

BERMUDA — TURKS ISLAND
GMT
FEB 8, 1953
VOLTS
a
NEW YORK — HORTA
June 6, 1953
b
HORTA — HALIFAX
GMT
Day
volts
June 25
July 1
c
HORTA — ST VINCENT
June 20, 1953
d
HORTA — PORTHCURNO
June 22, 1953
e

Fig. 2.

Table I. *Halifax-Bermuda and Bermuda-Turks Island Potential Differences (volts).*

Feb. 15			Feb. 22			Mar. 1		
GMT	Halifax-Bermuda	Bermuda-Turks Is.	GMT	Halifax-Bermuda	Bermuda-Turks Is.	GMT	Halifax-Bermuda	Bermuda-Turks Is.
	volts			volts			volts	
0230	— 0.14	+ 0.61	0200	+ 0.20	— 0.93	0200	+ 0.40	+ 0.0
0330	— 0.08	+ 0.86	0300	+ 0.15	— 0.84	0300	+ 0.55	+ 0.15
0430	— 0.01	+ 0.77	0400	+ 0.00	— 0.84	0400	+ 0.55	+ 0.15
0530	+ 0.14	+ 0.84	0500	+ 0.20	— 0.74	0500	+ 0.25	+ 0.15
0630	— 0.12	+ 0.50	0600	+ 0.45	— 0.24	0600	— 0.15	— 0.5
0730	— 0.99	+ 0.08	0700	+ 0.55	— 0.24	0700	+ 0.10	— 0.6
0830	— 1.36	— 0.36	0800	+ 0.60	— 0.29	0800	— 0.35	— 0.6
0930	— 1.54	— 0.44	0900	+ 1.00	— 0.15	0900	— 0.55	— 0.95
1030	— 1.88	— 0.40	1000	+ 1.40	+ 0.10	1000	— 1.0	— 0.9
1115	— 1.86	— 0.27	1100	+ 1.21	+ 0.10	1100	— 0.9	— 0.9

Table I *(Continued). (Fork Relay)*

GMT	Feb. 8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0000	—	+ 0.5	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.5	0.0	+ 0.3	—	— 2.0	— 0.8
0100	—	0.0	+ 0.5	+ 0.5	+ 0.8	0.0	+ 0.5	—	— 1.5	— 0.8
0200	—	0.0	+ 0.3	+ 0.5	+ 0.8	0.0	+ 0.8	—	0.0	— 0.8
0300	—	0.0	+ 0.3	+ 0.3	+ 0.8	+ 0.5	+ 1.0	—	0.0	— 0.3
0400	0.0	0.0	0.0	+ 0.3	+ 0.5	+ 1.0	+ 1.0	—	+ 1.0	0.0
0500	+ 0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	+ 0.5	+ 0.5	—	+ 0.5	0.0
0600	+ 0.4	+ 0.5	— 0.3	— 0.3	0.0	+ 0.3	+ 0.5	—	0.0	+ 0.3
0700	+ 0.6	+ 0.8	0.0	0.0	0.0	0.0	+ 0.3	—	0.0	+ 0.5
0800	+ 0.8	+ 0.8	0.0	0.0	0.0	— 0.3	0.0	—	0.0	+ 0.3
0900	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.3	+ 0.3	0.0	0.0	0.0	—	0.0	0.0
1000	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.5	0.0	0.0	+ 0.5	—	— 0.3	0.0
1100	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.5	+ 0.3	0.0	0.0	—	— 0.8	— 0.3
1200	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.5	+ 0.8	+ 0.3	+ 0.5	0.0	0.0	— 0.5	— 0.8
1300	+ 0.5	+ 0.5	— 0.3	+ 1.0	+ 0.5	+ 1.0	+ 0.5	+ 0.3	— 0.5	— 0.8
1400	+ 0.3	+ 0.5	+ 0.3	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.8	+ 0.8	+ 0.3	— 0.5	— 0.8
1500	+ 0.3	0.0	+ 0.3	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.8	+ 1.3	+ 0.3	0.0	0.0
1600	+ 0.5	0.0	+ 0.3	+ 0.3	+ 0.5	+ 1.0	+ 1.0	+ 0.5	— 0.3	+ 0.3
1700	+ 1.3	0.0	0.0	+ 0.3	+ 0.3	+ 1.0	—	—	— 0.5	0.0
1800	+ 0.5	0.0	0.0	+ 0.3	0.0	+ 0.8	—	—	+ 0.3	0.0
1900	+ 0.8	0.0	+ 0.3	0.0	— 0.3	+ 0.3	—	—	+ 0.3	0.0
2000	+ 1.0	+ 0.3	— 0.3	0.0	— 0.3	0.0	—	—	+ 0.3	0.0
2100	+ 0.8	0.0	— 0.5	+ 0.3	— 0.3	0.0	—	— 0.8	— 0.3	— 0.3
2200	+ 0.5	+ 0.3	— 0.3	0.0	0.0	+ 0.5	-	— 1.0	— 0.5	— 0.4
2300	+ 0.8	+ 0.8	+ 0.3	+ 0.3	0.0	+ 0.3	--	— 2.0	— 0.5	- 0.5

which would be required to produce the observed component of potential difference can be obtained by computing the mean velocity of tidal current required in a channel of infinite length, but with a width and depth equal to that actually existing between the two points of measurement. The chief excuse for this rather lame artifice is its simplicity; moreover it sets a lower limit on the possible tidal velocity the actual mean velocity is not likely to be less, although it may be more, than the equivalent infinite channel velocity.

The second difficulty, our virtual ignorance of the actual deep sea tidal currents, may be met in two ways: there are a few series of current measurements made at anchor stations, and there are also various tidal theories and cotidal charts from which we can compute tidal currents for comparison with the electrical measurements.

There are no satisfactory deep sea tidal current measurements along the eastern coast of North America to compare with the Halifax-Turks Island electrical measurements. By a happy chance, however, it so happens that the time of high water of the semidiurnal lunar component at Bermuda, and all open coastal stations along the North American mainland from Halifax to Turks Island is practically the same, so that

Bermuda–Turks Island.

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
— 1.0	— 1.0	— 1.0	— 0.5	—	— 0.3	+ 0.3	— 1.0	0.0	— 0.8
— 1.0	— 1.0	— 1.0	— 0.8	—	— 0.5	+ 0.5	— 0.8	0.0	— 0.8
— 0.8	— 1.0	— 1.0	— 1.3	—	— 1.3	+ 0.8	— 0.5	0.0	+ 0.5
— 0.5	— 0.8	— 0.8	— 0.8	—	— 1.0	+ 1.0	0.0	0.0	+ 0.8
	— 0.8	— 0.5	— 0.3	—	— 0.8	+ 0.5	0.0	0.0	+ 0.3
— 0.3	— 0.8	— 0.3	0.0	—	— 0.8	+ 0.3	0.0	— 0.3	+ 0.3
0.0	— 0.5	0.0	0.0	—	— 0.8	— 1.5	— 0.3	— 0.3	+ 0.3
0.0	— 0.3	0.0	0.0	—	— 0.8	— 1.3	— 0.8	— 0.8	— 0.3
0.0	— 0.3	0.0	0.0	—	— 0.8	+ 0.8	0.0	— 0.8	0.0
0.0	— 0.5	0.0	0.0	—	— 0.5	— 0.5	0.0	— 0.8	0.0
0.0	— 0.8	0.0	0.0	—	— 0.5	— 0.3	0.0	— 0.8	0.0
— 0.3	— 1.0	0.0	0.0	—	0.0	— 0.5	0.0	— 0.5	— 0.3
— 0.8	— 0.5	— 0.8	— 0.5	—	+ 0.5	— 0.5	— 0.3	— 0.5	0.0
0.8	— 0.8	— 1.0	— 0.5	— 0.3	0.0	— 0.3	— 0.5	0.0	—
— 0.5	— 0.8	— 1.3	— 0.5	— 0.5	— 0.8	0.0	0.0	+ 0.5	—
— 0.5	— 0.8	— 1.0	— 0.8	— 0.8	0.0	0.0	+ 0.3	+ 0.3	—
0.0	— 0.5	— 0.5	— 0.8	— 1.0	0.0	— 0.3	0.0	0.0	—
+ 0.3	+ 0.3	— 0.3	— 0.3	— 1.0	— 0.3	— 0.8	0.0	0.0	—
+ 0.5	+ 0.5	— 0.3	0.0	— 1.3	— 1.5	— 0.8	— 0.5	0.0	—
+ 0.8	+ 0.3	0.0	— 0.3	— 1.3	0.0	— 1.0	— 0.3	0.0	—
0.0	0.0	+ 0.3	— 0.5	— 1.3	— 0.3	— 0.8	— 0.3	0.0	—
— 0.5	— 0.3	+ 0.3	— 0.5	0.0	0.0	— 0.5	— 0.3	0.0	—
0.8	— 0.3	0.0	—	0.0	0.0	— 0.5	— 0.3	— 0.3	—
1.0	0.5	— 0.3	--	0.0	0.0	0.8	0.0	0.5	

Table II *New York-Horta*

GMT	June 5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0000	—	+ 0.5	+ 0.2	+ 0.3	+ 0.9	—	+ 1.5	+ 0.7	+ 1.3	+ 1.9
0100	—	+ 0.7	+ 0.2	— 0.5	+ 0.6	—	+ 0.9	+ 0.7	+ 0.9	+ 2.1
0200	—	+ 0.7	0.0	— 0.3	+ 0.4	—	+ 0.1	+ 0.5	+ 1.2	+ 1.0
0300	—	0.0	+ 0.9	+ 0.5	+ 0.2	—	+ 0.7	+ 0.5	+ 1.9	+ 1.8
0400	—	— 0.5	+ 0.8	+ 0.4	0.0	—	+ 0.6	— 0.1	+ 1.6	+ 0.2
0500	—	+ 3.5	+ 1.1	+ 0.7	+ 0.4	—	+ 0.9	— 0.7	+ 0.4	+ 0.3
0600	—	+ 2.6	+ 1.7	+ 0.8	+ 0.6	—	+ 1.1	— 0.3	— 0.3	+ 0.5
0700	—	+ 0.1	+ 1.9	+ 1.0	+ 0.6	—	+ 1.7	+ 0.7	— 0.7	+ 0.3
0800	—	0.0	+ 1.1	+ 0.7	+ 0.7	—	+ 0.5	+ 0.4	— 0.6	— 0.4
0900	—	+ 0.5	+ 0.5	+ 0.5	— 1.2	—	+ 0.9	+ 1.4	+ 0.3	— 0.4
1000	—	+ 0.4	+ 1.1	+ 0.8	— 0.6	—	+ 2.2	+ 2.2	+ 0.5	+ 1.8
1100	—	+ 1.4	+ 1.5	+ 1.0	+ 0.8	—	+ 2.9	+ 2.0	+ 1.2	+ 2.5
1200	—	+ 1.8	+ 1.7	— 1.4	+ 1.5	—	+ 3.2	+ 3.3	+ 3.2	+ 3.8
1300	—	+ 2.3	+ 1.2	— 2.0	—	+ 2.4	+ 2.4	+ 3.3	+ 3.6	+ 3.5
1400	—	+ 1.7	+ 1.8	+ 2.9	—	+ 1.5	+ 1.9	—	+ 2.8	+ 2.4
1500	+ 1.2	+ 0.5	+ 1.0	+ 2.2	—	+ 0.6	0.0	+ 2.0	+ 1.9	+ 0.9
1600	+ 1.1	— 0.7	— 0.2	+ 2.4	—	— 1.1	— 0.8	— 0.6	— 0.5	— 1.0
1700	+ 0.3	0.0	- 1.0	+ 0.5	—	— 1.8	— 1.1	— 3.5	— 0.9	— 1.4
1800	- 0.7	- 0.4	— 1.2	— 0.2	—	— 2.5	— 1.2	— 2.3	— 0.7	— 2.0
1900	0.0	0.0	— 1.1	— 1.6	—	— 1.2	— 1.7	+ 0.3	— 2.5	— 1.7
2000	— 4.0	+ 0.2	— 0.2	— 1.2	—	— 1.5	— 0.9	— 2.8	— 2.7	— 1.5
2100	+ 1.0	+ 0.6	— 0.1	— 0.4	—	+ 1.2	+ 0.9	— 2.0	— 0.3	+ 0.7
2200	— 1.1	+ 0.3	+ 0.9	+ 0.3	—	+ 1.2	+ 1.1	+ 4.0	— 1.0	+ 0.5
2300	— 0.5	+ 0.3	+ 0.9	+ 0.3	—	+ 1.5	+ 1.5	+ 2.5	— 0.3	+ 1.5

we may regard the tidal system in this entire area as part of one loop of a standing wave. From the principle of conservation of mass, a knowledge of the mean amplitude of the tidal elevation over the area, and the geometry of the basin, the amplitude of the average (over the section) tidal current, and the time of maximum eastward flow may be obtained. The fact that the amplitude (1.2 cm/sec) and phase (3 hrs. Greenwich lunar time) of the tidal current as computed from the tidal elevation agree quite closely with the equivalent infinite channel velocity computed from the electrical measurements (0.9 cm/sec, 3 hrs. Greenwich lunar time) suggests that there is almost no shorting out due to the conduction of the bottom. In terms of order of magnitude one can say (using LONGUET-HIGGIN's formula) that the conductivity of the bottom between Halifax and Turks Island is not likely to be more than 2×10^{-5} (ohms-cm)$^{-1}$.

IV. Measurements on cables terminating at Horta and difficulties of interpretation.

Up to this point the story unfolds in comparatively simple, straightforward form, and then four months later when I made similar measure-

Potential Difference (volts).

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
+ 1.2	+ 1.1	+ 1.2	+ 0.7	+ 0.7	+ 0.7	+ 0.4	+ 0.5	+ 0.2	+ 0.9	+ 0.5
+ 1.2	+ 1.4	+ 1.2	+ 1.7	+ 0.8	+ 0.6	+ 0.4	+ 0.6	+ 0.5	— 0.2	+ 0.8
+ 1.2	+ 1.2	+ 1.5	+ 1.2	+ 0.8	+ 0.6	+ 0.4	+ 0.5	+ 0.6	+ 0.2	+ 1.0
+ 1.0	+ 1.0	+ 1.5	+ 1.0	+ 0.9	+ 0.7	+ 0.5	+ 0.5	+ 0.7	— 0.4	+ 0.2
+ 0.3	+ 1.0	+ 1.0	+ 0.5	+ 1.1	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.8	+ 0.7	+ 0.7	0.0
+ 0.7	+ 0.8	+ 0.7	+ 0.7	+ 1.2	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.7	+ 0.9	+ 1.5	+ 0.5
+ 0.4	+ 0.5	+ 0.7	+ 0.1	+ 1.0	+ 0.7	+ 2.8	+ 1.2	+ 0.8	+ 1.1	+ 0.7
— 0.4	+ 0.2	— 0.4	— 0.2	+ 0.5	— 0.1	+ 0.5	+ 1.0	+ 0.7	+ 0.8	+ 0.8
— 0.4	+ 0.2	— 0.4	+ 0.5	+ 0.3	— 0.2	— 0.1	+ 0.8	+ 0.5	+ 0.6	+ 0.8
— 0.5	+ 0.4	+ 0.3	+ 0.8	0.0	— 0.2	+ 0.9	+ 1.0	+ 0.6	+ 0.7	+ 1.0
+ 1.1	+ 1.0	+ 1.0	+ 2.1	+ 1.1	+ 0.7	+ 0.7	+ 1.0	+ 1.0	+ 1.0	+ 1.7
+ 1.7	+ 1.3	+ 2.0	+ 2.8	+ 1.0	+ 2.5	+ 1.0	+ 1.8	+ 1.2	+ 0.9	+ 1.8
+ 2.5	+ 2.5	+ 4.5	+ 2.0	+ 1.7	+ 1.8	+ 1.4	+ 1.8	+ 2.0	+ 1.7	+ 1.5
+ 2.5	+ 1.5	+ 3.5	+ 1.5	+ 1.4	+ 2.2	+ 0.8	+ 1.2	+ 1.5	+ 1.6	+ 1.1
+ 1.2	+ 3.2	+ 2.0	+ 1.1	+ 1.8	+ 2.2	+ 0.6	— 0.5	—	+ 1.5	+ 1.0
+ 0.3	+ 2.2	+ 1.1	+ 0.1	+ 0.8	+ 1.0	+ 0.4	— 0.6	+ 0.3	+ 1.2	+ 1.0
— 1.1	+ 0.7	— 0.4	— 1.0	+ 0.8	— 0.2	+ 0.5	— 0.8	— 0.5	— 0.5	—
— 1.2	— 1.5	— 1.5	— 1.0	+ 1.0	+ 0.1	— 0.2	+ 0.4	— 0.7	— 1.0	—
— 1.1	— 1.5	— 1.2	— 0.9	+ 0.6	— 0.3	— 1.1	+ 0.3	— 1.0	— 1.3	—
— 1.7	— 1.3	— 1.9	— 1.0	— 0.4	+ 0.5	+ 1.3	— 1.0	+ 0.2	— 0.4	—
— 0.5	— 1.2	— 1.3	— 0.9	— 0.7	+ 2.0	+ 1.5	— 0.2	— 0.1	— 1.0	—
— 0.1	— 0.7	0.0	+ 0.6	— 0.5	— 0.5	+ 0.7	+ 1.0	+ 0.7	+ 0.6	—
+ 0.8	0.0	— 0.4	+ 0.8	— 0.1	+ 1.5	+ 1.3	+ 0.4	+ 1.5	+ 1.9	—
+ 1.5	+ 0.2	— 1.2	+ 1.0	+ 0.5	+ 0.8	+ 0.9	+ 1.0	+ 1.0	+ 1.6	—

ments at Horta, in the Azores, the interpretation of the results was more complex. In the measurements made on the other cables the chief feature is a solar fluctuation. Thus, for example, the Horta-St. Vincent potential difference is at a maximum near local noon, and there is another much weaker maximum near midnight. This feature is a very common one on the North-South components of the potential gradient associated with earth currents measured at continental earth current observatories and is not connected with deep sea tides (Rooney, 1939). If an average of this solar variation is obtained over seven days and then this hourly solar average is subtracted from each observation the residual curve, when plotted, shows a pronounced semidiurnal lunar period which can be seen by eye. In order to obtain the mean amplitude and phase of the semidiurnal lunar component, an average of the residuals for each lunar hour is computed. The data have not been subjected to any more sophisticated harmonic analysis because the duration of each series of observations is quite short by earth current observatory standards. On the other hand, the duration is quite long by oceanographic anchor station standards.

The use of tidal elevations to obtain indirect information about the tidal currents is not so simple in the case of these sections. Defant (1932)

Table III. *Horta-Saint Vincent Potential Difference (volts).*

GMT	June 20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	July
0000	—	—0.8	—0.2	—0.2	—0.2	—0.4	+0.2	0.0	+0.2	0.0	0.0	—1
0100	—	—0.8	—0.4	—0.4	—0.4	—1.0	+0.2	0.0	+0.6	+0.6	—0.6	+0
0200	—	—1.0	—0.8	—1.2	—0.8	—1.4	—0.4	—0.2	+0.4	0.0	+0.2	+0
0300	—	—1.2	—0.8	—1.0	—1.4	—1.6	—0.6	—0.4	+0.4	—0.4	+2.0	+0
0400	—	—0.6	—0.8	—1.0	—1.6	—1.4	—0.6	—0.8	—0.4	—0.8	+0.6	+0
0500	—	—0.3	0.0	—0.6	—1.6	—1.4	—0.6	—1.2	0.0	—1.0	+1.4	+0
0600	—	—0.3	—0.8	—0.2	—0.8	—0.6	—0.8	—1.4	—0.2	—1.2	+1.0	+0
0700	—	+0.2	—0.4	—0.2	—0.6	—0.6	—0.6	—1.2	—1.6	—2.0	—0.2	—1
0800	—	0.0	—0.4	—0.4	0.0	—0.6	—0.6	—1.2	—1.6	—3.0	—3.0	—2
0900	—	+0.2	0.0	0.0	+0.2	—0.2	0.0	—0.6	—1.2	—3.2	—0.3	—0
1000	—	+0.8	+1.2	+1.0	+1.2	+1.4	+1.0	+0.6	+0.2	+0.6	—0.6	—1
1100	—	+1.0	+1.2	+1.8	+2.2	+2.4	+2.4	+2.0	+2.0	+3.0	—0.6	—1
1200	—	+1.0	+1.8	+1.6	+2.4	+2.4	+3.0	+3.0	+3.6	+2.2	+0.6	+2
1300	+1.8	+1.0	+2.0	+1.6	+2.0	+2.2	+2.8	+3.2	+4.8	+3.2	+2.0	+2
1400	+2.5	+0.2	+0.6	+1.2	+0.4	+1.4	+1.8	+3.2	+4.2	+5.8	+3.4	+2
1500	+2.2	+0.4	+1.4	+0.4	+0.8	+1.4	+0.6	+2.2	+2.0	+2.2	+3.8	+2
1600	+2.2	+0.6	0.0	+0.6	+0.4	+0.4	—0.2	+0.8	+0.8	+1.2	+2.0	+2
1700	+2.6	+1.2	—0.2	+0.2	+0.6	—0.2	—0.6	—0.2	—0.4	0.0	+0.4	+1
1800	+2.4	+1.0	0.0	+0.6	+0.6	—0.6	—0.6	—1.0	—1.2	—0.4	—1.0	+0
1900	+1.8	+0.4	—0.4	0.0	+0.6	—0.6	—0.4	—2.0	—1.6	—2.0	—1.8	—
2000	—0.8	—1.0	0.0	—0.4	—1.0	—0.2	—0.8	—2.2	—1.6	—2.6	—3.2	—
2100	—3.6	+0.6	+0.4	0.0	—0.2	—0.2	—0.8	—2.2	—1.2	—3.0	—2.8	—
2200	—3.0	—1.4	—0.6	—0.2	+0.6	+0.4	0.0	—3.0	—0.6	—3.0	—2.0	—
2300	—2.6	—0.2	—0.4	—0.4	0.0	+0.2	0.0	0.0	0.0	—0.4	—0.6	—

has developed a tidal theory for the Atlantic Ocean which fits the observed phases and amplitudes of the semidiurnal tide at islands along the middle of the ocean. A comparison of the equivalent infinite channel velocity on the Horta-St. Vincent section with the tidal current from DEFANT's theory leads to results similar to those obtained on the Halifax-Bermuda-Turks Island section. Between St. Vincent and Horta the tide is apparently essentially a progressive wave moving in from the South Atlantic Ocean, and from DEFANT's tidal theory one would expect Horta to be most positive with respect to St. Vincent at 1 hr. Greenwich lunar time, the mean tidal velocity being 1.2 cm/sec. The electrical measurements yield 0 hrs. Greenwich lunar time, and an equivalent infinite channel velocity of 1.0 cm/sec.

To the west and north of Horta the character of the tide becomes more complex. STERNECK (DEFANT, 1932) has drawn a large amphidromic system in this area. The velocities and phases obtained from DEFANT's theory do not agree well in this area with the equivalent infinite channel velocities on either the New York-Horta or Horta-Porthcurno sections. In both cases the electrical signals are unaccountably weak. There have been so many approximations made in the reasoning leading up to these

Table IV. *Horta-Porthcurno Potential Difference (volts).*

GMT	June 21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	July 1
0000	—	+ 0.2	— 0.2	+ 0.8	+ 0.4	+ 0.2	+ 0.8	+ 0.2	— 0.2	— 0.2	— 0.4
0100	—	— 0.4	0.0	— 0.2	0.0	+ 0.2	+ 0.2	+ 0.2	— 0.2	— 0.8	— 0.6
0200	—	— 0.4	0.0	0.0	+ 1.0	+ 0.4	+ 0.6	+ 0.2	— 0.2	— 1.2	— 0.8
0300	—	— 0.4	0.0	+ 0.4	+ 0.8	+ 0.4	+ 0.4	+ 0.6	0.0	+ 2.4	— 0.4
0400	—	— 0.4	+ 0.4	— 0.2	0.0	+ 0.2	+ 0.2	— 0.2	+ 0.2	+ 2.0	+ 0.6
0500	—	— 0.4	+ 0.2	+ 0.8	0.0	0.0	0.0	+ 0.2	+ 0.6	— 0.4	— 0.4
0600	—	0.0	+ 0.2	+ 0.6	+ 0.2	— 0.2	0.0	+ 0.4	+ 0.2	+ 0.8	— 0.4
0700	—	— 0.6	+ 0.2	— 0.2	+ 0.2	— 0.2	0.0	0.0	0.0	— 0.6	+ 0.8
0800	—	0.0	+ 0.2	— 0.2	0.0	— 0.2	+ 0.2	0.0	+ 0.2	— 0.6	+ 1.0
0900	—	+ 1.4	+ 0.2	0.0	+ 0.4	— 0.4	+ 0.2	0.0	+ 2.6	— 0.2	+ 1.0
1000	—	— 0.4	+ 0.4	+ 0.2	0.0	0.0	— 0.6	+ 0.2	+ 2.2	+ 1.4	+ 0.8
1100	—	— 0.6	0.0	0.0	— 0.2	+ 0.4	— 0.4	0.0	— 2.0	+ 0.2	+ 2.2
1200	+ 0.8	+ 1.0	— 0.4	— 0.4	— 0.4	— 0.4	0.0	— 0.6	— 1.8	+ 0.4	+ 1.6
1300	0.0	— 0.4	+ 0.2	— 0.4	— 0.6	— 0.4	+ 0.2	— 0.2	— 0.8	0.0	— 2.4
1400	— 0.4	+ 0.8	— 0.2	0.0	— 0.8	— 0.4	— 0.2	— 0.4	— 1.8	— 0.4	— 0.8
1500	— 1.0	— 0.8	— 0.2	— 0.2	+ 0.2	— 0.8	— 0.4	— 0.2	+ 2.2	+ 1.6	0.0
1600	— 0.8	— 1.4	— 0.8	— 0.2	0.0	— 0.8	0.0	— 0.4	+ 1.2	—	— 1.0
1700	— 0.8	—	— 0.8	— 0.2	— 1.0	— 1.2	— 1.0	— 0.4	+ 1.2	—	+ 0.8
1800	— 2.0	—	— 0.8	— 1.4	— 1.0	— 1.2	— 0.8	— 0.2	— 1.0	+ 2.8	+ 0.4
1900	— 1.4	— 0.4	— 0.4	— 1.4	— 1.0	— 1.4	— 0.8	— 1.0	+ 1.4	— 2.2	—
2000	+ 0.8	— 0.8	+ 0.2	+ 0.6	— 0.2	— 0.8	— 0.6	— 1.0	— 0.6	— 1.6	
2100	0.0	— 0.4	+ 0.2	— 0.4	+ 0.2	— 0.4	— 1.0	— 1.0	+ 2.8	— 0.4	—
2200	0.0	— 0.6	+ 0.8	+ 0.6	+ 0.4	0.0	— 1.0	— 0.4	+ 0.2	+ 1.2	—
2300	+ 1.0	+ 0.8	+ 0.8	+ 0.6	0.0	— 0.6	+ 1.0	— 0.4	+ 0.2	— 0.2	—

discrepancies, that one would be reckless to pursue the matter further. It would be interesting, however, to see whether alternative cotidal charts might be drawn which agree better with the electrical data. Up to this point no mention has been made of the data obtained from serial current observations at anchor stations.

V. Comparison with anchor station data.

The most up-to-date summary of the results of anchor stations in the North Atlantic is that given by VON SCHUBERT (1944) in his report on the two last Meteor anchor station data. Most of the anchor stations in the North Atlantic were occupied for a very short time, or were made so near to the coast as to be of doubtful applicability to the deep ocean, or else the measurements were confined to only the upper layers. In the case of the section between New York and Horta there are three anchor stations near enough to the section to permit comparison with the equivalent infinite channel velocity. The semidiurnal tidal component of current observed at these stations was used to compute the velocity normal to each section and the Greenwich lunar time of maximum flow.

Table V. *Horta-Halifax Potential Difference (volts).*

GMT	June 25	26	27	28	29	30	July 1
0000	—	— 0.4	+ 0.6	— 0.4	+ 0.6	+ 0.4	— 0.4
0100	—	0.0	+ 1.4	— 0.4	+ 0.2	0.0	— 0.2
0200	—	0.0	+ 0.4	— 0.4	+ 0.2	— 2.8	— 1.0
0300	—	0.0	+ 0.2	+ 0.4	+ 0.4	— 2.0	— 1.2
0400	—	+ 0.2	0.0	— 0.2	+ 0.4	— 2.4	— 1.8
0500	—	0.0	— 0.2	+ 0.2	+ 0.2	— 0.2	— 2.4
0600	—	0.0	0.0	+ 0.2	+ 0.4	— 2.6	0.0
0700	—	0.0	+ 0.2	+ 0.4	+ 0.6	+ 1.2	+ 0.2
0800	—	0.0	+ 0.4	+ 0.6	+ 1.6	— 2.8	+ 0.8
0900	—	— 0.4	— 0.2	— 0.2	— 1.2	— 1.0	— 0.6
1000	—	— 1.4	— 1.0	— 1.0	— 5.2	— 1.0	+ 0.4
1100	—	— 1.8	— 1.6	— 2.4	— 1.2	— 1.6	— 3.2
1200	—	— 1.8	— 2.4	— 3.4	— 2.4	— 2.0	— 2.2
1300	— 0.4	— 1.2	— 2.6	— 3.2	— 3.4	— 2.0	— 0.4
1400	— 0.2	— 0.8	— 2.0	— 1.4	— 6.0	— 2.0	— 0.4
1500	+ 0.8	— 0.6	— 2.2	— 0.2	— 0.2	— 3.0	— 1.4
1600	+ 1.8	+ 2.0	+ 0.8	+ 1.6	+ 1.6	—	— 0.6
1700	+ 2.4	+ 2.4	+ 1.8	+ 3.2	+ 3.6	—	+ 0.6
1800	+ 2.4	+ 4.0	+ 3.6	+ 2.8	+ 3.4	+ 1.0	+ 1.6
1900	+ 2.2	+ 4.2	+ 3.8	+ 3.4	—	+ 1.2	—
2000	+ 1.2	+ 3.2	+ 3.8	+ 2.6	+ 3.0	+ 0.8	—
2100	— 0.2	+ 1.8	—	+ 1.6	+ 1.4	+ 1.4	—
2200	— 1.2	+ 0.6	+ 1.2	+ 0.2	+ 1.0	— 0.2	—
2300	— 1.0	+ 1.2	— 1.0	+ 0.8	+ 0.4	— 0.4	—

The tidal velocities obtained from anchor stations are from two to ten times greater than those obtained from DEFANT's tidal theory, which in turn are ten times greater than those indicated electrically. Between Horta and St. Vincent there are two anchor stations, each of which yields tidal velocities ten times those indicated by tidal theory and electrically.

VI. Conclusion.

In summary, then, one can make the following remarks regarding these measurements: the observed lunar semidiurnal component of electrical potential difference between Halifax and Turks Island, and also between Horta and St. Vincent agrees with what would be expected from the tidal currents deduced from existing tidal theory in the North Atlantic. In these two cases the conductivity of the bottom appears to be low enough to have little short circuiting effect. An exact comparison is not possible because of the lack of a theory taking into account the complex geometry of the ocean basin. On the cables from New York to Horta, and Horta to Porthcurno the voltages measured are much less than anticipated from tidal theory. It is possible (but not in any

Table 2.—Electrical Data and Theoretical Calculations of Semidiurnal Tidal Current.

Points of measurement	Electrical data: Semi-diurnal potential (volts)	Electrical data: G. L. T. of max. pot. (hrs.)	Electrical data: Velocity in equivalent infinite channel (cm/sec)	Theoretical tidal current: G. L. T. of max. velocity (hrs.)	Theoretical tidal current: Velocity (cm/sec)	Method	Tidal components of nearby anchor stations: Station	Depth (meter)	Velocity component normal to section (cm/sec)	G. L. T. of max.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Halifax-Turks Is. Mean $H_z = 0.47$ Distance between 2800 km	1.2	3	0.9 E	3	1.2	Standing wave theory gives mass transport across Halifax-Turks Is. line	None			
New York-Horta Mean $H_z = 0.47$ Distance between 3500 km	0.4	11	0.24 N by E	1	2.5	DEFANT's 1933 tidal theory of N. A. tides. Section 11	Michael Sars 58	15	24	11
							Meteor 438	300 — 800	5	4
							Altair	300 — 800	7	0
Horta-St. Vincent Mean $H_z = 0.29$ Distance between 2000 km	0.6	0	1.0 E by N	1	1.2	DEFANT 1933, Section 16, amplitude reduced by 0.5 times because of stream ellipse eccentricity. Phase of E by N direction of flow	Armauer Hansen E	300 — 1000	10	2
							Meteor 214	100 — 1000	10	11
Horta-Porthcurno Mean $H_z = 0.41$ Distance between 2000 km	0.4	2	0.5 NNW	0	2.6	DEFANT 1933, Section 6, amplitude reduced by 0.8 times. Phase of NNW direction of flow	None			

sense proved) that the discrepancy is due to inadequacies in the tidal theory. Finally, neither tidal theory nor electrical measurement agree with the few observations made at anchor stations.

Acknowledgments.

The cable between New York and Horta belongs to the Western Union Telegraph Company, the cables between Halifax, Bermuda, Turks Island, Horta, St. Vincent, and Porthcurno to Cable and Wireless Ltd; it scarcely needs to be said that I could not have made these measurements without the generous cooperation of these two companies. I have had an enormous amount of assistance and advice from the local managers, engineers and their staffs. In particular I am indebted to Mr. J. A. Smale, Engineer-in-Chief of Cable and Wireless Ltd, and Mr. C. S. Lawton, General Plant Engineer of Western Union Telegraph Company.

References.

Defant, A.: Die Gezeiten und inneren Gezeitenwellen des Atlantischen Ozeans. Deutsche Atlant. Exped. „Meteor", 1925–27, Wiss. Erg. **7** (1), 318 (1932).

Longuet-Higgins, M. S.: The electrical and magnetic effects of tidal streams. Mon. Not. R. astr. Soc., Geoph. Suppl. **5** (8), 285–307 (1949).

Rooney, W. J.: Chap. 6, Earth-Currents. In: Terrestrial Magnetism and Electricity, Physics of the Earth Series VIII, National Research Council, Jno. A. Fleming, Ed. 270–307 (1939).

von Schubert, O.: Ergebnisse der Strommessungen und der ozeanographischen Serienmessungen auf beiden Ankerstationen der zweiten Teilfahrt. Ergebn. D. Nordatlant. Exped. 1937 und 1938. 1. Lief. Ann. Hydrogr. Marit. Meteorol. **72** (Januar-Beiheft), 1–74 (1944).

551.464:551.573:551.577.21

(Institut für Meereskunde der Universität Kiel.)

Gesetzmäßige Wechselbeziehungen zwischen Ozean und Atmosphäre in der zonalen Verteilung von Oberflächensalzgehalt, Verdunstung und Niederschlag.

Von

G. Wüst.

Mit 5 Textabbildungen.

„So erkennen wir, wie Ozean und Atmosphäre zusammenwirken und wie beide als äußere Hüllen des Erdkörpers sich gegenseitig beeinflussen und eine innere Einheit in ihrer Struktur und in ihren Bewegungen bilden."

A. Defant in „Der Seewart" 1937.

Zusammenfassung. Unter Verwertung neuerer kritischer Arbeiten über den Niederschlag N, die Verdunstung V und den Oberflächensalzgehalt S werden neue Fünfgradzonen-Mittelwerte für das ganze Weltmeer berechnet, die eine Verfeinerung unserer bisherigen Arbeiten darstellen und zu neuen Mittelwerten des Salzgehaltes und des Wasserhaushaltes des Weltmeeres führen. Diese tabellarischen Grundlagen gestatten es, die mathematischen Beziehungen zwischen den drei unabhängigen Variablen V, N und S neu zu formulieren und auf alle Fünfgradzonen des Weltmeeres (mit Ausnahme der Polarmeere) auszudehnen, wodurch frühere Ergebnisse des Verfassers erweitert und modifiziert werden. Die neuen Gleichungen für die mittleren jährlichen Verdunstungshöhen V' in den nördlichen Zonen (70° N bis 10° N) und V'' in den südlichen (60° S bis 10° N) des Weltmeeres lauten: $V' = 66{,}7\ (S - 34{,}47) + N \pm 7$ cm und $V'' = 80{,}0\ (S - 34{,}92) + N \pm 8$ cm. Die Straffheit der beiden Beziehungen, welche die Zonenwerte von V mit einem mittleren Fehler von nur $\pm$ 7% bzw. 8% aus den Faktoren S und N zu berechnen gestatten, ist nicht nur eine Stütze für die neuen Grundwerte des Wasserhaushaltes des Weltmeeres, sondern läßt auch die fundamentalen planetarischen Gesetzmäßigkeiten in dem Zusammenwirken von Ozean und Atmosphäre im Sinne von A. Defant klar erkennen und dabei die stärkeren kontinentalen Einflüsse als modifizierende Faktoren in der Nordhälfte des Weltmeeres hervortreten. Die Notwendigkeit verbesserter und erweiterter

meteorologischer Beobachtungen auf See für alle Elemente des Wärme- und Wasserhaushaltes wird erneut betont.

Summary. By evaluating recent critical investigations on precipitation N, evaporation V, and surface salinity S new mean values for five-degree zones of the oceans are calculated representing an improvement of hitherto known data and leading to new mean values of the salinity and water-balance of the oceans. Starting from this numerical basis the mathematical relations between the three independent variables V, N, S can be formulated in a new way and extended to all five-degree zones of the oceans (with the exception of the Polar oceans); former results of the Author are thereby enlarged and modified. The new equations for the mean annual evaporation heights V' in the northern zones (70° N to 10° N) and V'' in the southern ones (60° S to 10° N) of the ocean are: $V' = 66.7\ (S - 34.47) + N \pm 7$ cm, and $V'' = 80.0\ (S - 34.92) + N \pm 8$ cm. Both relations are so strict as to allow the calculation of the zonal values V from the factors S and N with an average error of $\pm$ 7 to 8 per cent only, thereby not only indicating the reliability of the new values of the oceanic water-balance, but also rendering obvious the fundamental planetary laws of interaction between ocean and atmosphere in the sense of A. Defant. Moreover, the stronger continental influences of the northern half of the oceans are shown as modifying factors. Necessity of improved and enlarged meteorological observations on sea comprising all elements of heat and waterbalance is once more emphasized.

Résumé. Utilisant de nouvelles recherches critiques concernant les précipitations N, l'évaporation V et la salinité des eaux de surface S, l'auteur calcule des valeurs moyennes de salinité de zones de cinq degrés des eaux océaniques propres à préciser nos connaissances de la salinité moyenne et de l'économie aqueuse de l'ensemble des mers. Ces bases quantitatives permettent de formuler à nouveau les relations mathématiques entre les trois variables V, N et S et de les étendre à toutes les zones de cinq degrés du globe (à l'exception des mers polaires), ce qui permet de modifier et d'élargir les précédents résultats de l'auteur. Les nouvelles équations donnant la hauteur moyenne d'évaporation annuelle V' des zones septentrionales (70° N à 10° N) et V'' des zones méridionales (60° S à 10° N) s'écrivent: $V' = 66{,}7\ (S - 34{,}47) + N \pm \pm 7$ cm., et $V'' = 80{,}0\ (S - 34{,}92) + N \pm 8$ cm. La rigueur des deux relations, qui permettent de calculer V par zones avec une erreur moyenne de $\pm$ 7 à 8% seulement à partir des facteurs S et N, ne constitue pas seulement une base solide de calcul de l'économie aqueuse des océans, mais fait également apparaître le rapport fondamental planétaire des échanges entre l'océan et l'atmosphère dans le sens de A. Defant, tout en soulignant clairement les influences continentales prédominantes comme facteurs modificateurs dans l'hémisphère nord. On rappelle la nécessité d'observations meilleures et plus étendues de tous les éléments du bilan thermique et aqueux sur la mer.

I. Vorbemerkungen.

Bereits in zwei früheren Arbeiten [*1*, *2*] hat der Verfasser zeigen können, daß die merkwürdige zonale Verteilung des Oberflächensalzgehalts S in den Ozeanen in enger, ja gesetzmäßiger Beziehung steht zu den Zonenwerten der Differenz Verdunstung minus Niederschlag ($V - N$), insofern man sich auf die Zonen zwischen 40° N und 50° S beschränkt und auch die äquatoriale Zone 0° bis 10° N außer Betracht läßt. Mit ausreichender

Annäherung hat sich diese Beziehung innerhalb der so begrenzten Bereiche durch eine einfache lineare Gleichung von der Form

$$S = a + b\,(V - N)$$

darstellen lassen, worin die Beiwerte a und b keine physikalisch zu begründende, sondern empirisch aus den Beziehungsgeraden zu ermittelnde Größen bedeuten. 1936 haben wir dargelegt, daß der Beiwert a in den einzelnen Ozeanhälften einen verschiedenen Betrag besitzt und daß er nur innerhalb dieser als praktisch konstant gelten kann. Im Nordatlantischen Ozean zeigt die Größe a eine starke positive, im Nordpazifischen eine starke negative Anomalie, was wahrscheinlich mit den verschiedenartigen Wirkungen von Zirkulation und Vermischung, im besonderen mit der unterschiedlichen Entwicklung des subpolaren Zwischenwassers in den beiden Ozeanhälften in Zusammenhang steht. Auf Grund der damals verfügbaren Unterlagen sind wir 1936 zu dem Schluß gekommen, daß sich in den Breitenmitteln von S, V und N für das *gesamte* offene Weltmeer (zwischen 40° N und 50° S) diese entgegengesetzten Salzgehaltsanomalien des Nordatlantischen und des Nordpazifischen Ozeans weitgehend aufheben und daß in diesem speziellen Falle im Koordinatensystem $S/(V - N)$ alle Punkte der Nord- und Südbreiten (mit Ausnahme von 5° N) eine langgestreckte Punktwolke bilden, durch welche *eine* Beziehungsgerade gelegt werden kann. In erster Annäherung hat die damalige Bearbeitung, die sich auf interpolierte, zum Teil noch ziemlich hypothetische 5°-Breitenwerte von S, V und N stützen mußte, für das offene Weltmeer zwischen 40° N und 50° S zu einer einheitlichen Gleichung von der Form

$$S = 34{,}60 + 0{,}0175\,(V - N)$$

geführt. Die höheren Breiten und die äquatoriale Zone waren damals bei der Aufstellung dieser Gleichung nicht berücksichtigt, da für diese Zonen die Punkte zu stark herausfielen, und angenommen werden mußte, daß andere Faktoren (im N und S besonders die Eisschmelze) störend eingreifen. Aber auch innerhalb dieses begrenzten Bereiches (40° N bis 50° S) war die Streuung der Punkte um die Beziehungsgerade noch ziemlich beträchtlich. Inzwischen sind in den letzten vier Jahren einige wichtige kritische Untersuchungen über die Niederschlagsverteilung, den Wärmehaushalt und das Problem der Verdunstung auf dem Weltmeer, besonders in Beiträgen von Albrecht [*3*, *4*, *5*], Möller [*6*], Sverdrup [*7*], Jacobs [*8*] und Reichel [*9*] erschienen, die im folgenden eine Erweiterung und Verfeinerung der genannten früheren Arbeiten über die Beziehungen zwischen S und $(V - N)$ gestatten.

II. Zonale Verteilung des Niederschlags N.

Wir erwähnen zunächst die schönen neuen flächentreuen „Vierteljahrskarten des Niederschlags für die ganze Erde", die F. Möller [*6*] in „Petermanns Mitteilungen" mit Isohyeten für 25, 50, 100, 200, 400, 600 und 1000 mm hat erscheinen lassen. Die Isohyetendarstellung in

diesen Karten beruht, was die Ozeane anlangt, auf einer geophysikalisch sinnvollen Reduktion der Vierteljahrssummen an den Inselstationen und einer kritischen Auswertung der Niederschlagshäufigkeiten für die Vierteljahre auf Grund des „Atlas of climatic charts of the oceans" von McDonald [*10*]. Es ist vom Verfasser seit 1922 immer wieder betont worden, daß die aus den älteren Regenkarten von Schott-Meinardus [*11*, *12*] abgeleiteten Zonen-Mittelwerte des Niederschlags, die in ihren Absolutbeträgen vornehmlich auf Messungen an Insel- und Küstenstationen beruhen, wegen des starken horizontalen Gradienten von den Küsten zur See beträchtlich — nämlich durchschnittlich um etwa $^1/_4$ — verringert werden müssen, wenn man sie mit den tatsächlichen Niederschlagsverhältnissen in den weiten Räumen des offenen Weltmeeres annähernd in Einklang bringen will. Nach anfänglicher Ablehnung, so z. B. in Hann-Süring [*13*], haben sich wohl alle neueren Autoren für eine solche fühlbare Reduktion ausgesprochen. Schott [*14*] selber hat 1942 in der 2. Auflage seiner „Geographie des Atlantischen Ozeans" die Regenhöhen seiner früheren Niederschlagskarte, wie er sagt, „vielfach und zum Teil erheblich" — schätzungsweise um 20 bis 25% — reduziert. Jacobs [*8*] hält in seiner 1951 erschienenen Untersuchung über den Energieaustausch zwischen Ozean und Atmosphäre folgende Reduktionen der aus der Welt-Regenkarte von Meinardus [*12*] folgenden Jahressummen für erforderlich: im Atlantischen und Indischen Ozean mit dem Faktor 0,70 bzw. 0,75, im Pazifischen Ozean — was sicher zu stark ist —, sogar mit 0,55. Reichel [*9*] kommt 1951 in seinem kritischen Beitrag zum „Stand des Verdunstungsproblems" zur Auffassung, daß die Werte von Meinardus [*12*] um 24% zu verringern sind. Eine Reihe weiterer Untersuchungen, so von Bergeron [*15*], Brogmus [*16*] u. a. haben neue Belege für den starken horizontalen Abfall des Niederschlags an und vor den Küsten gebracht, und es sei noch auf eine neuere Arbeit von Prager [*17*] hingewiesen, der festgestellt hat, daß auf den Feuerschiffen vor der holländisch-deutschen Nordseeküste im Jahresdurchschnitt nur 66% der Niederschlagsmenge und 75% der Niederschlagshäufigkeit, die an den Küstenstationen und nahen Landstationen beobachtet sind, gefunden werden. Schließlich hat Möller [*6*] vor der Konstruktion seiner Vierteljahrskarten diese Frage noch einmal von den verschiedenen Seiten her geprüft und sich dahin entschieden, die Niederschläge im indo-pazifischen Raum gegenüber Schott-Meinardus im Durchschnitt um etwa $^1/_5$, also um 20% zu vermindern, und zwar, wie er etwas unbestimmt sagt, „in den Tropen etwas mehr als in den höheren Breiten". Für den Atlantischen Ozean verwendet Möller die revidierte Karte von Schott 1942. Ein besonderes Gewicht für solche Reduktionen besitzen natürlich die direkten Regenmessungen auf Schiffen in offener See und wegen ihrer systematischen Anlage und der relativ günstigen Aufstellung der Regenmesser besonders die Messungen auf den „Meteor"-Profilen, die vom Verfasser [*18*] unter Vernachlässigung der jahreszeitlichen und unperiodischen Einflüsse in roher Annäherung zu Profil-Mittelwerten des Jahresniederschlags zusammengefaßt und den Ergebnissen aus den beiden Ausgaben der

atlantischen Regenkarte von SCHOTT gegenübergestellt sind. Aus den damaligen Kurven ersieht man, daß in den Breiten zwischen 20° und

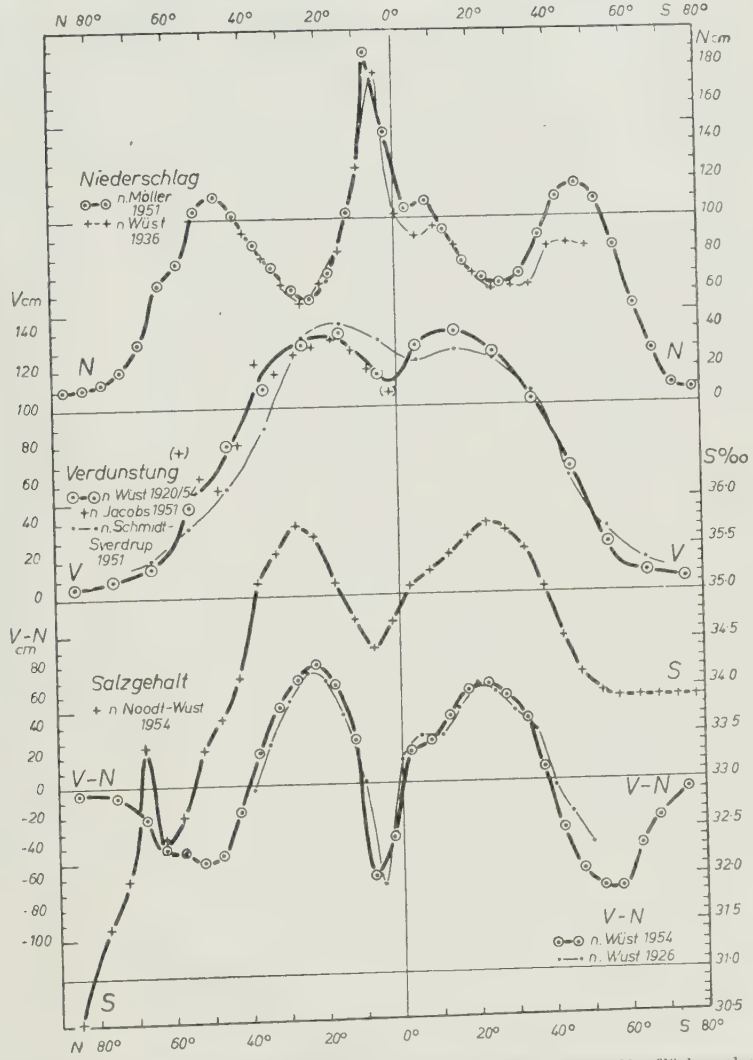


Abb. 1. Zonale Verteilung von Niederschlag N, Verdunstung V, $V-N$ und Oberflächensalzgehalt S im Weltmeer *einschließlich* der Nebenmeere (nach MÖLLER, JACOBS, SCHMIDT-SVERDRUP, NOODT und WÜST).

50° S die schematische Reduktion mit dem Faktor 0,72 an der Karte von SCHOTT (1926) und auch die etwas schwächere Reduktion von SCHOTT (1942) offenbar zu etwas zu niedrigen Zonenwerten führt, wodurch das sekundäre Regenmaximum in der südlichen Westwindzone zu stark ab-

Tabelle 1. *Fünfgradzonen-Mittelwerte des Niederschlags, der Verdunstung und des Oberflächen-Salzgehalts im Weltmeer (einschließlich Nebenmeere).*

Zone °	Areal 10^6 km²	Niederschlag[1] cm Jahr	Niederschlag[1] 10^3 km³ Jahr	Verdunstung[2] cm Jahr	Verdunstung[2] 10^3 km³ Jahr	$V - N$ cm Jahr	$V - N$ 10^3 km³ Jahr	Oberflächen-salzgehalt[3] ‰
N 90—85	0,98*	10*	0,1*	} (6)*	(0,2)*	(− 4)	(— 0,2)	} (30,5)*
85—80	2,55	11	0,3					
80—75	3,74	13	0,5	} (10)	(0,8)	(— 6)	(— 0,5)	(31,5)
75—70	4,41	19	0,8					(32,0)
70—65	2,46	34	0,8	12	0,3	—22	— 0,5	*33,41*
65—60	3,12	65	2,0	20	0,6	—45	— 1,4	32,35*
60—55	5,40	77	4,2	34	1,8	—43	— 2,3	32,65
55—50	5,53	105	5,8	55	3,1	—50*	— 2,8	33,40
50—45	6,61	*112*	7,4	66	4,4	—46	— 3,0*	33,68
45—40	8,41	102	*8,6*	84	7,1	—18	— 1,5	34,14
40—35	10,03	86	*8,6*	108	10,8	22	2,2	35,13
35—30	10,81	74	8,0	125	13,5	51	5,5	35,53
30—25	11,75	63	7,4*	132	15,5	69	8,1	*35,76*
25—20	13,35	57*	7,6	*137*	18,3	*80*	*10,7*	35,64
20—15	14,98	70	10,5	135	20,4	65	9,8	35,14
15—10	16,55	103	17,0	132	*21,8*	29	4,8	34,78
10— 5	16,63	*187*	*31,1*	126	21,0	—61*	— 10,2*	34,41*
5— 0	*17,39*	146	25,4	113*	19,7*	—33	— 5,7	34,73
N 90— 0	154,69	94,4	146,1	102,9	159,3	8,5	13,2	34,47
S 0— 5	16,79	105*	17,6*	125	21,0	20	3,4	35,09
5—10	16,90	*109*	*18,4*	137	23,2	28	4,8	35,25
10—15	17,21	94	16,2	*139*	*23,9*	45	7,7	35,43
15—20	16,15	76	12,3	137	22,1	61	9,8	35,62
20—25	15,45	68	10,5	133	20,6	*65*	*10,1*	*35,74*
25—30	15,44	65*	10,0*	123	19,0	58	9,0	35,68
30—35	15,78	70	11,0	110	17,4	40	6,3	35,46
35—40	16,48	90	14,8	96	15,8	6	1,0	35,04
40—45	15,83	110	*17,4*	78	12,3	—32	— 5,1	34,54
45—50	14,69	*117*	17,2	56	8,2	—61	— 8,9	34,14
50—55	13,39	109	14,6	39	5,2	—70	— 9,4*	33,94
55—60	12,01	84	10,1	12	1,4	—72*	— 8,7	33,9
60—65	10,30	53	5,5	10	1,0	—43	— 4,5	33,9
65—70	6,82	(29)	(2,0)	(9)	(0,6)	(—20)	(— 1,4)	(33,9)
70—75	2,60	(11)	(0,3)	} (6)*	(0,2)*	(— 4)	(— 0,1)	} (33,9)*
75—80	0,52*	(9)*	(0,0)*					
S 0—80	206,36	86,2	177,9	93,0	191,9	6,8	14,0	34,92
Weltmeer 90 N—80 S	361,05	89,7	324,0	97,3	351,2	$7,5_5$	27,2	34,73

[1] Niederschlag nach Möller (1951, Tabelle 1) durch Summation der Vierteljahrssummen.

[2] Verdunstung, vom Verfasser neu ermittelt durch graphische Interpolation aus den Fünfgradzonenwerten von Jacobs (1951, Fig. 7) und den

geschwächt wird. Bedenkt man anderseits, daß besonders infolge der schädlichen Windwirkungen Regenmessungen auf Schiffen die Tendenz haben, zu niedrige Werte zu ergeben, und daß trotz der von KUHLBRODT [*19*] angewandten Vorsicht bei der Auswertung der „Meteor"-Ergebnisse hierdurch Depressionen der Regensummen in den Profil- bzw. Zonenwerten von zirka 10% möglich bleiben, erscheint es heute vorsichtiger und wahrscheinlicher, den Reduktionsfaktor für den Niederschlag auf durchschnittlich 0,80, wie bei MÖLLER geschehen, zu fixieren. Wir übernehmen daher unverändert die neuen Fünfgradzonenwerte, die MÖLLER [*6*] durch Ausmessung der von den Isohyeten eingenommenen Areale aus seinen Karten für die vier Jahreszeiten berechnet hat, und erhalten durch Summation die neuen Jahressummen für alle Fünfgradzonen des Weltmeeres zwischen 90° N und 80° S, wobei die Werte für die polaren Zonen naturgemäß hypothetisch bleiben (Tabelle 1)[1]. Diese zonale Verteilung des Niederschlags auf dem Weltmeer nach MÖLLER ist in Abb. 1 durch Punktkreise graphisch dargestellt. Durch kleine Kreuze sind die Breitenwerte eingetragen, die wir 1936 aus den älteren Schottschen Regenkarten nach Reduktion mit 0,72 für jeden 5. Parallel zwischen 40° N und 50° S ermittelt hatten [*2*]. Während auf der Nordhemisphäre eine gute Übereinstimmung zwischen den beiden Berechnungen besteht, führen südlich 10° N die Möllerschen Karten vielfach zu merklich höheren Jahressummen des Niederschlags und auch zu einer geringen, aber bedeutungsvollen Nordwärtsverlagerung des absoluten Niederschlagsmaximums innerhalb der Zone 0° bis 10° N. Nach unseren bisherigen Darlegungen ist gar kein Zweifel, daß besonders in der südlichen Hälfte des Weltmeeres (d. h. südl. 10° N) durch MÖLLER eine wichtige Verbesserung der Grundwerte und allgemein eine festere Grundlage für Wasserhaushaltsbetrachtungen erzielt worden ist. Naturgemäß haften auch den neuen Werten noch mehr oder minder große Fehlerquellen an, und erst systematische Regenmessungen auf Wetterbeobachtungsschiffen und sonstigen Spezialschiffen werden gestatten, die Fehlerquellen solcher Regenkarten weiter einzuengen und exaktere Reduktionsfaktoren für die einzelnen Zonen anzugeben, insofern es gelingt, durch verbesserte Meß- und Aufstellungsmethoden die schädlichen Windeinflüsse praktisch auszuschalten. Unter Berücksichtigung der Zonenareale ergeben sich aus den Fünfgradzonenwerten MÖLLERS die in Tabelle 1 enthaltenen

[1] Aus einer brieflichen Mitteilung von Herrn Prof. Dr. MÖLLER ergeben sich folgende Berichtigungen für seine 1952 veröffentlichte Tabelle (*6*, S. 5):

Meer 40°—35° N: Dez.—Febr. 250 mm (statt 237),
Meer 35°—30° N: Sept.—Nov. 174 mm (statt 274).

Zu Tabelle 1:

Zehngradzonenwerten der Gefäßverdunstung von WÜST (1920, Tabelle 20), letztere reduziert mit dem Faktor 0,55 (vgl. Abb. 1).

[3] Salzgehalt, neu ermittelt von NOODT-WÜST (1954) aus den zum Teil ergänzten Salzgehaltskarten von G. SCHOTT (1935), G. BÖHNECKE (1936) und SVERDRUP (1946) unter Einbeziehung aller Nebenmeere.

* Minima, kursiv Maxima, eingeklammerte Werte hypothetisch.

neuen Gesamtmittel des Niederschlags für die beiden Hemisphären und das gesamte Weltmeer. Der neue Endwert für das gesamte Weltmeer mit einer Regenhöhe von 89,7 cm/Jahr liegt um rund 9% höher als der vom Verfasser 1936 berechnete Wert von 82 cm/Jahr.

III. Zonale Verteilung der Verdunstung *V*.

Von dem bereits für den Niederschlag in erster Annäherung erreichten Ziel, geophysikalisch brauchbare, d. h. zahlenmäßig auswertbare Verteilungskarten für das ganze Weltmeer zu entwerfen, ist man hinsichtlich der Größe der ozeanischen Verdunstung noch weit entfernt trotz aller interessanten Versuche von Albrecht [*5*] und Jacobs [*8*], solche Verdunstungskarten mittels Formeln aus klimatologischen Mittelwerten und aus Wärmehaushaltsbetrachtungen zu berechnen. Es spricht manches dafür, daß auch in Zukunft die Grundlagen solcher Karten der regionalen Verteilung im wesentlichen aus der direkten Verdunstungsbeobachtung gewonnen werden müssen, natürlich nach Anbringung der aus den Aufstellungs- und Gefäßeinflüssen folgenden starken Reduktionen, die zwar mehr oder minder den Charakter von Abschätzungen haben. Die Zahl der direkten Gefäßmessungen ist leider heute noch so gering, daß aus ihnen nur angenäherte Mittelwerte für die einzelnen Zonen des Weltmeeres abgeleitet werden können. Aber auch die indirekten Methoden, wie die Berechnung aus Energiebetrachtungen oder aus meteorologischen Faktoren oder aus Grenzschichtsbetrachtungen (Jacobs, Albrecht, Sverdrup) können heute nur zu groben Zonenmittelwerten führen, deren mittlere Fehler wahrscheinlich ebenfalls noch $\pm$ 15% erreichen können. Denn bei der Festlegung der verschiedenen Koeffizienten bzw. Reduktionsfaktoren bleibt in solchen Berechnungen dem Bearbeiter heute vielfach noch ein größerer Spielraum, d. h. in all den unvermeidlichen Abschätzungen steckt ein subjektives Moment. Durch diese allgemeinen Bemerkungen soll nicht der Wert von Energie- und Grenzschichtsbetrachtungen herabgesetzt, sondern nur angedeutet werden, daß wir in bezug auf den geophysikalisch so wichtigen Faktor der Verdunstung noch in den Anfängen stehen, daß jede der genannten Methoden in einzelnen Punkten angreifbar ist und heute noch nicht entschieden werden kann, welche überlegen ist. Die Aufgabe kann es jetzt nur sein, durch eine vergleichende Analyse der verschiedenen, mehr oder minder voneinander unabhängigen Methoden zu einer gewissen Einengung der Fehlergrenzen der Endsummen für das ganze Weltmeer zu gelangen. Diese Aufgabe haben sich die beiden gleichzeitig erschienenen kritischen Untersuchungen von Sverdrup [*7*] und von Reichel [*9*] gestellt, und wir wollen uns hier nur auf die Mitteilung der Hauptergebnisse dieser wichtigen Arbeiten beschränken. Aus der vergleichenden Betrachtung der Methoden und Ergebnisse von Albrecht [*3, 4, 5*], Jacobs [*8*] und Wüst [*1, 2*] folgert schließlich Reichel [*9*], daß die vom Verfasser 1920 abgeleiteten Werte der Gefäßverdunstung besser mit dem Faktor 0,55 zur Erzielung angenäherter Absolutwerte zu reduzieren sind als mit dem Faktor 0,53, wie 1936 geschehen. Der Unterschied ist geringfügig und liegt ganz inner-

halb der Fehlergrenzen. Um aber eine bessere innere Übereinstimmung mit den anderen Posten der Grundgleichung des Wasserhaushalts des Weltmeeres $V_M = N_M + A_L$, worin A_L den Abfluß vom Lande, V_M und N_M Verdunstung und Niederschlag des ganzen Weltmeeres bedeuten, zu erzielen, haben wir nunmehr diesen Faktor 0,55 akzeptiert und die Zehngradzonenwerte entsprechend berechnet und als Punktkreise in Abb. 1 eingetragen. Die Kreuze bezeichnen die mittleren Fünfgradzonenwerte, die JACOBS [*8*] für die Nordhälften des Atlantischen und des Pazifischen Ozeans durch Berechnung aus klimatologischen Mittelwerten und durch Reduktion der so erhaltenen Werte mittels Kontrollrechnungen über den Wärmeumsatz erhalten hat. Sehen wir von dem Wert für 55° bis 60° N, den JACOBS [*8*, S. 46] selbst als fraglich ansieht, und von dem auffallend niedrigen Wert für 0° bis 5° N ab, so führen beide Methoden zu einer bemerkenswerten Übereinstimmung, welche für 55° bis 5° N die Konstruktion einer Mittelkurve, d. h. eine graphische Ausgleichung gestattet. Diesen beiden Wertereihen stellt SVERDRUP [*7*] eine weitere gegenüber, die in unserer Abb. 1 durch die kleinen Punkte und die feine Kurve dargestellt ist. Sie beruht auf einer Berechnung der Verdunstung aus dem Wärmehaushalt nach den von SCHMIDT [*20*] bereits 1915 entwickelten Methoden mit einer gewissen Modifikation, die sich aus der neuen Anwendung der sog. Bowen-Formel durch SVERDRUP [*7*] ergibt. Für den Wärmehaushalt des Weltmeeres muß nach SCHMIDT folgende Energiegleichung bestehen:

$$Q_{S+D} = Q_{A-G} + Q_V + Q_K.$$

Setzt man $R = \frac{Q_K}{Q_V}$ und $V = \frac{Q_V}{L}$, worin L die latente Verdampfungswärme, so erhält man durch Umformung für die Unbekannte V folgende Beziehung

$$V = \frac{Q_{S+D} - Q_{A-G}}{L\,(1+R)}.$$

Den Zähler, der nichts anderes darstellt als den Energieüberschuß an der Meeresoberfläche aus den kurzwelligen und langwelligen Strahlungsprozessen, hat W. SCHMIDT [*20*] aus Strahlungsmessungen und klimatologischen Daten wie Bewölkung und Wassertemperatur für die einzelnen Zonen des Weltmeeres berechnet, die Größe L im Nenner ist bekannt und variiert zwischen 582 (am Äquator) und 597 (in 70° S), die Größe R ergibt sich aus der sog. Bowen-Formel

$$R = 0{,}64 \cdot \frac{t_w - t_a}{e_w - e_a},$$

worin t_w und t_a die Temperatur von Wasser und Luft, e_w die maximale Dampfspannung bei der Temperatur der Meeresoberfläche und e_a den tatsächlichen Dampfdruck der Luft darstellt. Eine ähnliche Berechnung hat MOSBY [*21*] 1939 durchgeführt, doch glaubt SVERDRUP [*7*], daß die modifizierte Schmidtsche Methode eine korrektere Darstellung der zonalen Verteilung des Strahlungsüberschusses und der Verdunstung ergibt als

die von Mosby [*21*], da bei letzterer die Unterschiede der Bewölkung nicht genügend erfaßt werden und dadurch die äquatoriale Depression von Strahlung und Verdunstung nicht in Erscheinung tritt. Sicher ist diese stärkere Berücksichtigung der Bewölkung ein Vorzug der Schmidt-Sverdrupschen Methode gegenüber der von Mosby, und es bleibt die Frage zu klären, ob zwischen 55° N und 15° S die zonale Verteilung der Verdunstung genauer durch die Mittelkurve von Wüst-Jacobs oder durch die Kurve von Schmidt-Sverdrup erfaßt wird. Wir werden später an Hand der Beziehung zwischen der Differenz ($V - N$) und dem Oberflächensalzgehalt nachweisen, daß erstere vorzuziehen ist. Das bedeutet, daß die zonale Verteilung der Verdunstung heute noch nicht genügend genau aus Energiebetrachtungen, wie z. B. auch die von Schmidt-Sverdrup, erfaßt werden kann, während die Endwerte, d. h. die Mittelwerte für das *ganze* Weltmeer bei allen drei Methoden (Jacobs, Wüst, Schmidt-Sverdrup) praktisch übereinstimmen.

IV. Zonale Verteilung des Oberflächensalzgehaltes *S*.

Für unsere Untersuchung bleibt noch die Aufgabe, neue Fünfgradzonenwerte des Oberflächensalzgehaltes für das gesamte Weltmeer zwischen 90° N und 80° S abzuleiten. Als neueste kartographische Grundlagen stehen heute hierfür die Karten von G. Schott [*22*] und H. U. Sverdrup [*23*] für den Indischen und Stillen Ozean und von G. Böhnecke [*24*] (im Atlas von Band V des „Meteor"-Werkes) für den Atlantischen Ozean zur Verfügung.

Diese Karten sind im Amerikanischen Mittelmeer durch die von Parr [*25*] bearbeiteten Salzgehaltsbestimmungen, im Europäischen Nordmeer durch die Spezialkarte von Helland-Hansen und Nansen [*26*] zu ergänzen. Für das Nordpolarmeer lassen sich nur Näherungswerte angeben, die auf den vorläufigen Angaben Shirshovs über die Salzgehaltsbestimmungen (zwischen 29,52 und 31,60‰) der „Driftenden Polstation" 1937/38 beruhen [*27*][1]. Für das Südpolarmeer südl. 55° S übernehmen wir die von Dietrich [*28*] aus den „Discovery"-Beobachtungen geschätzten Näherungswerte von 33,9‰. Die Neuberechnungen der Fünfgradzonenwerte des Salzgehalts sind im Kieler Institut für Meereskunde durch cand. rer. nat. E. Noodt nach der sog. „Feldermethode" durchgeführt, bei welcher der gesuchte Zonenmittelwert durch möglichst genaue Schätzung des Salzgehalts in den $2^1/_2$°-Feldern der genannten Karten und durch zonenweise Mittelung all dieser $2^1/_2$°-Feldwerte für die betreffende 5°-Zone erhalten wird. Auf diese Weise wird eine hinreichend exakte zahlenmäßige Auswertung der Salzgehaltskarten zu

[1] Nach Abschluß der Arbeit erscheinen aus der Feder von Worthington in den „Transactions American Geophysical Union" **34**, 543 (1953), die ozeanographischen Ergebnisse der Projekte Skijump I und II im Nordpolarbecken, die im Kanadischen Sektor zwischen 72° N und 82° N zu Oberflächensalzgehalten zwischen 29,32‰ und 30,78‰ geführt und die Ergebnisse der „Driftenden Polstation" ergänzt und praktisch bestätigt haben.

Fünfgrad-Zonenmittelwerten für das gesamte Weltmeer erreicht. Diese Endwerte, in denen die Hundertstel im allgemeinen nur rechnerische Bedeutung haben, sind natürlich nicht frei von systematischen Fehlern. Denn in den Salzgehaltskarten sind Beobachtungen aus verschiedenen Monaten und Jahren so verwendet, als ob in ihnen nur örtliche und nicht auch zeitliche Unterschiede enthalten wären. Nur für Teile des Nordatlantischen Ozeans und die äquatorialen Salzgehalts-Minima können auf Grund von Spezialkarten die jahreszeitlichen Schwankungen weitgehend eliminiert werden. Da aber in den Zonen zwischen 10° bis 65° N des offenen Weltmeeres die jährliche Schwankung des Oberflächensalzgehalts nach Smed [*29*] nur 0,03 bis 0,21‰ beträgt, ist der von den zeitlichen Einflüssen herrührende Fehler bei der Mittelung über die gesamte Fünfgradzone im allgemeinen nur gering zu veranschlagen. Bedenklicher ist schon, daß die Salzgehaltskarten in den hohen Nordbreiten vorwiegend die Verhältnisse des Nordsommers, in den hohen Südbreiten vorwiegend die des Südsommers (also Nordwinters) zur Darstellung bringen.

V. Aufbereitung des Grundmaterials und Bilanz für das Weltmeer.

Tabelle 1 enthält das Endergebnis der Aufbereitung des Grundmaterials für unsere weitere Untersuchung. Die unterste Zeile enthält die Bilanz für das *ganze* Weltmeer (einschließlich der Nebenmeere), sowohl in Wasserhöhen als auch in Wassermengen. Wir ersehen hieraus, daß bei dem heutigen Stande der Forschung sich die mittlere Verdunstungshöhe des Weltmeeres zu 97,3 cm/Jahr, die mittlere Niederschlagshöhe zu 89,7 cm/Jahr und der Abfluß vom Lande, in Wasserhöhe umgerechnet, zu 7,6 cm/Jahr ergibt. Die entsprechenden Wassermengen sind für die Verdunstung 351200 km³/Jahr, für den Niederschlag 324000 km³/Jahr und für den Abfluß vom Lande 27200 km³/Jahr. Dieser letztere Wert stimmt gut überein mit der neuen Berechnung des Abflusses von Reichel [*9*], der durch eine verbesserte Methode zu einem Betrage von 28800 km³/Jahr gelangt ist (gegenüber 37000 km³ Jahr, die der Verfasser noch seiner Arbeit von 1936 [*2*] zugrunde gelegt hatte). Die letzte Kolumne enthält die Fünfgradzonenmittelwerte und die Gesamtmittel des Oberflächensalzgehalts, die von den vielfach bis heute noch verwendeten älteren Berechnungen von Krümmel [*30*] merklich abweichen. Als mittlerer Salzgehalt des Weltmeeres (einschließlich aller Nebenmeere) ergibt sich jetzt 34,73‰ (gegenüber nur 34,49‰ bei Krümmel). Es ist bemerkenswert, daß die Nordhemisphäre um 0,45‰ salzärmer ist als die Südhemisphäre, obwohl der Mittelwert der Wasserhöhen von $(V - N)$ auf ihr (mit 8,5 cm) um 25% höher liegt als im Süden (6,8 cm); mengenmäßig halten sich zwar die Werte von $V - N$ auf Nord- und Südhalbkugel die Waage wegen des größeren Areals im *S*. In dem niedrigeren Salzgehaltsmittel für 0° bis 90° N stecken natürlich die stärkeren kontinentalen Einflüsse, die sich aus der unterschiedlichen

Verteilung von Wasser und Land ergeben und die auch Dietrich [28] auf andere Weise im thermohalinen Aufbau der Ozeane nachgewiesen hat. Nicht nur der größere Anteil der Kontinentalmassen im N, sondern auch die Existenz zahlreicher salzarmer Nebenmeere haben diese haline Benachteiligung der Nordhemisphäre, die gegenläufig ist zu ihrer thermischen Begünstigung, zur Folge. Die Südhemisphäre ist — abgesehen von Teilen des sog. Austral-asiatischen Mittelmeers — praktisch frei von Nebenmeeren, die insgesamt 11% des gesamten Weltmeer-Areals ausmachen. Mit anderen Worten: die relativ großen, überwiegend negativen Salzgehaltsanomalien in den Randmeeren (und auch die starken positiven Anomalien des Salzgehalts im Europäischen Mittelmeer) stören auf der N-Halbkugel die normale, für den offenen Ozean typische zonale Verteilung in den Fünfgradzonenwerten des Salzgehalts, und es erweist sich zur Herausarbeitung klarerer Beziehungen zwischen S, V und N als erforderlich, noch Zonenmittelwerte des Salzgehalts für das *offene* Weltmeer — d. h. ohne Randmeere und das Europäische Mittelmeer — zu berechnen und zu verwenden. Hierbei müssen aber, vom halinen Standpunkt aus, die weit- und tiefgeöffneten Meeresräume der übrigen sog. Mittelmeere: Amerikanisches Mittelmeer, Austral-asiatisches Mittelmeer und Nordpolarmeer als integrierende Bestandteile der offenen Ozeane mit einbezogen werden, wie auch die sog. Zwischenmeere (Europäisches Nordmeer, Baffinmeer und Beringmeer), die im wesentlichen doch Teile des offenen Weltmeeres sind und die Verbindungsstücke zum Nordpolarmeer darstellen. Diese ebenfalls von Noodt [31] neuberechneten Fünfgradzonenwerte des Salzgehalts für das Weltmeer *ohne* Randmeere, die wir 1954 mit anderen neuen Zonenwerten in einer gemeinsamen Mitteilung in den „Kieler Meeresforschungen" veröffentlichen und diskutieren werden, zeigen, wie Abb. 2 lehrt, eine engere Beziehung zu den Zonenwerten von $(V - N)$, als wir bisher erhalten hatten, und man findet im Verlauf beider Kurven — selbst in Einzelzügen — eine bemerkenswerte, für den ganzen Bereich zwischen 70° N und 60° S gültige Parallelität. Wegen der relativ geringen Anomalien von $(V - N)$ in den Randmeeren in bezug auf die entsprechenden Zonen des offenen Ozeans können wir hierbei die für das ganze Weltmeer (einschließlich der Nebenmeere) berechneten Zonenwerte von V und N auch als repräsentativ für das „offene" Weltmeer ansehen. Durch kleine Kreuze sind zwischen 40° N und 50° S die vom Verfasser 1936 ermittelten 5°-Breitenwerte des Salzgehalts eingetragen, die nicht erheblich von der neuen, besser fundierten Kurve abweichen. Auffallend ist der erneute Anstieg des Salzgehalts nördl. von 55° N zu einem sekundären Maximum in 65° bis 70° N. Das hängt damit zusammen, daß der erniedrigende pazifische Einfluß, der bis zur Zone 50° bis 55° N dominiert, wegen der starken Abnahme der pazifischen Areale gegenüber den atlantischen bei der Mittelbildung zurücktritt und daß zwischen 65° und 70° N die Einflüsse des atlantischen Golfstromsystems bei der Mittelbildung den Ausschlag geben. Die Vertikalen grenzen die vier großen natürlichen Bereiche des Weltmeeres ab, in 70° N bzw. 60° S die Polarmeere; die

Grenze zwischen dem nördlichen und dem südlichen Weltmeer haben wir bei 10° N eingetragen. Denn bereits von 10° N ab nach S herrscht in bezug auf die Beziehung zwischen S und $(V - N)$ das südhemisphärische Regime, wie wir noch näher zeigen werden. Erst im hohen Norden und im hohen Süden werden durch die Gefrier- und Schmelzvorgänge des Eises die Beziehungen zwischen Oberflächensalzgehalt

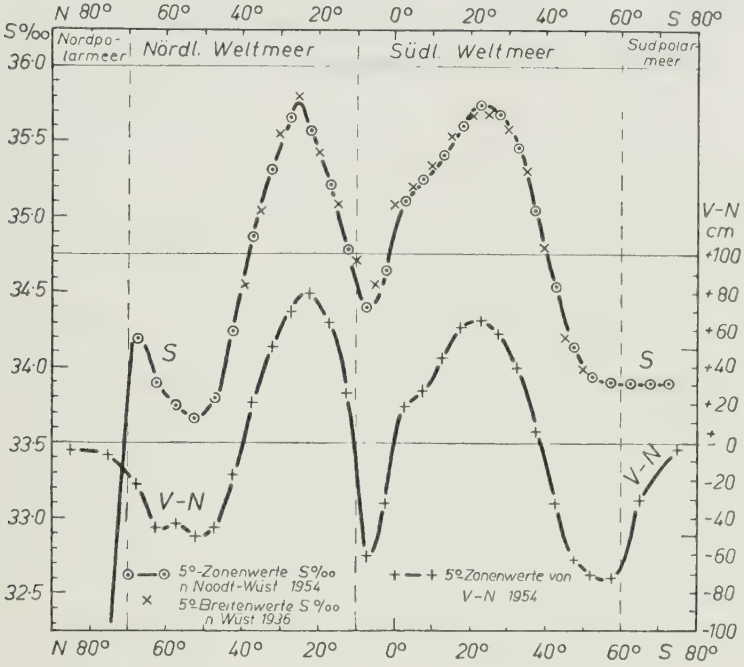


Abb. 2. Zonale Verteilung des Oberflächensalzgehaltes S und der Differenz $(V - N)$ im Weltmeere (*ohne* Randmeere und Europäisches Mittelmeer).

und $(V - N)$ grundlegend geändert. Im Nordpolarmeer erreicht diese allgemeine Salzgehaltserniedrigung maximale Beträge durch die großen Süßwasserzufuhren vom asiatischen und vom nordamerikanischen Kontinent. Die zwei Horizontalen bezeichnen die ungefähre Lage der Mittelwerte für beide Hälften des Weltmeeres: Salzgehalt bei $34{,}75‰$, $(V - N)$ bei $\pm$ 0 cm/Jahr.

VI. Mathematische Beziehungen zwischen den Zehngrad-Zonenwerten von *V*, *S* und *N*.

Unsere nächste Aufgabe ist, die mathematische Beziehung zwischen den drei unabhängigen Variablen V, S und N durch Eintragung der korrespondierenden Punkte im Koordinaten-System $S/(V - N)$ und durch Konstruktion einer Beziehungsgeraden so genau wie möglich für die

Tabelle 2. *Zehngradzonen-Mittelwerte von Verdunstung (nach mehreren Autoren), Niederschlag, ($V - N$) und Oberflächensalzgehalt im Weltmeer (ohne Randmeere) und Prüfung der Werte von V durch die Beziehung $V = a\,(S - b) + N$.*

Spalte	1	2		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Zone °	V_1 n. WÜST cm	V_2 n. JACOBS cm		V_3 Mittel a. V_1 u. V_2	V_4 n. SCHMIDT-SVERDRUP	N n. MÖLLER cm	$V_3 - N$ cm	$V_4 - N$ cm	$S^0/_{00}$ n. NOODT-WÜST	V_3' berechnet (a. Abb. 2 A)	$V_3 - V_3'$ cm	V_4'' berechnet (a. Abb. 3 B)	$V_4 - V_4''$ cm
70—60 N	14*	—		14	19*	49	— 35	— 30	34,05	21*	— 7	—	—
60— 50	46	(77) / (63)	(70)*	46	37	91	— 45*	— 54*	33,73*	42	4	—	—
50—40	80	58* / 81	70	75	58	*108*	— 33	— 50	34,02	78	— 3	—	—
40—30	110	126 / 119	123	117	89	80	37	9	35,11	123	— 6	—	—
30— 20	134	129 / 132	131	133	135	60*	*73*	*75*	*35,62*	*137*	— 4	—	—
20 10	*137*	*135* / 130	*132*	*134*	*144*	87	47	57	35,02	124*	10	—	—
										V_3'' (Abb. 3 A)	$V_3 - V_3''$ cm		
10— 0 N	116*	122 / (106)	122	119*	136	*166*	— 47*	— 30*	34,52*	133	— 14	*135*	1
0—10 S	131	–		131	124*	107	24	17	35,18	128	3	126	— 2
10—20	*138*	–		*138*	*130*	85	53	45	35,51	*133*	5	129	1
20—30	128	–		128	128	66*	*62*	*62*	*35,71*	129	— 1	126	2
30—40	102	—		102	104	80	22	24	35,25	107	— 5	104	0
40—50	67	—		67	62	*114*	— 47	— 52	34,34	68	— 1	69	— 7
50—60	26	-		26	34	97	— 71*	— 63*	33,92	17*	9	20*	14
60— 70	10*	-		10*	17*	41*	— 31	— 24	(33,9)*	—	—	—	—

Zonen zwischen 70° N und 60° S zu ermitteln, und zwar getrennt für das nördliche und für das südliche Regime. Wir gehen hierbei aus von den Zehngradzonenwerten, um zunächst ein Kriterium zu finden für die Prüfung der Frage: Wird die zonale Verteilung der Verdunstung im Weltmeer mit besserer Annäherung durch die Ergebnisse von Wüst-Jacobs oder durch die von Schmidt-Sverdrup erfaßt? Tabelle 2 enthält das Grundmaterial hierfür: in Spalte 1 die aus den Gefäßmessungen mit dem Faktor 0,55 abgeleiteten Verdunstungshöhen V_1, in Spalte 2 die von Jacobs [8] gefundenen Fünfgradzonenwerte der Verdunstung V_2, die auf einer Art Abstimmung von Berechnungen aus den zum Teil verfälschten klimatologischen Mittelwerten des „Atlas of Climatic Charts of the Oceans" und aus Wärmeumsatzberechnungen beruhen. Nach Ausschaltung von drei, zum Teil von Jacobs selbst als fraglich angesehenen Werten ergeben sich die Zehngradzonenwerte nach Jacobs, die zwischen 50° N und dem Äquator relativ gut mit V_1 übereinstimmen. Spalte 3 enthält die Mittelwerte V_3 aus beiden Bestimmungen, denen in Spalte 4 die neuen durch die Bowen-Formel erzielten Ergebnisse V_4 von Sverdrup [7] aus den Schmidtschen Wärmehaushaltsberechnungen gegenübergestellt sind. Der Vergleich zwischen V_4 und V_3 zeigt auf der Nordhemisphäre zum Teil erhebliche Differenzen (bis zu 28 cm), während auf der Südhemisphäre die Werte von Schmidt-Sverdrup eine weitgehende Übereinstimmung mit denen des Verfassers zeigen. In Spalte 5 sind die Zehngradzonenwerte des Niederschlags nach Möller [6] eingetragen, in Spalte 6 und 7 die Differenzen von $V - N$, je nachdem man die Mittelwerte von V_3 nach Wüst-Jacobs oder von V_4 nach Schmidt-Sverdrup zugrunde legt. Spalte 8 enthält schließlich die neuen im Kieler Institut für Meereskunde ermittelten Zonenwerte des Oberflächensalzgehalts im Weltmeer (ohne Randmeere und Europäisches Mittelmeer). In das Koordinatensystem $(V - N)/S$ eingetragen, führen die Werte von $V_3 - N$ bzw. $V_4 - N$ und S zu folgenden linearen Gleichungen für V_3 bzw. V_4:

Tabelle 3. *Beziehungen zwischen V, S und N auf Grund von Zehngradzonenwerten* (v. Möller, Noodt, Schmidt-Sverdrup, Wüst-Jacobs).

Zehngradzonen	A. Unter Verwertung der von Wüst-Jacobs abgeleiteten Verdunstungshöhen	B. Unter Verwertung der von Schmidt-Sverdrup abgeleiteten Verdunstungshöhen
70° N—10° N	$V_3' = 66{,}7\,(S - 34{,}47) + N \pm 7$ cm	zu starke Streuung
10° N—60° S	$V_3'' = 80{,}0\,(S - 34{,}92) + N \pm 8$ cm	$V_4'' = 76{,}2\,(S - 34{,}93) + N \pm 7$ cm

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß für die Nord- und die Südhälfte des Weltmeeres zwei verschiedene Gleichungen gelten, und daß die Schmidt-Sverdrupschen Verdunstungshöhen [7] zwischen 70° und 10° N zu so starken Streuungen führen, daß eine brauchbare Gleichung nicht abgeleitet werden kann, während südlich 10° N beide Wertereihen

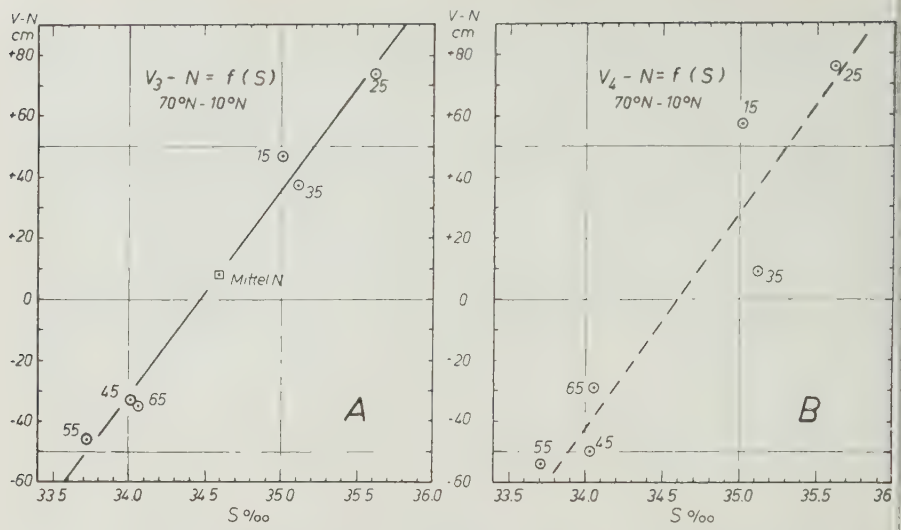


Abb. 3. Graphische Beziehung zwischen Salzgehalt S und $(V - N)$ im *nördlichen* Weltmeer in 70° N bis 10° N (Zehngrad-Zonenwerte). *A* bei Benutzung der V-Werte von WÜST-JACOBS (1920/54), *B* bei Benutzung der V-Werte von SCHMIDT-SVERDRUP (1951).

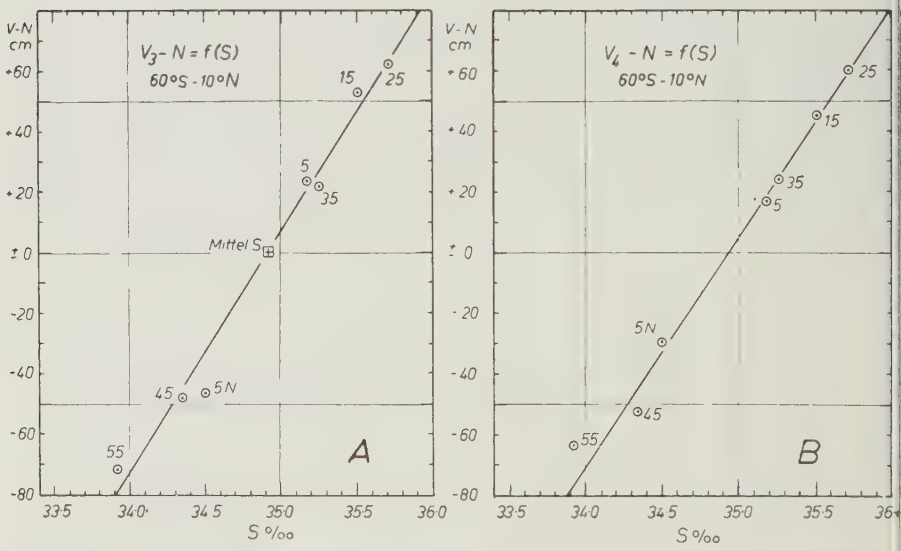


Abb. 4. Graphische Beziehung zwischen Salzgehalt S und $(V - N)$ im *südlichen* Weltmeer in 60° S bis 10° N (Zehngrad-Zonenwerte). *A* bei Benutzung der V-Werte von WÜST (1920/54), *B* bei Benutzung der V-Werte von SCHMIDT-SVERDRUP (1951).

zu ganz ähnlichen Beiwerten und mittleren Abweichungen führen. In Abb. 3 und 4 sind diese Verhältnisse noch einmal graphisch veranschaulicht, und wir erkennen, wie eng sich im südlichen Weltmeer (10° N bis

60° S) die Punkte (auch der früher ausgeschaltete Wert für 5° N) bei beiden Methoden um die Beziehungsgerade scharen. Nördlich 10° N hingegen versagen die Zonenwerte von Schmidt-Sverdrup, während links die von Jacobs und dem Verfasser erzielten Mittelwerte eine geringe Streuung aufweisen. Berechnen wir auf Grund der neuen Gleichungen die Verdunstungshöhen V_3 und V_4, so erhalten wir Werte, die im allgemeinen zwischen — 7 cm und + 10 cm, in zwei Einzelfällen maximal bis ± 14 cm von der Beobachtung abweichen. Betrachten wir diese Differenzen als Fehler, so finden wir aus den Quadraten von $V_3 - V_3'$, $V_3 - V_3''$, $V_4 - V_4''$ den mittleren Fehler zu ± 7 bzw. ± 8 cm, was 7 bis 9% des betreffenden Gesamtmittels der Verdunstung ausmacht.

VII. Mathematische Beziehungen zwischen den Fünfgradzonenwerten *V*, *S* und *N*.

Aus dieser Bearbeitung darf geschlossen werden, daß die zonale Verteilung der Verdunstung — zumindest auf der Nordhemisphäre — durch die Werte von Wüst-Jacobs besser erfaßt wird als durch die Wärmehaushaltsberechnungen von Schmidt-Sverdrup, und wir legen daher unseren weiteren, sich auf die Fünfgradzonenwerte erstreckenden Untersuchungen die erstgenannte Wertereihe zugrunde. Diese sollen sich nunmehr auf die neuen Fünfgradzonenwerte erstrecken, da hierdurch ein klarerer Einblick in die zonalen Verteilungen erfolgen wird. Für Oberflächensalzgehalt und Niederschlag liegen, wie oben dargelegt ist, verbesserte Fünfgradzonenwerte des Weltmeeres vor. Für die Verdunstungshöhen müssen solche Werte erst aus der Kurve der zonalen Verteilung interpoliert werden, wodurch zwar hinsichtlich dieses Faktors naturgemäß teilweise neue Unsicherheiten hineinkommen. Berücksichtigt man diesen Umstand und weiterhin, daß der starke Reduktionsfaktor von 0,55 für die aus vereinzelten Gefäßmessungen abgeleiteten Zonenwerte von vornherein keine allzu große Genauigkeit erwarten läßt (etwa im Vergleich zu dem Reduktionsfaktor von 0,80, der bei den langjährigen Niederschlagsmessungen an wesentlich zahlreicheren Inselstationen anzubringen ist), so erscheint es wohl heute als begründet, die Fehlerquellen in den Verdunstungshöhen von allen drei Faktoren relativ am höchsten zu veranschlagen. Aus diesen Gründen werden wir nach Aufstellung der Beziehung die Verdunstung als Unbekannte betrachten und sie aus den anderen Faktoren S und N berechnen. Abb. 5 und Tabelle 4 zeigen das Ergebnis einer solchen auf Fünfgradzonenwerten von S, N und V beruhenden Untersuchung. Aus Abb. 5 erkennen wir, daß sich alle Punkte relativ gut um zwei Beziehungsgerade scharen, die zu den höheren Werten etwas konvergieren: die eine Gerade für die Fünfgradzonenwerte zwischen 10° bis 70° N, die andere für 60° S bis 10° N. Bei letzterer haben wir die etwas abseits liegenden Punkte für 0° bis 5° N und 5° bis 10° N zunächst nicht berücksichtigt, wohl aber später bei der Fehlerrechnung. In diesem systematischen Unterschied zwischen Nord und Süd sehen wir einen weiteren Beweis für die stärkeren kontinentalen

Einflüsse im N, und unser früheres Ergebnis von 1936, daß für das Weltmeer auf Nord- und Südhemisphäre praktisch die gleiche Beziehung gilt, erweist sich nunmehr durch die Verwendung verbesserter und erweiterter Zonenwerte besonders von Niederschlag und Salzgehalt als überholt. Auch die Konvergenz der beiden Beziehungsgeraden erscheint geo-

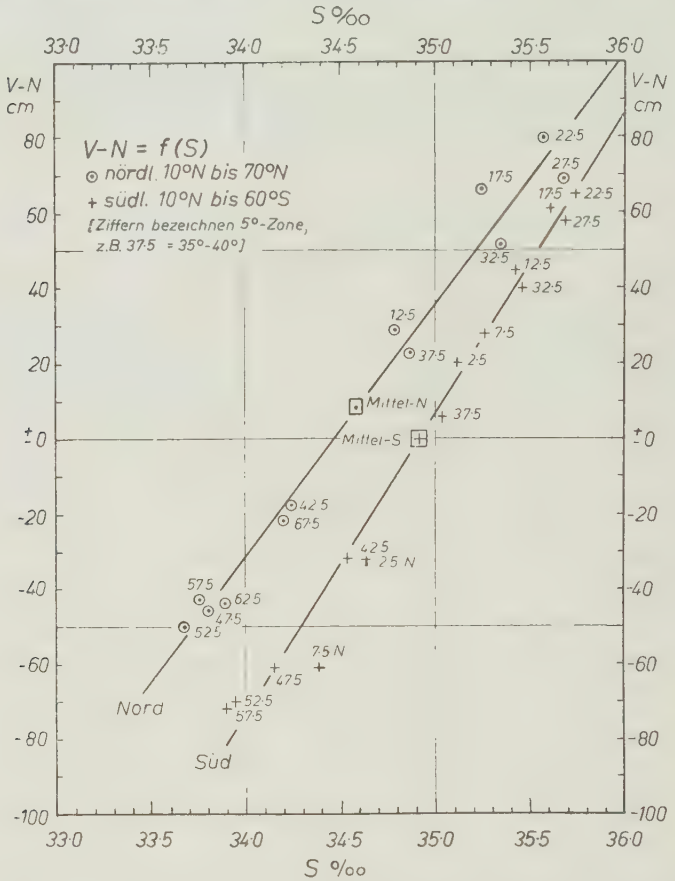


Abb. 5. Graphische Beziehung zwischen den Fünfgrad-Zonenwerten des Oberflächensalzgehaltes S und denen der Differenz $(V - N)$ im Weltmeer (ohne Randmeere und Europäisches Mittelmeer) zwischen 70° N und 60° S.

physikalisch besser begründet als die Parallelität derselben, die 1936 für die Nord- und Südhälften des Atlantischen und des Pazifischen Ozeans in grober Annäherung noch angenommen werden konnte. Diese beiden Beziehungskurven entsprechen folgenden Gleichungen, die mit den früheren aus den Zehngradzonenwerten abgeleiteten völlig identisch sind:

in der Nordhälfte (70° N bis 10° N): $V' = 66{,}7\ (S - 34{,}47) + N \pm 7$ cm,
in der Südhälfte (60° S bis 10° N): $V'' = 80{,}0\ (S - 34{,}92) + N \pm 8$ cm.

Tabelle 4. *Fünfgradzonenmittelwerte des Oberflächensalzgehalts, der Verdunstung, des Niederschlags und von (V — N) im Weltmeer (ohne Randmeere) nach Beobachtung und Berechnung.*

Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8
Zone °	Obfl. Salzgehalt ‰	Verdunstg. V cm Jahr	Niederschlag N cm Jahr	$V - N$ cm Jahr	V' bzw. V'' cm Jahr	$V - V'$ bzw. $V - V''$ cm	S' bzw. S'' ‰	$S - S'$ bzw. $S - S''$ ‰
Nordpolarmeer (10°-Zonen)								
N 90—80	(30,5)*	(6)*	(10)*	(— 4)	—	—	—	—
80—70	(31,8)	(10)	(16)	(— 6)	—	—	—	—
Nördliches Weltmeer (5°-Zonen)								
					V'	$V - V'$	S'	$S - S'$
N 70—65	*34,2*	12	34	— 22	16*	— 4	34,2	0,0
65—60	33,9	20	65	— 45	27	— 7	33,8	0,1
60—55	33,78	34	77	— 43	31	3	33,82	— 0,04
55—50	33,68*	55	105	— 50*	52	3	33,72*	— 0,04
50—45	33,80	66	*112*	— 46	67	— 1	33,78	0,02
45—40	34,24	84	102	— 18	87	— 3	34,20	0,04
40—35	34,87	108	86	22	113	— 5	34,80	0,07
35—30	35,35	125	74	51	133	— 8	35,24	0,11
30—25	*35,66*	132	63	69	*142*	— 10	35,49	0,17
25—20	35,58	*137*	57*	*80*	131	6	*35,67*	— 0,09
20—15	35,22	135	76	65	122*	13	35,44	— 0,22
15—10	34,80	132	103	29	125	7	34,90	— 0,10
Südliches Weltmeer (5°-Zonen)								
					V''	$V - V''$	S''	$S - S''$
N 10— 5	34,39*	126	*187*	— 61*	*145*	— 19	34,16*	0,23
5 0	34,64	113*	146	— 33	124	— 11	34,51	0,13
S 0— 5	35,11	125	105*	20	120	5	35,17	— 0,06
5—10	35,26	137	*109*	28	*136*	1	35,26	0,00
10—15	35,42	*139*	94	45	134	5	35,48	— 0,06
15—20	35,61	137	76	61	131	6	35,68	— 0,07
20—25	*35,74*	133	68	*65*	134	— 1	*35,74*	0,00
25—30	35,68	123	65*	58	126	— 3	35,65	0,03
30—35	35,46	110	70	40	113	— 3	35,42	0,04
35—40	35,04	96	90	6	100	— 4	35,00	0,04
40—45	34,54	78	110	— 32	80	— 2	34,52	0,02
45—50	34,14	56	*117*	— 61	55	1	34,16	— 0,02
50—55	33,94	39	109	— 70	31	8	34,04	— 0,1
55—60	33,9*	12	84	— 72*	2*	10	34,0*	— 0,1
Südpolarmeer (10°-Zonen)								
S 60—70	(33,9)	(10)	(41)	(— 31)	—	—	—	—
70—80	(33,9)*	(6)*	(10)	(— 4)	—	—	—	—

*= Minima, kursiv = Maxima, eingeklammerte Werte hypothetisch.

Hiermit ist erwiesen, daß die zwei äquatorialen Zonen 0° bis 5° N und 5° bis 10° N dem südlichen Regime angehören, und daß auch die höheren Breiten bis zur Eisgrenze (in 70° N bzw. 60° S) diesen Gesetzmäßigkeiten folgen. Berechnet man mit diesen beiden empirischen Formeln die Verdunstung, was in Tabelle 4 geschehen ist, so ergeben sich die Werte V' und V''. Aus den Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung erhalten wir den mittleren Fehler zu $\pm$ 7 bzw. $\pm$ 8 cm oder $\pm$ 7% bzw. 8% der beiden Gesamtmittel der Verdunstung. In unserer früheren Arbeit (1936) hatten wir die Beziehung in der Formel $S = a + b\,(V - N)$ ausgedrückt und aus der Mittelgeraden für das ganze Weltmeer $S - 34{,}60 + 0{,}0175\,(V - N)$ erhalten. Die neue Bearbeitung mit den erweiterten und zum Teil verbesserten Grundwerten führt zu den beiden Gleichungen:

$$S' = 34{,}47 + 0{,}0150\,(V - N) \pm 0{,}11‰,$$
$$S'' = 34{,}92 + 0{,}0125\,(V - N) \pm 0{,}09‰,$$

woraus für die Mittelgerade folgen würde:

$$S = 34{,}69 + 0{,}0137\,(V - N).$$

Man sieht, daß durch die neuen Zonenwerte sowohl die additive Größe als auch besonders der zweite Koeffizient, d. h. die Steigung der Geraden merklich verändert wird. Bei dem heutigen Stande unserer Kenntnis ist es aber nicht mehr sinnvoll, durch *eine* solche Beziehung die Verhältnisse beider Hälften des Weltmeeres erfassen zu wollen. Berechnet man mit beiden Formeln der Vollständigkeit halber auch noch die Salzgehalte, so findet man, daß — abgesehen von vier Fünfgradzonen — die Differenz zwischen Beobachtung und Berechnung kleiner als $\pm$ 0,12‰, in den meisten Fällen kleiner als $\pm$ 0,07‰ ist; die mittlere Abweichung beträgt $\pm$ 0,11‰ bzw. 0,09‰ im Salzgehalt. Doch heute erscheint es uns richtiger, nicht den Salzgehalt, sondern die Verdunstung als die Unbekannte in einer solchen Auswertung der Formeln anzusehen.

VIII. Schlußbetrachtungen, Notwendigkeit weiterer Forschung.

Verdunstung und Niederschlag sind zwei besonders wichtige klimatologische Größen, da in ihnen die Wirkung einer Reihe von meteorologischen Faktoren zum Ausdruck kommt. Haben doch die Verdunstungsmessungen auf Schiffen [*1*] gelehrt, daß die tägliche Gefäßverdunstung (in mm) nicht nur vom Dampfdruckgefälle, d. h. der Differenz zwischen der maximalen Dampfspannung bei der Oberflächentemperatur e_s und dem

Zu Tabelle 4:

Grundlagen

Spalte 1: S‰ aus den in Tabelle 1 genannten Karten neu berechnet von Noodt-Wüst (1954).

Spalte 2 und 3: vgl. Tabelle 1.

Spalte 5: V' berechnet nach der Formel: $V' = 66{,}7\,(S - 34{,}47) + N$.
V'' berechnet nach der Formel: $V'' = 80{,}0\,(S - 34{,}92) + N$.

Spalte 7: S' berechnet nach der Formel: $S' = 34{,}47 + 0{,}0150\,(V - N)$.
S'' berechnet nach der Formel: $S'' = 34{,}92 + 0{,}0125\,(V - N)$.

tatsächlichen Dampfdruck der Luft e_d darüber, sondern auch von der Windstärke w (km/h) und der Lufttemperatur t abhängt, wie die vom Verfasser 1920 aufgestellte modifizierte Daltonsche Formel

$$V = 0{,}53\,(1 + \alpha\, t) \cdot (0{,}98\, e_s - e_d) \cdot (1 + 0{,}11\, w)$$

und ähnliche Verdunstungsformeln anderer Autoren beweisen. Auch im Niederschlag auf dem Weltmeer stecken die Wirkungen mehrerer Faktoren, wie Temperatur, Wasserdampf und verwickelte thermodynamische Prozesse, die mit der atmosphärischen Zirkulation zusammenhängen. Die *Differenz* $(V - N)$ ist daher ein klimatologisches *Element von hoher geophysikalischer Bedeutung*. Zwar handelt es sich bei V und N, wie wir gezeigt haben, noch um zwei Größen, die sich auf dem Ozean kaum oder nur in grober Annäherung direkt messen lassen. Erst durch die Verwendung aller denkbaren, mehr oder minder voneinander unabhängigen Beobachtungen und Methoden, wie direkte Messungen auf See und an den Küsten, Strahlungsberechnungen, Wasserhaushaltsbetrachtungen, ozeanographische Methoden, Grenzschichtsbetrachtungen, aerologische Untersuchungen, Berechnungen aus anderen meteorologischen Beobachtungen ist es möglich, die Fehlergrenzen der gesuchten Werte von V und N in einer Art „Indizienbeweis" mehr und mehr einzuengen. In treffender Weise hat F. Möller [*32*] diese Problematik als ein „Beispiel für geophysikalische Arbeitsmethodik" charakterisiert, wenn er sagt: „Dieses Verfahren, das häufig genug auf ein Probieren verschiedener Möglichkeiten hinausläuft, erscheint manchmal unexakt und unelegant und ist auch ungleich viel mühsamer als die direkte Messung, aber es muß als typisch geophysikalisch angesehen werden." Eine wesentliche Stütze erfahren nunmehr die neuesten Auffassungen über die zonale Verteilung von Verdunstung und Niederschlag auf dem Weltmeer durch die zwei neuen, von uns mathematisch formulierten gesetzmäßigen Beziehungen zwischen V, S und N, die für alle Fünfgradzonen — mit Ausnahme der arealmäßig stark zurücktretenden, eisbedeckten Polarmeere — gültig sind. Gestatten es doch diese zwei einfachen linearen Gleichungen, die jährlichen Verdunstungshöhen in den Fünfgradzonen des Weltmeeres mit einem mittleren Fehler von nur ± 7 bzw. $\pm 8\%$ aus den Zonenwerten des Salzgehalts und des Niederschlags rechnerisch abzuleiten. Auch in den äquatorialen Zonen hat die betreffende neue Gleichung ihre Gültigkeit, wenngleich begreiflicherweise in der Nähe der hier besonders scharfen Umkehrpunkte von V, S und N die Koordinierung der Zonenwerte im Koordinatensystem $S/(V - N)$ zu stärkerer Streuung führen muß. Bemerkenswert für die Stichhaltigkeit unserer Ergebnisse ist es, daß die drei zonalen Verteilungen von S, N und V auf *drei voneinander unabhängigen Grundlagen* beruhen und auch die Konstruktion der Isohalinen und Isohyeten sowie die Ableitung der Zonenmittel der Verdunstung voneinander unabhängig sind. Durch die Beziehung $V_M = N_M + A_L$ werden zwar die absoluten Beträge von Verdunstung und Niederschlag in bezug auf ihre Endmittel für das gesamte Weltmeer gegenseitig kontrolliert. Im übrigen ist die Frage

der absoluten Genauigkeit der drei Faktoren für eine solche Untersuchung zunächst von sekundärer Bedeutung. Wenn neuere Untersuchungen über die Reduktionsverfahren von N bzw. V zu einem kleineren oder größeren Mittelwert für das ganze Weltmeer führen, muß entsprechend der vorstehenden Grundgleichung des Wasserhaushalts der Mittelwert des anderen Faktors steigen oder fallen; die Werte von $(V - N)$ werden hierdurch nicht geändert, solange nicht etwa durch neuere regionale Untersuchungen die zonalen Unterschiede von V oder N modifiziert werden oder für A_L neue Ergebnisse vorliegen.

Wenn man nun bedenkt, welche Fehlerquellen im einzelnen in den drei Reihen von Zonenwerten stecken und daß, wie wir 1936 [2] näher dargelegt haben, noch eine ganze Zahl anderer Faktoren als V und N erhöhend und erniedrigend auf den Oberflächensalzgehalt einwirken, so ist die Straffheit der von uns abgeleiteten weitreichenden zwei Beziehungen zwischen V, S und N bemerkenswert und nur daraus zu erklären, daß bei der Mittelung über die ganzen Zonenbreiten des Weltmeeres die zum Teil auf den West- und Ostseiten entgegengesetzten Wirkungen der ozeanischen Zirkulation und Vermischung zum großen Teil eliminiert werden und daß auch die sonstigen Fehlerquellen sich hierbei weitgehend gegenseitig aufheben. Mit anderen Worten: Bei unserer Bearbeitung kommen überwiegend die *mehr planetarischen Gesetzmäßigkeiten* von S, V und N in ihrer zonalen Anordnung zur Geltung und dann — durch den Unterschied der Koeffizienten nördlich und südlich 10° N — in zweiter Linie *die stärkeren kontinentalen Einflüsse*, die zu einer systematischen negativen Anomalie von durchschnittlich $0{,}45‰$ im Salzgehalt *im Norden* führen. Es hat auf den ersten Blick den Anschein, als ob der Transport salzreicher bzw. salzarmer Wassermassen durch die Meeresströmungen von untergeordneter Bedeutung ist, wenn man für die Beziehung zwischen den drei Faktoren Fünfgradzonenmittelwerte des ganzen Weltmeeres ins Auge faßt. Letzten Endes greifen natürlich doch ozeanische und atmosphärische Zirkulation in diese Beziehung ein. Denn im langjährigen Mittel ist die zonale Verteilung des Oberflächensalzgehalts im Weltmeer stationär, und der Salzgehalt steigt nicht etwa kontinuierlich in den Gebieten, in denen $(V - N)$ größer ist als 0, und sinkt nicht beständig dort, wo diese Differenz kleiner ist als 0. Es sind gerade die Meeresströmungen und die sonstigen Zirkulations- und Vermischungsprozesse, die dafür sorgen, daß die Unterschiede des Salzgehalts von Zone zu Zone in der festgestellten Höhe stationär erhalten bleiben. Die von uns abgeleiteten Beziehungen drücken also in eindeutiger, mathematischer Form *eine fundamentale Gesetzmäßigkeit in dem vielseitigen Zusammenwirken von Ozean und Atmosphäre* aus, das, wie A. Defant in zahlreichen Spezialuntersuchungen und in zwei klaren Übersichten [*33, 34*] gezeigt hat, ein zentrales Problem von Ozeanographie und Meteorologie darstellt, und auf dessen hohe geographische Bedeutung kürzlich auch G. Neumann [*35*] zusammenfassend hingewiesen hat.

Aber auch unsere Ergebnisse dürfen uns nicht darüber täuschen, daß wir in bezug auf dieses so wichtige und aussichtsreiche Problem

erst in den Anfängen stehen. Was vor allem nottut, sind neue systematische und exaktere Beobachtungen auf See, sind klimatologische Wasserhaushalts- und Wärmehaushaltsstationen für die Meeresoberfläche, worauf u. a. besonders ALBRECHT [*36*] und der Verfasser [*18*] hingewiesen haben. Auch sollte es unter günstigen Bedingungen versucht werden, auf größeren, von Wetterbeobachtungsschiffen auszusetzenden Flößen, die mit zahlreichen, dicht übereinander angeordneten elektrischen Registrierinstrumenten ausgestattet sind, die vertikalen Gradienten von Temperatur, Feuchtigkeit und Windgeschwindigkeit in den untersten Dezimetern über der Meeresoberfläche bis zur Bordhöhe im *offenen* Ozean zu erhalten, etwa wie es ROLL [*37*] im Wattenmeer der deutschen Küste — zwar in fester Aufstellung — mit Erfolg getan hat. Nur durch solche exakten Beobachtungen auf See wird man zu verbesserten Klimakarten der Ozeane gelangen und auch in die Lage versetzt werden, die systematischen Fehler aus den Wasser- und Lufttemperaturen des umfangreichen älteren Schiffsbeobachtungsmaterials durch Korrektionsausdrücke weitgehend nachträglich zu eliminieren, worauf besonders DIETRICH [*38*] hingewiesen hat. Erst dann können die Wärmeumsätze zwischen Ozean und Atmosphäre und die Größen Verdunstung und Niederschlag mit größerer Sicherheit, als es heute möglich ist, berechnet werden.

Literatur.

1. WÜST, G.: Die Verdunstung auf dem Meere. Veröff. Inst. Meereskunde Berlin N. F. (A) H. 6 (1920).
2. — Oberflächensalzgehalt, Verdunstung und Niederschlag auf dem Weltmeere nebst Bemerkungen zum Wasserhaushalt der Erde. Landeskundl. Forschg. Festschr. N. KREBS, 347. Stuttgart (1936).
3. ALBRECHT, F.: Über die Wärme- und Wasserbilanz der Erde. Ann. Meteorol. **2**, 129 (1949).
4. — Monatskarten des Niederschlags im Indischen und Stillen Ozean. Ber. Dtsch. Wetterd. US-Zone Nr. 29, 3 (1951).
5. — Monatskarten der Verdunstung und des Wasserhaushalts des Indischen und Stillen Ozeans. Ber. Dtsch. Wetterd. US-Zone Nr. 29, 22 (1951).
6. MÖLLER, F.: Vierteljahrskarten des Niederschlags für die ganze Erde. Petermanns Mitt. **95**, 1 (1951).
7. SVERDRUP, H. U.: Evaporation from the Oceans. Compendium of Meteorology S. 1071, Boston 1951.
8. JACOBS, W. C.: The Energy Exchange between Sea and Atmosphere and some of its Consequences. Univ. Calif. Press (1951).
9. REICHEL, E.: Der Stand des Verdunstungsproblems. Ber. Dtsch. Wetterd. US-Zone Nr. 35, 155 (1952).
10. MCDONALD, W. F.: Atlas of Climatic Charts of the Oceans. U. S. Weather Bur. Washington (1938).
11. SCHOTT, G.: Die jährlichen Niederschlagsmengen auf dem Indischen und Stillen Ozean. Ann. Hydr. **61**, 1 (1933).
12. MEINARDUS, W.: Die Niederschlagsverteilung auf der Erde. Meteorol. Z. **51**, 345 (1934).
13. HANN-SÜRING: Lehrbuch der Meteorologie. 5. Aufl. Bd. I (1939).
14. SCHOTT, G.: Geographie des Atlantischen Ozeans. Hamburg 1942.

15. Bergeron, T.: Über den Mechanismus der ausgiebigen Niederschläge. Ber. Dtsch. Wetterd. US-Zone Nr. 12, 225 (1950).
16. Brogmus, W.: Eine Revision des Wasserhaushaltes der Ostsee. Kieler Meeresforschungen, IX, 1 (1952).
17. Prager, E.: Der Niederschlag auf See und an der Dünenflachküste. Ann. Met. **5**, 259 (1952).
18. Wüst, G.: Wasserdampf und Niederschlag auf dem Meere als Glieder des Wasserkreislaufs. D. Hydr. Ztschr. **3**, 1/2 (1950).
19. Kuhlbrodt, E. und J. Reger: Die meteorologischen Beobachtungen. Methoden der Bordbeobachtungen. Beobachtungsmaterial und Ergebnisse. Wiss. Erg. D. Atlant. Exp. „Meteor" Bd. XIV (1938).
20. Schmidt, W.: Strahlung und Verdunstung an freien Wasserflächen, ein Beitrag zum Wärmehaushalt und zum Wasserhaushalt der Erde. Ann. Hydr. **43**, 111, 169 (1915).
21. Mosby, H.: Verdunstung und Strahlung auf dem Meere. Ann. Hydr. **64**, 281 (1936).
22. Schott, G.: Geographie des Indischen und Stillen Ozeans. Hamburg 1935.
23. Sverdrup, H. U.: Oceanography for Meteorologists. London 1945.
24. Böhnecke, G.: Atlas zu Bd. V des „Meteor"-Werkes (1936).
25. Parr, A. E.: Bull. Bingham Oceanographic Coll. V, 1 und 4 (1935 und 1937).
26. Helland-Hansen, Bj. und Fr. Nansen: The Norwegian Sea. 1909.
27. Wüst, G.: Die morphologischen und ozeanographischen Verhältnisse des Nordpolarbeckens. Veröff. D. Wiss. Inst. I, 6 (1942).
28. Dietrich, G.: Kontinentale Einflüsse auf Temperatur und Salzgehalt des Ozeanwassers. D. Hydr. Zeitschr. **3**, 1/2 (1950).
29. Smed, J.: Annual and Seasonal Variations in the Salinity of the North Atlantic Surface waters. Rap. et Proc. Verb. **112**, 78 (1943).
30. Krümmel, O.: Handbuch der Ozeanographie, Bd. I. Stuttgart 1907.
31. Noodt, E. und G. Wüst: Neue Zonenwerte des Salzgehalts, der Temperatur und der Dichte an der Oberfläche des Weltmeeres. Kieler Meeresforschungen X (1954, erscheint später).
32. Möller, F.: Die Verdunstung als geophysikalisches Problem. Naturwiss. Rdsch. **4**, 2 (1951).
33. Defant, A.: Ozean und Atmosphäre. Der Seewart 10 (1937).
34. — Ozean und Atmosphäre (Das Meer in volkst. Darst.). Bd. VIII (1940).
35. Neumann, G.: Ozean und Atmosphäre. Naturwiss. Rdsch. **6**, 10 (1953).
36. Albrecht, F.: Untersuchungen über den Wärmehaushalt der Erdoberfläche in verschiedenen Klimagebieten. Wiss. Abh. Reichsamt Wetterdienst VIII, 2 (1940).
37. Roll, H. W.: Ann. Meteorol. **1**, **2**, **3**, **4**, (1948, 1949, 1950, 1951).
38. Dietrich, G.: Über systematische Fehler in den beobachteten Wasser- und Lufttemperaturen auf dem Meere und über ihre Auswirkung auf die Bestimmung des Wärmeumsatzes zwischen Ozean und Atmosphäre. D. Hydr. Zeitschr. **3**, 5/8 (1950).

551.511.001

(Det Norske Meteorologiske Institutt, Oslo.)

The Ekman Spirals.

By

Th. Hesselberg.

With 5 Figures.

Summary. It is shown that some of the principal features of the EKMAN Spirals are valid even if the coefficient of friction is variable and that the theory with good approximation gives the explanation of the mean variation of the wind with the height from the anemometer height upwards and for the currents caused in the sea by the wind from the surface waves downwards. The relations between these two phenomena are discussed.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß einige der wichtigsten Eigenschaften der Ekman-Spiralen auch für einen variablen Reibungskoeffizient Geltung behalten und daß die Theorie mit guter Annäherung eine Erklärung für die mittlere Windänderung mit der Höhe von Anemometerhöhe aufwärts und für die windbedingten Strömungen im Meer von der Wellenfläche abwärts gibt. Die Beziehungen zwischen diesen zwei Erscheinungen werden diskutiert.

Résumé. L'auteur démontre que certaines des principales propriétés des spirales d'EKMAN restent valables même avec un coefficient de frottement variable. En outre, cette théorie explique avec une bonne approximation la variation moyenne du vent avec l'altitude au-dessus de la hauteur de l'anémomètre et les courants occasionnés dans la mer par le vent de la surface des vagues vers le bas. L'auteur discute les relations existant entre les deux phénomènes.

I. Some historical Data.

Studying the observations of the winds and the movements of the ice during the drift of "Fram" across the Polar Ocean, FRIDTJOF NANSEN [*1*] found that a current in the sea produced by a given wind did not follow the wind direction, but had a deviation of 20°–40° to the right of it. He explained this deviation as an obvious consequence of the earths rotation, and he further drew the conclusion that the waterlayer immediately below the surface must have a somewhat greater deviation and so on, because every waterlayer is put in motion by the layer immediately above, sweeping over it like a wind. It might therefore

be assumed *a priori* that the current would at some depth run even in the opposite direction to the surface current.

V. W. EKMAN [2] investigated the problem mathematically and found results confirmatory to NANSENS above mentioned explanation. He further found that a windcurrent (current in the sea caused by the wind) would become practically fully developed rather short time after the rise of the generating wind, in a day or two outside the tropics.

The chief work of EKMAN [3] was published a few years later. This classical work is well known by all physical oceanographers because it

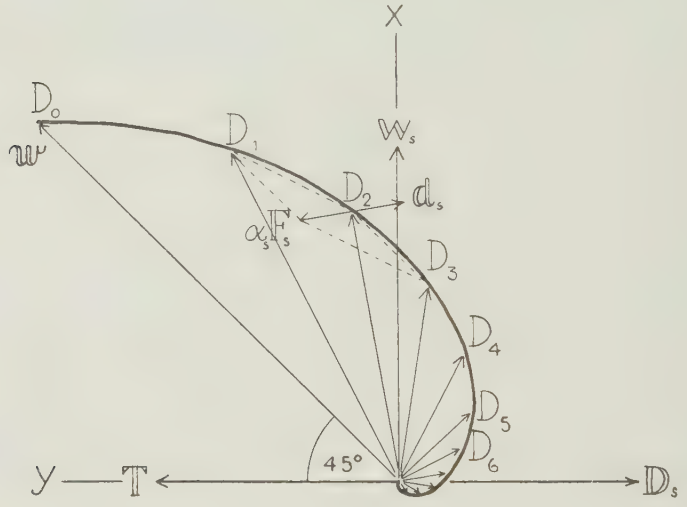


Fig. 1. The Variation of the Driftcurrent with the Depth.

in a simple way gives the explanation of the fact that the windcurrents in the oceans are deviated to the right (in the northern hemisphere) from the originating force, the windpressure $\boldsymbol{T}$ (Fig. 1). At the surface (the depth D_0) the deviation according to the theory is 45°, and the current $\boldsymbol{w}$ turns further to the right with encreasing depths D_1, D_2, D_3 ..., and its velocity decreases rapidly with the encreasing depths. In this way we get the spiral that carries the name of EKMAN.

F. A. ÅKERBLOM [4] transferred these investigations to the atmosphere. In the theoretical part of his paper he followed the same lines as those used by EKMAN and by means of observations from the Eiffel Tower he ascertained that the wind with increasing heights turned more and more to the right and approached the undisturbed winds of the higher atmospheric air layers in a spiral-like way.

HESSELBERG and SVERDRUP [5] took up the problem in a somewhat generalized form and found by means of the pilot balloon ascents (at that time a rather new aerological method of observation) that the wind

from the anemometer height upwards approximately varied with increasing height in accordance with the EKMAN spiral law.

The results of these investigations is that the wind (Fig. 2) from the anemometer height H_0 turns to the right and increases in force with increasing heights $H_1, H_2, H_3 \ldots$ in such a way that on the average it approaches along a logarithmic spiral to the gradient wind V at a height, where the retarding influence of the earths surface has disappeared.

Another important result of the studies of EKMAN was that the drift-currents in the sea reached much deeper than expected, and that therefore the viscosity coefficient in the sea must be considerably greater than the usual viscosity coefficient for water. If the latter governed the sea movements, the drift-current would be limited to a surface layer of a thickness of about $^1/_2$ meter, while the driftcurrent in reality reaches down to a depth of about 70 meters, or to about 140 times greater depths.

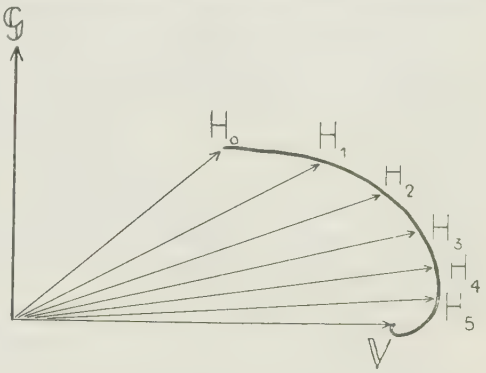


Fig. 2. The Variation of the Wind with the Height.

From this fact EKMAN drew the conclusion that the actual viscosity coefficient in the sea is 140[2] or about 20000 times greater than the viscosity coefficient for water, which is valid when only the small molecular movements mix together the waterlayers. In the sea, however, the exchange of water particles is not limited to these molecular movements. There are also turbulent movements that mix the waterlayers in a much more effective way, with the result that the actual viscosity coefficient becomes 20000 times greater than by laminar movements.

In the atmosphere we also have turbulent movements, and the wind blows in whirls that mix the airlayers in a still more effective way than the waterlayers were mixed by the turbulence in the sea. In the atmosphere the real viscosity coefficient is therefore 600000–1000000 greater than the coefficient valid for non-turbulent air movements. The retarding influence of the earths surface is therefore not limited to the lowest 1–2 meter thick airlayers, but reaches up to an altitude of about 1000 meter.

II. The Ekman Spiral in the Sea.

For the mathematical treatment of the problem EKMAN made the common assumptions by which the equations of motion of the water were reduced to:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dw_x}{dt} &= \lambda w_y + \alpha_s \eta_s \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}, \\ \frac{dw_y}{dt} &= -\lambda w_x + \alpha_s \eta_s \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

where:

w_x, w_y = the components of the current in the horizontal directions x and y,

$\lambda = 2\,\omega \sin \varphi$, where ω is the angular velocity of the earths rotation and φ is the geographical latitude,

α_s = specific volume of the water,

η_s = coefficient of viscosity in the sea.

A system of coordinates is chosen with the axis of z vertical (positive downwards), and with the positive direction of y one right angle to the left of the positive direction of x.

EKMAN now limits the problem to stationary motions, and the equations (1) are reduced to:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \lambda\, w_y + \alpha_s\, \eta_s \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}, \\ 0 &= -\lambda\, w_x + \alpha_s\, \eta_s \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Finally EKMAN assumes that the viscosity coefficient η_s is constant. The equations then easily can be integrated and we get:

$$\left.\begin{aligned} w_x &= C_1\, e^{a_s z} \cos(a_s z + c_1) + C_2\, e^{-a_s z} \cos(a_s z + C_2), \\ w_y &= C_1\, e^{a_s z} \sin(a_s z + c_1) - C_2\, e^{-a_s z} \sin(a_s z + c_2), \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

where C_1, C_2, c_1 and c_2 are integration constants to be determined by the boundary conditions, while:

$$a_s = \sqrt{\frac{\lambda}{2\,\alpha_s\,\eta_s}}. \tag{4}$$

In the case of an homogeneous ocean of indefinite depth we have $C_1 = o$, because we otherwise would have a driftcurrent with velocities increasing indefinitely with the depth. EKMAN then gives the solution in the following form:

$$\left.\begin{aligned} w_x &= w_0\, e^{-a_s z} \cos(45^\circ - a_s z), \\ w_y &= w_0\, e^{-a_s z} \sin(45^\circ - a_s z), \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

where:

$$w_0 = \frac{T}{\sqrt{2}\,a_s\,\eta_s} \tag{6}$$

is the scalar value of the velocity at the surface.

This form of the equations has been found by placing the positive axis of y in the direction of the tangential pressure $\boldsymbol{T}$ of the wind at the surface of the water. The movement given by these equations is described in the preceeding chapter and it is graphically represented in Fig. 1.

In the general case the equations [3] give a driftcurrent with two components, namely:

1. the terms with the coefficient C_1 that give a current turning uniformly to the left and increasing with increasing depth in such a way that the variation of the current can be described by a logarithmic spiral, and:

2. the terms with the coefficient C_2 that give a current turning uniformly to the right, and decreasing with increasing depth in such a way that the variation of the current can be described by a logarithmic spiral.

In his above mentioned paper EKMAN [3] treats the important case of a homogeneous ocean of a finite depth z_1. He assumes:

$$\left.\begin{aligned} \eta_s \left(\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)_{z=0} &= -T_x, & \eta_s \left(\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)_{z=0} &= -T_y, \\ (w_x)_{z=z_1} &= 0, & (w_y)_{z=z_1} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

From these four equations, giving the boundary conditions, he determined the values of the integration constants C_1, C_2, c_1 and c_2, and he discussed the solutions carefully.

As mentioned above the equations (3) are only valid for the water-layers for which the viscosity coefficient can be considered as a constant. In complex cases the equations (3) can be used separately for each such layer, and the values of the integration constants must be determined for each of them from the boundary conditions.

The boundary conditions can of course be given in a great variety of ways. One which may be of some interest shall be mentioned:

A depth z_1, there is a surface of discontinuity through which the transport of energy by means of internal friction is negligible. In this case the integration constants of the equations (3) can be determined by the following boundary conditions:

$$\left.\begin{aligned} \eta_s \left(\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)_{z=0} &= -T_x, & \eta_s \left(\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)_{z=0} &= -T_y, \\ \left(\frac{\partial w_x}{\partial z}\right)_{z=z_1} &= 0, & \left(\frac{\partial w_y}{\partial z}\right)_{z=z_1} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

III. Some simple Relations.

In the following we will discuss some simple features caracterizing the drift-currents. They will for simplicity be deduced for the movements described by the equations (2) and (5), but have a more general validity than the equations (5).

The Force of Friction.

From the equations (2) we find for the force of friction $\alpha_s \boldsymbol{F}_s$:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_s F_{s.x} &= -\lambda w_y, \\ \alpha_s F_{s.y} &= \lambda w_x. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

According to the equations (9) the force of friction is perpendicular to the driftcurrent, directed to the left, and its numerical value is equal to that of the deflecting force of the earths rotation (Fig. 3). These two forces thus have opposite directions and keep each other in equilibrium. The variation of both of them with depth is analogous to that of the drift-current and can be described by logarithmic spirals as the movement itself.

It can easily be seen that the EKMAN spiral given in Fig. 1 satisfies the condition that the force of friction shall be perpendicular to the

current and directed to the left. The waterlayer at the depth D_1 tries to draw with it the waterlayer at the depth D_2 with a force proportional with $D_1 D_2$, but the waterlayer at D_2 must on its side sweep with it the waterlayer at the depth D_3 with a force proportional with $D_2 D_3$. The parallelogram of the forces gives then for the waterlayer at D_2 a friction force $\alpha_s F_s$ perpendicular to the current and directed to the left of it.

The equations (9) have a very general validity because they can be deduced directly from the assumption that the driftcurrent is stationary. The deflecting force of the earth's rotation and the friction force are namely the only forces in action and they must at all depths keep each other in equilibrium for stationary movements, independently of variations of the viscosity coefficient or of the boundary conditions.

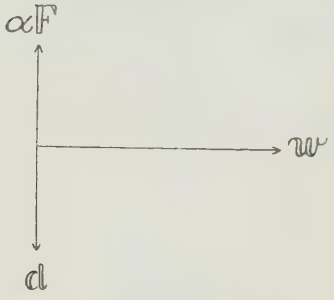


Fig. 3. The Equilibrium between the Force of Friction and the Deflecting Force of the Earth's Rotation.

The Total Watertransport.

The total transport $\boldsymbol{W}_s$ of the driftcurrent is given by the equations:

$$W_{s.x} = \int_0^\infty w_x \, dz, \quad W_{s.y} = \int_0^\infty w_y \, dz.$$

Introducing the values of w_x and w_y from the equations (5) we find:

$$\left.\begin{aligned} W_{s.x} &= \frac{\alpha_s}{\lambda} T, \\ W_{s.y} &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

The total watertransport of the driftcurrent is thus directed one right angle to the right of the windpressure and its magnitude is proportional to the windpressure.

The explanation for this fact is that the total watertransport is determined by two forces only, namely the force $\alpha_s \boldsymbol{T}$ of the windpressure at the surface and the deflecting force $\boldsymbol{D}_s$ of the earths rotation. When the motion is stationary these forces must be equal in magnitude, but opposite in direction (Fig. 1). It is then obvious — as stated by EKMAN — that the magnitude and direction of the total watertransport only depends on the pressure $\alpha_s \boldsymbol{T}$, and that it is independant of the value of η_s or whether η_s is constant or alters with the depth.

In a more general form we find that the total transport of the driftcurrent is directed 90° to the right of the sum of the external pressure forces and that its magnitude is proportional to this sum.

The Dissipation.

For the total dissipation of energy J_s we have the following equation:

$$J_s = \int_0^\infty \eta_s \left[\left(\frac{\partial w_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_y}{\partial z} \right)^2 \right] dz.$$

Introducing the values of w_x and w_y from the equations (5) we find:

$$J_s = \frac{1}{\sqrt{2}} w_0 T. \tag{11}$$

The total dissipation of energy in the driftcurrent is thus equal to the work of the windpressure at the surface.

Also this theorem is of a general character and independent of the value of η_s or eventual variations of η_s. It must be valid in all cases, where the driftcurrent is stationary, because the energy that the current receives from outside in this case, is not used to any modifications of the movement, but only for dissipation.

In the move general form the dissipation is equal to the difference between the work of the windpressure at the surface and the work performed by the water at its lower boundary.

IV. The Ekman Spiral in the Atmosphere.

We will go out from the equations of motion in their common form:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda v_y + \alpha \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}, \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\alpha \frac{\partial p}{\partial y} - \lambda v_x + \alpha \eta \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}, \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

where:

v_x, v_y = the components of the wind in the horizontal directions x and y,
α = specific volume of the air,
p = atmospheric pressure,
η = coefficient of viscosity.

It is here used a system of coördinates with the axis of z vertical (positive upwards), and the positive direction of y is 90° to the left of the positive direction of x.

In accordance with Hesselberg and Sverdrup [5] we introduce:

$$\left.\begin{aligned} -\alpha \frac{\partial p}{\partial x} &= m_0 + m_1 z + m_2 z^2 + \ldots, \\ -\alpha \frac{\partial p}{\partial y} &= n_0 + n_1 z + n_2 z^2 + \ldots, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

where $m_0, m_1, m_2 \ldots$ and $n_0, n_1, n_2, \ldots$ are constants. When we — as for the sea — limit the problem to stationary motions the equations (12) are reduced to:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \lambda v_y + \alpha \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + m_0 + m_1 z + m_2 z^2 + \ldots, \\ 0 &= -\lambda v_x + \alpha \eta \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + n_0 + n_1 z + n_2 z^2 + \ldots. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Assuming further that $\alpha\,\eta$ is constant we get by integration:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= -C_1\,e^{a\,z}\sin(a\,z+c_1)+C_2\,e^{-a\,z}\sin(a\,z+c_2)+\\ &\quad+\frac{n_0}{\lambda}+\frac{n_1}{\lambda}\,z-\frac{m_2}{12\,\alpha\,\eta}\,z^4+\ldots,\\ v_y &= C_1\,e^{-a\,z}\cos(a\,z+c_1)+C_2\,e^{-a\,z}\cos(a\,z+c_2)-\\ &\quad-\frac{m_0}{\lambda}-\frac{m_1}{\lambda}\,z-\frac{n_2}{12\,\alpha\,\eta}\,z^4+\ldots, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

where C_1, C_2, c_1 and c_2 are integration constants, while:

$$a=\sqrt{\frac{\lambda}{2\,\alpha\,\eta}}. \tag{16}$$

The constant C_1 is — for a uniform atmosphere — supposed to be zero, because the first exponential term otherwise would increase with the height. When we further place the positive axis of y in the direction of the gradient force $\alpha\,\boldsymbol{G}$, we find:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= C_2\,e^{-a\,z}\sin(a\,z+c_2)+\frac{n_0}{\lambda}+\frac{n_1}{\lambda}\,z-\frac{m^2}{12\,\alpha\,\eta}\,z^4+\ldots,\\ v_y &= C_2\,e^{-a\,z}\cos(a\,z+c_2)-\frac{m_1}{\lambda}\,z-\frac{n^2}{12\,\alpha\,\eta}\,z^4+\ldots. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

If we further neglect the variations of the gradient force with the height, we find:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= C_2\,e^{-a\,z}\sin(a\,z+c_2)+V,\\ v_y &= C_2\,e_{-}^{-a\,z}\cos(a\,z+c_2). \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

where $\boldsymbol{V}$ is the gradient wind.

In the paper by HESSELBERG and SVERDRUP [5] the integration constants C_2 and c_2 were determined from the values of v_x and v_y at the height of the anemometer, that was considered as the height zero. In this way the solution was limited to the part of the atmosphere where there is no systematic variation of η and the difficulties with the rapid variation of the viscosity coefficient in the airlayer between the earth's surface and the height of the anemometer were avoided.

We will, however, in analogy with the procedure of EKMAN for the sea, replace the integration constants with the pressure $\boldsymbol{U}'$ of the earths surface on the air movements in anemometer height. If this pressure was negligible we would in our case have a uniform wind, the gradient wind $\boldsymbol{V}$, through the whole atmosphere. But the retarding influence of the earth's surface disturb this simple motion by producing a retarding wind $\boldsymbol{v}'$ given by the exponential terms of the equation (18).

The influence of the surface depends of course to a large extent on the conditions at the surface. It is, for instance, greater over a landscape with hills and woods, than over a bare, flat ground, and it is generally greater over land than over the sea. But otherwise it is only dependent of the *relative* movement of the atmosphere and the surface. The value of $\boldsymbol{v}'$ is, therefore, the same whether it is the atmosphere that moves with a velocity $\boldsymbol{V}$ over the ground or it is the ground that moves with the velocity $-\boldsymbol{V}$ under a resting atmosphere.

The problem is thus reduced to find the wind $\boldsymbol{v}'$ produced in a resting atmosphere by a ground that moves with the velocity $-\boldsymbol{V}$. The moving ground then produces a pressure $\boldsymbol{U}$ in the direction opposite to that of the gradient wind. In the height of the anemometer the pressure $\boldsymbol{U}'$ from the airlayers below will because of the vicinity of the boundary surface in the first approximation have the same direction as $\boldsymbol{U}$.

The result is a retarding ground current $\boldsymbol{v}'$, that is analogue to the driftcurrent $\boldsymbol{w}$ produced in the sea by the wind pressure (Fig. 4).

For the retarding ground current we have:

$$v_x' = C_2\, e^{-a z} \sin\,(a\, z + c_2),$$
$$v_y' = C_2\, e^{-a z} \cos\,(a\, z + c_2).$$

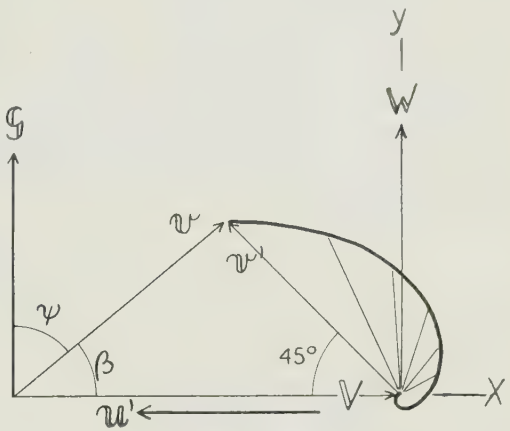


Fig. 4. The Retarding Ground Current $\boldsymbol{v}'$.

Introducing the boundary conditions:

$$\eta \left(\frac{\partial v_x'}{\partial z}\right)_{z=0} = -\,U', \quad \eta \left(\frac{\partial v'_y}{\partial z}\right)_{z=0} = 0,$$

we have:

$$v_x' = -\,v_0'\, e^{-a z} \sin\,(45^\circ - a\, z),$$
$$v_y' = v_0'\, e^{-a z} \cos\,(45^\circ - a\, z),$$

and:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= V - v_0'\, e^{-a z} \sin\,(45^\circ - a\, z), \\ v_y &= v_0'\, e^{-a z} \cos\,(45^\circ - a\, z), \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

where

$$v_0' = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda\,\eta}}\, U'. \tag{20}$$

There is such a complete analogy between the drift current $\boldsymbol{w}$ in the sea and the retarding ground current $\boldsymbol{v}'$ in the atmosphere that the result we have found for the first one are valid also for the second one. The results found in the paragraphs 2–3 are therefore also valid for the atmosphere, and we have:

$$\left.\begin{aligned} \alpha\, F_x &= -\,\lambda\, v_y', \\ \alpha\, F_y &= \lambda\, v_x', \end{aligned}\right\} \tag{9'}$$

$$\left.\begin{aligned} W_x &= 0, \\ W_y &= \frac{\alpha}{\lambda}\, U', \end{aligned}\right\} \tag{10'}$$

$$J = \frac{1}{\sqrt{2}}\, v_0'\, U'. \tag{11'}$$

If the gradient force varies in accordance with the equations (13) we have from the equations (17):

$$\left.\begin{aligned} v_x &= V + C_2\, e^{-a z} \sin (a z + c_2) + \frac{n_1}{\lambda} z - \frac{m_2}{12\,\alpha\,\eta} z^4 + \ldots, \\ v_y &= C_2\, e^{-a z} \cos (a z + c_2) - \frac{m_1}{\lambda} z - \frac{n_2}{12\,a\,\eta} z^4 + \ldots. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

If the atmosphere above the height of the anemometer is not homogeneous — as for instance in the case of an inversion — the equations (15) should be used for the homogeneous part and the integration constante C_1, C_2, c_1 and c_2 should be determined by means of the boundary conditions of the homogeneous part.

V. The Surface Wind.

In the rules of the World Meteorological Organization the surface wind is indicated to be the wind in 10 meters height above even ground. At this height the vertical eddy movements are no more directly impeded by the boundary surface and we can with reasonable accuracy assume that the viscosity coefficient has a normal value and that it can be considered to be constant from the anemometer height upwards. For these layers we therefore can apply the equations developed in the preceding chapter.

We have, however, reckoned our height from the height of the anemometer and the stress $\boldsymbol{U}$ from the ground has been replaced by the pressure $\boldsymbol{U}'$ from the air layer below the height of the anemometer on the airlayer at the height of the anemometer.

For the angle ψ_0 of deviation of the wind from the gradient at the height of the anemometer we find from the equations (19):

$$tg\,\psi_0 = \sqrt{\frac{2\,\lambda\,\eta}{\alpha}}\,\frac{V}{U'} - 1.$$

From this equation we see that the angle ψ_0 augments with decreasing values of the pressure $\boldsymbol{U}'$. It is, therefore, for instance greater over a flat open ground than over a hilly landscape with woods.

Further we see that the angle ψ_0 augments with increasing values of η. Great values of η appear for instance when the stability of the air is small. We, therefore, regularly find greater angles of deviation for unstable north west winds than for the more stable winds from south east.

If we consider an atmosphere where the gradient force varies with the height as indicated by the equations (13) we find, after some computation work, from the equations (21):

$$\operatorname{tg}\psi_0 = \frac{\sqrt{\frac{2\,\lambda\,\eta}{\alpha}} - U' + \frac{n^1}{\lambda} - \frac{m_1}{\lambda}}{U' - \frac{n_1}{\lambda} - \frac{m_2}{\lambda}}. \quad (22)$$

From this equation we see that the angle ψ_0 augments with increasing values of n_1, that is, when the gradient force augments with the height in

the direction of the gradient force at the surface, and that the angle is smaller for negative values of n_1.

The explanation of this fact is that an increasing gradient force produces stronger upper winds, that through the internal friction sweeps with it the winds at lower heights. On the other side a gradient force that diminishes with the height is accompanied by more feeble upper winds and their power to sweep with them the air in lower heights is diminished.

Because of the decreasing temperatures towards the north the gradient forces in this direction will as a rule augment with the height. We therefore often will find for westerly winds greater angles ψ_0 than normal, and lower values than normal for easterly winds.

For the angle of deviation in a small height Δz we find from the equations (21):

$$\operatorname{tg} \psi_{\Delta z} = \frac{\sqrt{\frac{2\lambda\eta}{\alpha}} - U' + \frac{n_1}{\lambda} - \frac{m_1}{\lambda} + \frac{U'}{\eta}\Delta z}{U' - \frac{n_1}{\lambda} - \frac{m_1}{\lambda}}, \qquad (23)$$

showing the normal increase of the angle of deviation with the height above the anemometer. At the same time it shows how the angle of deviation of the surface wind augments when the height of the anemometer is increased.

VI. The Sliding Layer at the Ground.

The assumption that the viscosity coefficient η is independent of the height is not valid in the air layers below the anemometers, where the eddy movements are directly impeded by the vicinity of the boundary surface. In these layers the value of η decreases towards the boundary surface and they form a sliding mechanism that diminishes the influence of the surface on the movement of the higher layers with more unimpeded eddy movements.

If the ground is very smooth the sliding layer will lie quite near to the ground, where the mean vertical eddy movement is small. In this case the influence of the ground on the air movements at greater hights will be comparatively small so that the wind already in a height of a few meters will attain values not very far from those of the gradient wind. The Ekman spiral in the higher levels with constant η will therefore be relatively small.

In the case of low vegetation there will be more or less calm air between the plants and the sliding layer will be lifted somewhat from the ground and the vertical eddy movements will have greater values than in the preceding case. We will have a greater pressure from the ground on the movements of the higher levels and consequently in anemometer height a greater deviation from the gradient wind and above a greater Ekman spiral.

If the vegetation is high as in a wood the calm air between the trees will reach higher up where the vertical components of the eddy movement

are greater. The result is that the pressure against the gradient wind will be greater and the EKMAN spiral in the higher air layers will have a considerable size.

The magnitude of the influence of the earth's surface on the air movements thus depends to a great extent on the conditions at the ground, but at all events the mean variation of the wind from the height of approximately unimpeded vertical eddy movements and upwards will be of a spirallike character.

In individual cases there will be many other deviations from the simple EKMAN spiral, because of irregularities in eddy motions, because of the influence of accelerations, etc.

It would of course be of considerable interest to study the distribution of the winds in the sliding layer. In accordance with the results found above, the problem might be limited to the case of an atmosphere without any gradient force and with no winds except the wind v' caused by a ground that moves steadily, and the viscosity coefficient might vary from a value η_0 at the ground up to the value η at the upper limit of the sliding layer. I hope to be able to come back to this problem at a later occasion.

VII. The Ekman Spiral over the Sea.

The formulae found in chapter 4 are also valid over the sea, but the pressure from the sea has a somewhat different direction than the pressure U from the ground.

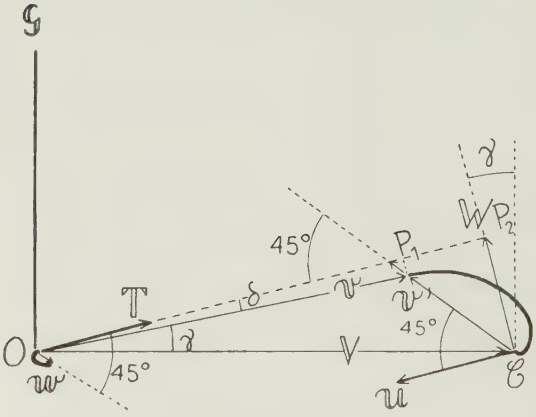


Fig. 5. The Ekman Spirals in the Sea and in the Atmosphere.

EKMAN says that the direction of the tangential pressure T is in the direction of the wind relative to the water, as e. g. when determined from a ship drifting with the surface water, and in a footnote he adds:

"The velocity of the air should then strictly be determined indefinitely near the water-surface. The direction of the wind (relative to the water) does not however vary appreciably with the height, within the limits at which it is usually measured and right down to the water-surface; and the coincidence of the wind's direction and the direction of tangential pressure therefore hold true just as well if the former be reckoned at some distance above the sea-level. By the direction and velocity of the wind will therefore always be understood those given at the height usual in meteorological observations, since there is of course no particular reason at all for any other definition."

The pressure $\boldsymbol{T}$ from the air thus has with good approximation the direction of the vector $\boldsymbol{v}_0 - \boldsymbol{w}_0$ that in fig. 5 is given by the line $O\,P_1$. The driftcurrent $\boldsymbol{w}_0$ of the sea at the surface is directed 45° to the right of this direction or $(45° - \delta)$ from the direction of $\boldsymbol{v}_0$, where δ is the angle between $\boldsymbol{T}$ and $\boldsymbol{v}_0$. The variation of the driftcurrent $\boldsymbol{w}$ with the depth is given by the little spiral ending at origo 0.

The pressure $\boldsymbol{U}$ from the sea on the air is directed against the pressure $\boldsymbol{T}$ from the air on the sea. The retarding influence of this pressure $\boldsymbol{U}$ is in fig. 5 given by the spiral ending at the point C at the end of the vector $\boldsymbol{V}$. The wind $\boldsymbol{v}$ varies with the height along this spiral and approaches the gradient wind $\boldsymbol{V}$.

VIII. The Balance of Energy.

In the case of a stationary movement in the atmosphere the energy obtained from the work of the gradient force is partly used to the work at the boundary surfaces of the considered part of the atmosphere and partly transformed to heat through the dissipation of energy. We therefore have:

$$A = B + I \tag{24}$$

where:

A = work of the gradient force,
B = work at the boundary surfaces,
I = dissipation.

It can easily be seen that this equation is fullfilled both in the case of an Ekman spiral over the ground and in the case of an Ekman spiral over the sea.

I. In the case of an Ekman spiral over the ground we have (Fig. 4):

$$A = G\,W$$

Introducing from equation (10′) the value of the total transport $\boldsymbol{W}$ of air, we find:

$$A = G\frac{\alpha}{\lambda}U' = V\,U' = (v_0 \cos\beta + v_0' \cos 45°)\,U' = B + J.$$

The transport of energy B through the boundary surface in anemometer height is partly dissipated in the air layers below this height and is partly used to perform the work of the wind at the earth's surface.

II. In the case of the Ekman spiral over the sea we find (Fig. 5):

$$A = G\,W\cos\gamma = G\frac{\alpha}{\lambda}U'\cos\gamma = V\cos\gamma\,U',$$

where γ is the angle between the total transport $\boldsymbol{W}$ of air (caused by the retarding influence from the sea) and the direction of the gradient force. Further we find:

$$A = V\cos\gamma\,U' = (O\,P_1 + P_1\,P_2)\,U' = (v_0\cos\delta + v_0'\cos 45°) = B + J$$

The transport of energy B through the boundary surface in anemometer height is partly dissipated in the air layers below this height and partly transferred to the sea. Here it is dissipated in the surface waves and in the windcurrent.

IX. Conclusions.

When the wind blows over the surface of the ocean, it produces waves and driftcurrents in the sea. For these movements a transfer of kinetic energy is required from the air to the sea, and even when both the waves and the currents have reached the final size a transport of energy is necessary in order to maintain these water movements.

This transport of energy from the air to the sea cannot take place without consequences for the air movements themselves, so that they are retarded in the lower layers.

It is of special interest to find the state of movement to which the air and the sea approach under unaltered conditions. This formulation of the problem involves considerable simplifications because the accelerations can be neglected so that in all heights and depths there is a balance between the acting forces.

From the researches of FRIDTJOF NANSEN and V. WALFRED EKMAN in the beginning of the century, we know rather well the mechanics of the driftcurrents in the sea and from the work of HESSELBERG and SVERDRUP, some years later, we also have the corresponding knowledge regarding the movements in the atmosphere up to a height of 1000 meters. In order to obtain a mathematical treatment of the problem, it was found necessary further to assume that the coefficient of viscosity was the same in all depths of the ocean, respectively in all heights in atmosphere, and in the nature this assumption is not even approximately fullfilled in the neighbourhood of the boundary surface between the sea and the air.

The reason why I after many years take up the problem for further examination, is that younger meteorologists and oceanographers because of this weakness in the theoretical treatment of the problem do not acknowledge the results. I therefore have tried to show that the more important results regarding the windcurrents in the oceans and the friction currents in the atmosphere are valid without other assumptions than the invariability of the movements and therefore are valid even if the coefficient of friction is variable in the neighbourhood of the boundary surface.

At the earlier treatment of the problems the driftcurrents in the oceans and the friction currents in the atmosphere have been treated separately. There is however a connection between them because the air currents afford the energy that is necessary for the formation and the maintainance of the surface waves and the driftcurrents in the sea.

References.

1. Nansen, F.: Oceanography of the North Polar Basin. The Norwegian North Polar Expedition 1893–96. Scientific Results. Vol. III, No. 9. Christiania 1902.
2. Ekman, V.: Om jordrotationens inverkan på vindströmmar i hafvet. Nyt Magasin for Naturvidenskab. B **40**, H. 1, Kristiania 1902.
3. — On the Influence of the Earth's Rotation on Ocean-Currents. Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik, **2**, No. 11, Uppsala 1905.
4. Åkerblom, F. A.: Recherches sur les courants les plus bas de l'atmosphère au-dessus de Paris. Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsalensis 1908.
5. Hesselberg, Th. und H. U. Sverdrup: Die Reibung in der Atmosphäre. Veröff. Geophys. Inst. Univ. Leipzig, II, **1**, 241 (1915).

551.465

(The University of Liverpool, Department of Oceanography.)

Note on the Dynamical Theory of Storm-Surges.

By

J. Proudman.

Summary. Given the stationary distribution of the elevation of the sea-surface that would be produced by a distribution of wind and atmospheric pressure if these remained constant, approximate formulae for the time-sequences in the building up and decay of such a distribution of elevation are obtained. In the case of the building up, the atmospheric generating conditions are supposed to be suddenly created and then maintained constant; while in the case of the decay, the atmospheric maintaining conditions are supposed to be suddenly removed. A closed rectangular basin and a rectangular gulf are considered and the depth of water is taken as uniform. Friction is taken into account, but geostrophic effects and product-terms in the fundamental differential equations are neglected. An equation of motion is used in which the current only enters through its mean value with respect to depth. The validity of the method is shown by comparing the results for the closed basin with known formulae in which the vertical variations of current are taken into account.

Zusammenfassung. Wenn die stationäre Verteilung der Höhe der Meeresoberfläche, die von einer konstanten Verteilung von Wind und Luftdruck erzeugt wird, gegeben ist, so lassen sich Näherungsformeln für den Zeitablauf des Aufbaus und des Zerfalls einer solchen Höhenverteilung ableiten. Für den Aufbau wird angenommen, daß die dafür nötigen atmosphärischen Bedingungen plötzlich entstehen und dann konstant bleiben; beim Abbau anderseits sollen die ursprünglich konstanten Bedingungen plötzlich aufhören. Es wird nun einerseits ein geschlossenes rechteckiges Wasserbassin, anderseits ein rechtwinkliger Golf betrachtet, in beiden Fällen mit gleicher Wassertiefe; die Reibung wird berücksichtigt, nicht dagegen die ablenkende Kraft der Erdrotation sowie Glieder höherer Ordnung der Differentialgrundgleichungen. Es wird eine Bewegungsgleichung verwendet, in die die Strömung nur als Mittelwert in Abhängigkeit von der Tiefe eingeht. Die Gültigkeit dieser Methode wird nachgewiesen durch einen Vergleich der Resultate für ein geschlossenes Wasserbecken mit bekannten Formeln, in denen die vertikalen Strömungsschwankungen berücksichtigt werden.

Résumé. Si l'on admet une répartition stationnaire de l'élévation de la surface de la mer, qui se produirait à la suite d'une distribution constante du vent et de la pression atmosphérique, on obtient des formules approchées qui permettent de calculer la consécution temporale pour la formation ou la désintégration d'une pareille répartition de l'élévation. En cas de formation, on admet que les conditions atmosphériques nécessaires surgissent immédiatement et restent constantes; en cas de désintégration, les mêmes conditions atmosphériques sont supposées avoir disparu tout à coup. On considère un bassin fermé et un golfe, les deux rectangulaires et de la même profondeur. Le frottement est pris en considération, mais en revanche on néglige la force de Coriolis et les termes d'ordre supérieur dans les équations différentielles fondamentales. Une équation de mouvement est employée, dans laquelle le courant n'entre que par sa valeur moyenne en rapport à la profondeur. La valabilité pratique de cette méthode est démontrée en comparant les résultats obtenus pour le bassin fermé avec ceux de formules connues, dans lesquelles les variations verticales de courant sont prises en considération.

I. Introduction.

In storm-surges, such as occur in the North Sea, the wind is the most effective agent in producing the changes of sea-level, the direct action of changes in atmospheric pressure being less important. The wind produces a shearing current, but it is the chief object of this note to show that approximate formulae for the time-sequences in the generation and decay of the distribution of the elevation of the sea-surface may be obtained without considering the vertical distribution of the current. Such formulae are the solutions of differential equations which are much simpler than those involving the current at any depth.

Part of the data of the formulae is the stationary state of the elevation which would be maintained by certain atmospheric conditions if these remained constant. It is not one of the objects of the note to show how this stationary state depends on the friction of the wind. This has been done more completely than the formulae of the note would allow (see *Dynamical Oceanography*, § 100).

Only a closed rectangular basin and a rectangular gulf are considered. The depth of the water and its density are taken to be uniform. Friction is taken into account, but geostrophic effects and product-terms in the fundamental differential equations are neglected.

II. Notation.

Denote by:

g the acceleration of the earth's gravity;
h the depth of the water, supposed uniform;
c $(g\,h)^{1/2}$;
ϱ the density of the water, supposed uniform;
t the time;
x, z Cartesian co-ordinates in which the undisturbed surface of the sea is given by $z = 0$, and the bottom by $z = -h$;

ζ the elevation of the sea-surface;
u the horizontal component of current in the direction of x;
$\bar{u}$ the depth-mean value of u;
F the force of internal friction, per area, by which the water above a particular level acts on the water below this level;
F_s the friction, per area, of the wind on the sea-surface;
F_b the friction, per area, of the water on the sea-bottom;
p_a the pressure of the atmosphere on the sea-surface;
N the coefficient of eddy-viscosity, assumed constant and uniform when used at all;
k a coefficient of friction, assumed constant and uniform when used.

III. Closed Rectangular Basin.

In 1924 A. T. DOODSON [*1*] and I considered a rectangular basin whose ends are given by $x = 0$, $x = \pi/\varkappa$, and in which the motion is parallel to the sides. For mathematical convenience we took the current at the bottom to be zero. At time $t = 0$, we supposed that throughout the basin $\zeta = 0$, $u = 0$, and that then a distribution of wind and of non-uniform atmospheric pressure were suddenly created and afterwards maintained constant. We took the stress of the wind to be given by

$$\frac{F_s}{\varrho} = N \frac{\partial u}{\partial z} = g\, h\, W \sin \varkappa\, x \tag{1}$$

for $z = 0$, and the atmospheric pressure by

$$p_a = \text{constant} + \frac{g\,\varrho}{\varkappa} P \cos \varkappa\, x \tag{2}$$

where W, P are constants. We then found the subsequent elevation to be given by

$$\zeta = -\frac{\cos \varkappa\, x}{\varkappa} \left(P + {}^3/_2\, W + \Sigma_s\, C_s\, e^{-\lambda_s N t/h^2}\right) \tag{3}$$

where λ_s denotes a root of the equation

$$\tan \lambda^{1/2} = \lambda^{1/2} + \alpha\, \lambda^{5/2}$$

with

$$\alpha = \frac{N^2}{g\, h^5\, \varkappa^2} \tag{4}$$

$$C_s = -\frac{2\,P\,\alpha + 2\,W \dfrac{\sec \lambda_s^{1/2} - 1}{\lambda_s^2}}{\left(\dfrac{\tan \lambda_s^{1/2}}{\lambda_s}\right)^2 - 5\,\alpha}.$$

We evaluated certain examples in which $\varkappa = 0{,}0615$, and found that when the disturbance is produced by atmospheric pressure only, so that $W = 0$,

$$\zeta = H \cos \varkappa x \{1 - 1.062\, e^{-1.272\, N t/h^2} \cos (3.435\, N t/h^2 - 19.2°) + 0.003\, e^{-22\, N t/h^2} + \ldots\} \quad (5)$$

on writing $H = -P/\varkappa$, and that when the disturbance is produced by wind only, so that $P = 0$,

$$\zeta = H \cos \varkappa x \{1 - 1.075\, e^{-1.272\, N t/h^2} \cos (3.435\, N t/h^2 - 22.8°) - 0.009\, e^{-22\, N t/h^2} + \ldots\} \quad (6)$$

on writing $H = -{}^3/_2\, W/\varkappa$. In both (5), (6) H denotes a constant height.

As $t \to \infty$, $\zeta \to H \cos \varkappa x$ in both (5), (6), but though the elevations are the same in these two stationary states, the distributions of current are quite different. When the stationary elevations are maintained by atmospheric pressure there are no currents, but when they are maintained by wind there are currents in the direction of the wind near the surface and in the opposite direction lower down. The depth-mean values of these currents, however, are zero.

The numerical values of the two formulae (5), (6) are so near together as to suggest that, as an approximation, (5) may be taken instead of (6) for the case in which the disturbance is produced by the wind. And then this indicates that the formula may still give a valid approximation when the currents do not follow the artificial laws assumed, but may have non-zero values at the bottom and a non-uniform coefficient of eddy-viscosity.

The equation of continuity is

$$h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0$$

and the equation of motion may be taken as

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial F}{\partial z}$$

which is more general than that on which (3) is based. Integrate this with respect to z and then divide by h, so that

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{1}{\varrho h} (F_s - F_b).$$

Now make the approximation in which the friction at the sea-bottom is given by

$$\frac{F_b}{\varrho h} = 2 k \bar{u}$$

so that

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + 2 k \bar{u} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{F_s}{\varrho h}.$$

On taking[1]

$$-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p_a}{\partial x}+\frac{F_s}{\varrho h}=-\varkappa g H \sin \varkappa x$$

the equation of motion becomes

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}+2k\bar{u}+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}=-\varkappa g H \sin \varkappa x. \tag{7}$$

Again taking $\zeta = 0$, $\bar{u} = 0$ when $t = 0$, the solution [*2*, § 156] of the equation of continuity and (7) gives

$$\zeta = H \cos \varkappa x \left\{1 - e^{-kt}\left(\cos \sigma t + \frac{k}{\sigma}\sin \sigma t\right)\right\} \tag{8}$$

where

$$\sigma^2 = \varkappa^2 c^2 - k^2. \tag{9}$$

This may also be written in the form

$$\zeta = H \cos \varkappa x \{1 - e^{-kt} \sec \gamma \cos (\sigma t - \gamma)\} \tag{10}$$

so that

$$\sigma = \varkappa c \cos \gamma,\ k = \varkappa c \sin \gamma.$$

In order to compare (5) with (10), take

$$\sigma' = 3.435\frac{N}{h^2},\ k' = 1.272\frac{N}{h^2}.$$

Then from (4) with $\alpha = 0.0615$, it follows that

$$\sigma' = 0.8517\,\varkappa c,\ k' = 0.3154\,\varkappa c.$$

Taking $\gamma = 19.2°$ to make the phase of (5) agree with that of (10), it follows that

$$\sigma = 0.9444\,\varkappa c,\ k = 0.3289\,\varkappa c.$$

The nearness of σ to σ', of k to k', and of $\sec \gamma$ ($= 1.058$) to 1.062 in (5) shows that the formula (10) may be used, as an approximation, instead of (5).

---

[1] On substituting from (1), (2),

$$-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p_a}{\partial x}+\frac{F_s}{\varrho h}=g(P+W)\sin \varkappa x$$

so that, in the stationary state as given by this equation of motion,

$$\zeta = -(P+W)\frac{\cos \varkappa x}{\varkappa}$$

whereas in (3) it is given by

$$\zeta = -(P+{}^3/_2\,W)\frac{\cos \varkappa x}{\varkappa}.$$

The true value lies between these (Dynamical Oceanography, § 82).

It is then concluded that the formula (8) may be used approximately for the generation of a stationary state in which

$$\zeta = H \cos \varkappa x \tag{11}$$

whether this is caused by wind, atmospheric pressure, or both. This principle will be assumed in the remainder of the paper.

Suppose next that, after the stationary state (11) has been maintained for some time, the wind suddenly ceases and at the same time the atmospheric pressure suddenly becomes uniform, so that the disturbance is allowed freely to decay to zero. Taking $t = 0$ as the instant at which the decay begins, it is seen that, at any subsequent time,

$$\zeta = H \cos \varkappa x \, e^{-k t} \left(\cos \sigma t + \frac{k}{\sigma} \sin \sigma t \right) \tag{12}$$

with (9).

The formulae (8), (9) apply to the case in which $k < \varkappa c$ and this corresponds to natural conditions. But in § 4 corresponding formulae are required for the case in which $k > \varkappa c$. These are

$$\zeta = H \cos \varkappa x \left\{ 1 - e^{-k t} \left(\cosh \sigma_1 t + \frac{k}{\sigma_1} \sinh \sigma_1 t \right) \right\} \tag{13}$$

where

$$\sigma_1^2 = k^2 - \varkappa^2 c^2 \tag{14}$$

as may be easily verified from (7) and the equation of continuity.

IV. Rectangular Gulf.

Suppose now that the basin is closed at the end $x = 0$ only, so that it constitutes a gulf of infinite length.

Suppose again that at $t = 0$ and throughout the gulf, both $\zeta = 0$, $u = 0$, and then that distributions of wind and of atmospheric pressure are suddenly created and afterwards maintained constant. Suppose that in the stationary state to which the system tends, the elevation is given by

$$\zeta = F(x) \; (0 \leqq x < \infty) \tag{15}$$

where the function $F(\ )$ is subject only to the condition that the integral (17) below converges for all values of $\varkappa$. It is proposed to find a formula for ζ at any time in the process of generating this stationary state.

From Fourier's Integral Theorem,

$$F(x) = \int_0^\infty H(\varkappa) \cos \varkappa x \, d\varkappa \tag{16}$$

where

$$H(\varkappa) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty F(x) \cos \varkappa x \, dx. \tag{17}$$

By superposing an infinite number of infinitesimal motions of the types (8), (13), it follows that

$$\begin{aligned}\zeta = &\int_0^{k/c} H(\varkappa)\cos\varkappa x\left\{1 - e^{-kt}\left(\cosh\sigma_1 t + \frac{k}{\sigma_1}\sinh\sigma_1 t\right)\right\} d\varkappa \\ &+ \int_{k/c}^{\infty} H(\varkappa)\cos\varkappa x\left\{1 - e^{-k\ t}\left(\cos\sigma t + \frac{k}{\sigma}\sin\sigma t\right)\right\} d\varkappa\end{aligned} \tag{18}$$

where σ, σ_1 are given by (9), (14). This is the required formula.

In the decay of the stationary state under no wind and with uniform atmospheric pressure, starting at $t = 0$,

$$\begin{aligned}\zeta = &e^{-kt}\int_0^{k/c} H(\varkappa)\cos\varkappa x\left(\cosh\sigma_1 t + \frac{k}{\sigma_1}\sinh\sigma_1 t\right) d\varkappa \\ &+ e^{-kt}\int_{k/c}^{\infty} H(\varkappa)\cos\varkappa x\left(\cos\sigma t + \frac{k}{\sigma}\sin\sigma t\right) d\varkappa.\end{aligned} \tag{19}$$

When the frictional coefficient k is sufficiently small, the formula (18) may be replaced approximately by

$$\zeta = F(x) - {}^1/_2 e^{-kt}\left\{F(x + ct) + F(x - ct) + \frac{k}{c}\int_{x-ct}^{x+ct} F(\xi)\, d\xi\right\} \tag{20}$$

on taking $F(-x) = F(x)$ for all values of x. This may be deduced from (18), but it may also be derived directly from the equations of continuity and motion, from which it appears that an approximate solution of the equations of free motion in a channel is given by

$$\left.\begin{aligned}\zeta &= e^{-kt}\left\{f'(x + ct) + \frac{k}{c} f(x + ct)\right\} \\ \bar{u} &= -\frac{c}{h} e^{-kt} f'(x + ct)\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

where $f'(\ )$ denotes the derivative of $f(\ )$, provided that

$$\frac{k^2 f(x + ct)}{c^2 f''(x + ct)}$$

may be neglected. Also, the sign of c in (21) may be reversed.

Suppose now that

$$F(x) = 0 \text{ for } x \geqslant a$$

so that, in the stationary state, the disturbance of elevation only occurs within a distance a of the closed end of the gulf. Then, from (20) and for $ct + x > a$,

$$\zeta = F(x) - {}^1/_2\, e^{-kt}\left\{F(x - ct) + \frac{k}{c}\int_{x-ct}^{a} F(\xi)\, d\xi\right\} \tag{22}$$

which represents damped waves progressing away from the closed end of the gulf, while for $c\,t - x > a$

$$\zeta = F(x) - \frac{k}{c}\, e^{-k\,t} \int_0^a F(\xi)\, d\,\xi. \tag{23}$$

For $x = 0$, and for all values of t,

$$\zeta = F(0) - e^{-k\,t}\left\{F(c\,t) + \frac{k}{c}\int_0^{c\,t} F(\xi)\, d\,\xi\right\}. \tag{24}$$

To the same degree of approximation as in (21), other solutions of the equations of continuity and of free motion in a channel are given by

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= e^{-k\,t}\, f'(x + c\,t) \\ \bar{u} &= -\frac{c}{h}\, e^{-k\,t}\left\{f'(x + c\,t) - \frac{k}{c}\, f(x + c\,t)\right\} \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= e^{k\,x/c}\left\{f'(x + c\,t) + \frac{k}{c}\, f(x + c\,t)\right\} \\ \bar{u} &= -\frac{c}{h}\, e^{k\,x/c}\, f'(x + c\,t) \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= e^{k\,x/c}\, f'(x + c\,t) \\ \bar{u} &= -\frac{c}{k}\, e^{k\,x/c}\left\{f'(x + c\,t) - \frac{k}{c}\, f(x + c\,t)\right\} \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

and the sign of c may be reversed in each case.

If the formulae (27) be regarded as giving an *external surge* approaching the closed end of the gulf, then the reflected surge will be given by

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= e^{-k\,x/c}\, f'(c\,t - x) \\ \bar{u} &= \frac{c}{h}\, e^{-k\,x/c}\left\{f'(c\,t - x) - \frac{k}{c}\, f(c\,t - x)\right\} \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

since the addition of (27), (28) makes $\bar{u} = 0$ at $x = 0$ for all values of t.

References.

1. Proudman, J. and A. T. Doodson: Proc. London Math. Soc. (2), **24**, 140 (1924).
2. Proudman, J.: Dynamical Oceanography (1953).

551.465

(New York University, Department of Meteorology and Oceanography, New York.)

Zur Charakteristik des Seeganges.

Von

G. Neumann.

Mit 6 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Die Schwierigkeiten, die sich einer ausreichend genauen Beschreibung des komplexen Seeganges entgegenstellen, liegen in der Natur der Meereswellen selbst. Sobald der Wind Wellen erzeugt, wird die den entstehenden Undulationen zugeführte Energie über ein mehr und mehr sich verbreiterndes Band von Partialwellen, d. h. über ein Spektrum von Wellenkomponenten, verteilt. Die Kenntnis der Energieverteilung im Spektrum des Seeganges ist also eine wesentliche Voraussetzung für eine rationelle Seegangscharakteristik und Seegangsvorhersage.

Die von Welle zu Welle wechselnden Höhen und „Perioden" sind die der Beobachtung direkt zugänglichen Größen im Seegang. Sie prägen das charakteristische Bild der scheinbaren Wellen, deren Eigenschaften in engem Zusammenhang mit dem Energiespektrum stehen. In der vorliegenden Arbeit wird erstmalig versucht, eine objektive Charakteristik des Seeganges aus seinem Spektrum abzuleiten. Für voll entwickelte See ist die Charakteristik der komplexen Struktur der Wellen in eine Wind- und Seeskala zusammengefaßt. Diese umfaßt die wichtigsten Angaben über die Dimensionen und die statistische Verteilung der Höhen, „Perioden" und „Wellenlängen" aufeinanderfolgender scheinbarer Wellenkämme bei verschiedenen Windstärken.

Summary. The difficulties of giving an adequate description of the properties of the composite sea are founded in the nature of the ocean waves themselves. As the wind generates waves, the total energy transferred to the growing undulations begins to spread out over a band of partial waves, the range of which extends more and more to longer wave components, as the sea approaches the fully arisen state. The spectrum of ocean waves is being formed, and the knowledge of the energy distribution in the wave spectrum is the basis of a rational description of the characteristics of the seaway, and of wave forecasting.

The heights and "periods" which change from "wave" to "wave" are the observable quantities in the composite sea. They form the characteristic pattern of the apparent waves whose properties are closely related to the

energy spectrum. In the present paper a first attempt is made to derive the observable characteristics of the wind generated sea from its spectrum. For fully arisen sea, these characteristics are summarized in a wind and sea scale. This includes the most important information on the dimensions and the statistical distribution of the heights, "periods" and "wave lengths" of successive apparent wave crests at different wind velocities.

Résumé. Les difficultés à surmonter lorsqu'il s'agit de décrire les propriétés du mouvement ondulatoire de la mer proviennent de la nature même des vagues marines. Aussitôt que le vent forme des vagues, l'énergie transmise aux ondulations se répand sur une bande de vagues partielles qui s'élargit de plus en plus. Le spectre des vagues marines ainsi formé et la connaissance de la répartition de l'énergie dans le spectre des vagues sont à la base d'une description rationnelle des caractéristiques des mouvements de la mer et de la prévision des vagues.

La hauteur et la «période» différentes pour chaque vague sont les grandeurs directement observables de la mer en mouvement. Elles donnent l'image caractéristique des vagues apparentes dont les propriétés sont en étroite relation avec le spectre d'énergie. Pour la première fois on tente, dans cet article, de faire dériver de son spectre les caractéristiques observables de la mer mise en mouvement par le vent. Pour une mer complètement houleuse, la caractéristique de la structure complexe des vagues est représentée dans une échelle du vent et de la mer. Elle contient les indications les plus importantes quant aux dimensions et la répartition statistique des hauteurs des «périodes» et des «longueurs d'ondes» de crêtes apparentes de vagues successives par différentes vitesses du vent.

I. Einleitung.

Die Seegangsforschung hat im letzten Jahrzehnt besondere Förderung von seiten der Praxis erfahren[1]. Schiffahrt, Schiffbau, Hafen- und Küstenbau sowie verwandte Gebiete sind in zunehmendem Maße an den Seegangserscheinungen und deren Auswirkungen interessiert und wünschen, die Ergebnisse der Seegangsforschung für ihre Zwecke nutzbar zu machen. Die Frage, die dem Ozeanographen von der Praxis vorgelegt worden ist, ist die nach den *Dimensionen* der Meereswellen bei gegebenen Windstärken in verschiedenen Seegebieten. Eine besondere Rolle spielt in diesem Zusammenhang die *Vorausberechnung* der Wellen unter den verschiedensten Bedingungen. Um aber eine Erscheinung voraussagen zu können, muß man sie zuerst ausreichend genau zu beschreiben wissen.

Der hervorstechende Zug des winderzeugten Seeganges ist nun aber seine Unregelmäßigkeit, oder das scheinbare Durcheinander zusammen

[1] Dem Verfasser dieses Aufsatzes wurde durch die Hamburg-Amerika-Linie und die Reederei A. Bolten, Hamburg, die Möglichkeit zu umfangreichen Wellenbeobachtungen im Nordatlantischen Ozean geboten. Die Bearbeitung dieses Materials und weitere Untersuchungen wurden durch das Office of Naval Research, Washington, D. C., den Beach Erosion Board, Washington, D. C., und das Bureau of Aeronautics, Project Arowa, Naval Air Station, Norfolk, Virginia, unterstützt. Allen diesen Stellen möchte der Verfasser für weitgehende Förderung seiner Arbeiten danken.

auftretender „Wellen" von verschiedener Größe. Von einer auch nur einigermaßen regelmäßigen Wellenform kann keine Rede sein, und doch muß dem Seegang als komplexe Erscheinung etwas „Charakteristisches" zugesprochen werden. Es ist ja bekannt, daß geübte, see-erfahrene Beobachter durchaus imstande sind, Windstärkenunterschiede von $^1/_2$ bis 1 Beaufortgraden nach dem Aussehen der (ausgereiften) Wellen zu schätzen. Jede Windstärke prägt also dem Seegang ein gewisses *charakteristisches Erscheinungsbild* auf; die Frage ist nur, was das „Charakteristische" am Seegang ist und wie es ausreichend genau beschrieben werden kann.

Die hydrodynamische Theorie spezieller Wellenbewegungen an der Wasseroberfläche ist wegen des physikalischen Interesses an diesen Erscheinungen in beachtenswertem Maße weiter entwickelt worden, doch konnte von dieser Seite wenig zur Lösung der oben genannten praktischen Forderungen der Seegangsforschung beigetragen werden. Der Vergleich der Tatsachen mit den theoretischen Ergebnissen läßt noch viel zu wünschen übrig. Diesen Mangel haben schon A. Defant (1929) und H. Thorade (1931) vor mehr als zwanzig Jahren hervorgehoben, und auch das letzte Jahrzehnt intensiver Seegangsforschung hat unter diesem Mangel ebenso gelitten, wie die Jahrzehnte vorher. Wie A. Defant es ausdrückte, „zeigt sich auch hier der Übelstand, daß die Theoretiker die Fortführung der Theorie sich angelegen sein lassen, und mit Abschluß derselben ihr Interesse an der Sache erlahmt, die Verarbeiter von Beobachtungsmaterial aber meistens zu wenig theoretisch geschult sind, um die Ergebnisse der Theorie bis in Einzelheiten zu verwerten. Ein innigeres Zusammenarbeiten von Beobachtung und Theorie würde hier, wie überall, sehr fördernd wirken."

In der folgenden Arbeit wird versucht, eine objektive Charakteristik der Seegangswellen aus dem Energiespektrum winderzeugter Wellen abzuleiten und diese mit den bisherigen Resultaten visueller Beobachtungen zu vergleichen.

II. Der komplexe Seegang und seine Beobachtung.

Es fehlt nicht an Versuchen, den komplexen Seegang durch gewisse „Mittelwerte" von Perioden, Wellenlängen, Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einzelner Wellenkämme und -höhen zu beschreiben. Die große Streuung dieser schwer definierbaren „Mittelwerte" wurde von jeher betont und als Übelstand der ganzen Methode empfunden. Es fiel nicht nur schwer, solche Werte aus den Beobachtungen zu bilden, sondern sie untereinander und insbesondere in Beziehung zur Windstärke zu setzen. In den meisten Fällen war die physikalische Bedeutung der abgeleiteten Beziehungen ziemlich unklar, und die Meinungen der verschiedenen Autoren gingen oft sehr auseinander.

Geübte, kritische Beobachter stellten Regeln auf, wie z. B. V. Cornish (1934), daß die Sturmwellen im Mittel eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, die etwa 80% der Windgeschwindigkeit des sie erzeugenden Windes

ausmacht. Andere Beobachter und Theoretiker hatten wiederum genügend „Beweise" dafür, daß die Wellen des ausgereiften Seeganges schneller fortschreiten als der Wind. So nahmen auch in neuerer Zeit H. U. Sverdrup und W. H. Munk (1947) an, daß die „*significant waves*" im vollentwickelten Seegang etwa 30 bis 40% schneller als der Wind sind, ein Ergebnis, das zunächst befremdet, aber anscheinend durch gewisse Beobachtungen zumindest sehr wahrscheinlich gemacht wurde.

In den letzten Jahren ist verschiedentlich auf derartige Widersprüche in unserer empirischen Kenntnis des Seeganges hingewiesen worden, die sich einfach als Folge einer unzureichenden Darstellung der wahren Natur des komplexen Seeganges ergeben. Der Wind erzeugt nicht nur *eine* Welle, und insbesondere nicht eine einfache harmonische Welle. Sobald sich unter dem Einfluß des Windes die Wasseroberfläche zu kräuseln beginnt, wird die vom Wind den entstehenden Undulationen zugeführte Energie über ein mehr und mehr sich verbreiterndes Band von Partialwellen verteilt. Darauf deuten bereits gewisse Dispersionserscheinungen bei Initialwellen hin. Mit anderen Worten: Sobald der Wind Wellen erzeugt, wird die zugeführte Energie des Windes über ein *Spektrum* von Wellenkomponenten verteilt. Allerdings scheint bei den Initialwellen und in den ersten Stadien der Anfachung des Seeganges die Breite dieses Spektrums relativ klein zu sein. In ausgereiften Windseen, besonders bei stärkerem Wind, findet man jedoch alle möglichen Wellenkomponenten im Schwingungsbild der Meeresoberfläche vertreten, von den kleinsten Rippelwellen angefangen bis zu den langen, wesentlich flacheren aber hohen „Rollern", die später als lange Dünung erscheinen, wenn diese Wellenkomponenten dem Windgebiet enteilen (Dispersion) oder nach Abflauen des Windes als langlebige Bestandteile übrig bleiben, während die kurzwelligeren Bestandteile des Seeganges viel rascher durch Dissipation vernichtet werden.

Der Seegang ist auch keine periodische Erscheinung im mathematisch-physikalischen Sinne des Wortes. Schon die Summe zweier harmonischer Partialwellen, deren Frequenzen in einem nicht rationalen Verhältnis stehen, liefert einen gänzlich unperiodischen Schwingungsvorgang; das Schwingungsbild ändert sich fortwährend, ohne sich jemals zu wiederholen. Dasselbe ist beim Seegang der Fall, dessen Spektrum aus einer großen Zahl von Partialwellen zusammengesetzt gedacht werden kann, deren Perioden im nicht rationalen Verhältnis zueinander stehen.

Ohne Kenntnis der *Energieverteilung* im Spektrum des Seeganges lassen sich schwer einwandfreie Werte der Seegangscharakteristik, wie etwa die mittlere „Periode", die mittlere „Wellenlänge" sowie Höhencharakteristiken bilden. Ein weitgestecktes Ziel der Seegangsforschung ist daher die Erforschung der spektralen Energieverteilung in den Wellenbewegungen der Meeresoberfläche. Die Analyse von *Seegangsregistrierungen an der Oberfläche* könnte die erforderlichen Unterlagen für derartige Untersuchungen verschaffen. Zur Zeit sind aber nur wenige solcher Seegangsregistrierungen vorhanden, und zuverlässige Analysen von solchen Messungen sind dem Verfasser nicht bekannt. Es liegen zwar

genügend Registrierungen mit Druckmeßgeräten am Boden von Flachwassergebieten vor, die aber aus verschiedenen Gründen ungeeignet sind, um das Spektrum des winderzeugten Seeganges daraus abzuleiten und in Beziehung zum Wind zu setzen. Schwer kontrollierbare Bodeneinflüsse, die Refraktion und Dissipation im Spektrum der ursprünglichen, auf tiefem Wasser erzeugten Wellenbewegung bedingen, modifizieren je nach der Lage der am Boden verankerten Druckmeßgeräte und je nach der Topographie des Meeresbodens in der Umgebung des Meßgerätes den ursprünglichen Seegang in einen lokalen Seegang. Aus solchen Registrierungen in Landnähe auf flacherem Wasser lassen sich schwer eindeutige Beziehungen zwischen Wind und See herleiten, und alle diesbezüglichen Versuche hatten bisher auch wenig Erfolg. Hinzu kommt, daß je nach der Empfindlichkeit der Druckmeßgeräte am Boden gewisse

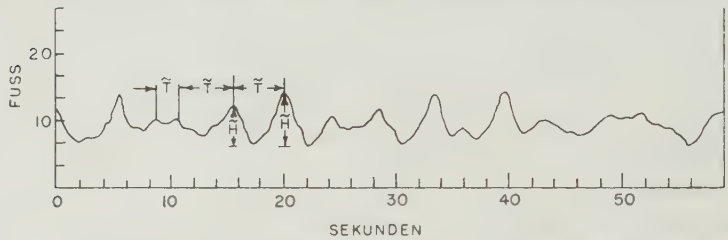


Abb. 1. Ausschnitt aus einer Seegangsregistrierung an der Meeresoberfläche. Die Zeitintervalle zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen („Perioden" $\widetilde{T}$) und die Höhen $\widetilde{H}$ der scheinbaren Wellen (in Fuß) sind die meßbaren Größen des Seegangs.

kurzperiodische Bestandteile des komplexen Seeganges ausgefiltert werden, die auch durch nachträgliche Reduktion auf die Oberfläche nicht zurückgewonnen werden können.

Einwandfreie Seegangsregistrierungen von der Meeresoberfläche und ihre exakten Spektralanalysen sind das erstrebenswerte Ziel der Beobachtungstechnik, und es ist klar, daß sie nicht durch noch so gewissenhafte visuelle Beobachtungen ersetzt werden können. Weil aber zur Zeit solche einwandfreie Registrierungen und Analysen noch nicht in ausreichendem Maße verfügbar sind, und die Notwendigkeit einer rationellen Seegangsbeschreibung und -vorhersage von der Praxis immer dringender betont wird, mußte der Weg zur Lösung mit einfacheren Mitteln beschritten werden. Die Ergebnisse dieser Arbeit stützen sich deshalb auch, soweit erforderlich, auf systematische visuelle Beobachtungen [NEUMANN (1952a, 1953a)]. Es ist zu hoffen, daß in nicht zu ferner Zukunft, insbesondere auf dem Gebiet der Analyse von Seegangsregistrierungen, Fortschritte erzielt werden, die sich für die weitere Seegangsforschung fruchtbar auswirken werden. Erfolgversprechende Arbeiten dieser Art werden zur Zeit am Department für Meteorologie und Ozeanographie an der New York University ausgeführt.

Ein Ausschnitt aus einer Seegangsregistrierung an der Meeresoberfläche ist in Abb. 1 dargestellt. Die zeitliche Aufeinanderfolge der

Hebungen und Senkungen des Meeresspiegels zeigt ein recht unregelmäßiges Bild von „Wellen" mit verschiedenen Höhen und „Perioden". Mit „Periode", oder mit dem Symbol $\widetilde{T}$, soll hier wie im folgenden der Zeitunterschied zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen an einem festen Ort der Meeresoberfläche bezeichnet werden, im Gegensatz zur wahren Periode T einer Wellenkomponente. Höhen und „Perioden" variieren beträchtlich von einer Erhebung zur anderen; die abwechselnden Hebungen und Senkungen des Meeresspiegels können „scheinbare Wellen" genannt werden. Dabei zeigt die Aufzeichnung des Seegangsmeßgerätes nur den großzügigen Teil des tatsächlichen Wellenbildes, ohne die überlagerten kleineren Wellen und Rippeln. Solche sind stets dem windgetriebenen Seegang überlagert und tragen wesentlich zur Rauhigkeit des großzügigen Wellenprofils bei, die eine wichtige Rolle bei der Energieübertragung Wind—Welle im Anfachungsprozeß des Seeganges und bei seiner Aufrechterhaltung durch den Wind zu spielen scheint [Neumann (1952b)].

Die „*Perioden*" $\widetilde{T}$ sind neben den wechselnden *Wellenhöhen* $\widetilde{H}$ die experimentell *meßbaren* Größen im Seegang, während die Theorie auf das Seegangsspektrum gestützt, die *Energiedichte* des Seeganges *berechnen* läßt. Sowohl im voll entwickelten Zustand als auch im Zustand der Anfachung ist die Verteilung dieser „Perioden" $\widetilde{T}$ und Höhen $\widetilde{H}$ für das jeweilige komplexe Wellenbild charakteristisch und steht, wie später gezeigt werden kann, in engem Zusammenhang mit dem Spektrum der Seegangswellen.

Beobachtungen über die Zeitintervalle zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen an einem festen Ort der Meeresoberfläche sowie über die Wellenhöhen und ihre Schwankungen wurden im Winter 1950/51 vom Verf. während einer Studienreise mit M. S. „Heidberg" nach Westindien ausgeführt. Diese Beobachtungen umfassen in der Hauptsache den voll entwickelten Seegang bei Windstärken bis zu 22 m/sec, aber auch verschiedene Stadien der Anfachung. Über einige Ergebnisse dieser systematischen Messungen ist bereits berichtet worden (1952b)[1]. Theoretische Überlegungen und die weitere Bearbeitung dieses Materials, das durch eine Auswahl von Seegangsregistrierungen an der Meeresoberfläche bei auflandigem Wind an der Küste von New Jersey, USA., vermehrt werden konnte, führte zur Ableitung des Seegangsspektrums bei verschiedenen Windstärken. Unter Hinweis auf zwei vorangegangene Arbeiten, die diese Aufgabe behandeln (1953a, 1953b), sei für den Zweck dieses Aufsatzes nach kurzer Erläuterung die mathematische Form des Energiespektrums im winderzeugten Seegang von den genannten Arbeiten übernommen. Auf die „Heidberg"-Beobachtungen selbst, und ihre Deutung im Sinne der theoretischen Ergebnisse, wird in einem späteren Abschnitt dieses Aufsatzes eingegangen.

[1] Bei weiteren Hinweisen auf Arbeiten des Verfassers ist nur die Jahreszahl als Verweis auf das Literaturverzeichnis angegeben.

III. Das Energiespektrum im winderzeugten Seegang.

Es sei zunächst angenommen, daß das Spektrum des Seeganges kontinuierlich ist, das heißt, daß in ihm alle Perioden T oder Frequenzen $\nu = 2\pi/T$ vorkommen. Diese Annahme scheint schon insofern berechtigt, als sich auch die Trochoide als Summe von verschiedenen Partialwellen darstellen läßt.

Die Aufgabe, die Verteilung der Energie im komplexen Seegang auf die einzelnen Intervalle dT oder $d\nu$ zu berechnen, hat damit eine gewisse Analogie mit der Aufgabe, die Verteilung der Energie in einem Gas auf die einzelnen Geschwindigkeitsbereiche zu ermitteln, oder mit der Aufgabe, die Verteilung der Wärmestrahlung auf die einzelnen Frequenzintervalle zu bestimmen. Wie es bei den durch Temperaturstrahlung erzeugten kontinuierlichen Spektren keine Energie gibt, die einer scharfen Frequenz ν zugehört, so gibt es auch beim Seegang keine Energie, die einer „scharfen" Welle mit der Periode T oder der Frequenz ν zukommt. Es gibt nur ein Energieintervall ΔU, das einem vorgegebenen Bereich ΔT zugehört, oder mit anderen Worten, erst der Quotient $\Delta U\, \Delta T$ ist endlich. Damit wird als *spektrale Energiedichte*[1] des Seeganges der Quotient

$$W_T = \frac{\delta U_T}{dT} \text{ [erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}\text{]}$$

bezeichnet, und eine *Welle* kann definiert werden durch die spektrale Wellenhöhe H_T in einem unendlich kleinen spektralen Band δT um die Periode T. Wenn H_T die Wellenhöhe im Spektralband $T - \frac{1}{2}\delta T$ und $T + \frac{1}{2}\delta T$ bei gegebener Windstärke bedeutet, und

$$(H_T)^2 = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta h_T{}^2}{\Delta T} = \frac{\delta h_T{}^2}{\delta T} \text{ [cm}^2 \text{ sec}^{-1}\text{]}$$

ist, wird die spektrale Energiedichte für unsere Zwecke ausreichend genau

$$\frac{\delta U_T}{dT} = \frac{1}{8}\, g\, \varrho\, \frac{\delta h_T{}^2}{\delta T}, \tag{1}$$

worin ϱ die Dichte des Wassers, g die Schwerebeschleunigung und $h_T{}^2$ das Quadrat der Höhen individueller Wellenkomponenten im Spektrum bedeuten. Der Ausdruck

$$\delta U_T = W_T\, dT = \frac{1}{8}\, g\, \varrho\, \frac{\delta h_T{}^2}{\delta T}\, dT \text{ [erg cm}^{-2}\text{]} \tag{2}$$

kann als mittlere Wellenenergie pro Flächeneinheit der Meeresoberfläche für Wellen definiert werden, deren Perioden zwischen $T - \frac{1}{2}\, dT$ und

[1] Es wird $\frac{\delta U_T}{dT}$ geschrieben, da der Grenzwert $\delta U_T = W_T dT$ nicht nur eine Funktion von T, sondern auch von der Windstärke v ist.

$T + \frac{1}{2} dT$ liegen. Die totale Wellenenergie im winderzeugten Seegang ist dann durch

$$U = \frac{1}{8} g \varrho \int_0^\infty \frac{\delta h_T^2}{\delta T} dT \tag{3}$$

gegeben.

Die spektrale Wellenhöhe H_T ist nicht nur eine Funktion der Wellenperiode T oder der Wellenlänge L, sondern auch der Windstärke v. Zum Beispiel wird eine Wellenkomponente mit der Periode 6 sec im winderzeugten Seegang bei $v = 5$ m/sec eine andere spektrale Wellenhöhe haben als eine 6 sec-Welle bei $v = 10$ m/sec. Es erscheint weiter plausibel, anzunehmen, daß die spektrale Wellensteilheit, H_T/L_T, einer Welle im Bereich $T - \frac{1}{2} dT$ und $T + \frac{1}{2} dT$ bei gegebener Windstärke mit zunehmender Periode abnimmt. Wenn dies nicht der Fall sein würde, sondern wenn z. B. H_T/L_T konstant wäre, müßte die mittlere Wellenenergie des komplexen Seeganges mit zunehmender Periode kontinuierlich anwachsen, und das Integral in (3) würde unendlich werden. In diesem Falle wäre es nötig, das Spektrum bei einer gewissen maximalen Periode „abzuschneiden", um einen endlichen Wert der totalen Wellenenergie bei gegebener Windstärke zu erhalten.

Es kann auch hier an eine Analogie in der Theorie der Wärmestrahlung erinnert werden. In der klassischen Theorie (nach der Rayleighschen Formel) war es wichtig und notwendig, daß die sog. „Ultraviolett-Katastrophe" eintrat, um den gesamten Energieinhalt der Strahlung nicht unendlich werden zu lassen. Das Versagen der klassischen Physik, das an dieser Stelle zu der Entdeckung Plancks und zu seinem Strahlungsgesetz führte, hat eine gewisse Parallele auch im Falle der Energieverteilung im komplexen Seegang. In unserem Falle ist es notwendig, daß im Seegang mit einem kontinuierlichen Spektrum eine Art „Katastrophe" im langwelligen Teil des Spektrums eintritt, oder, anders ausgedrückt, daß die spektrale Wellenenergie δU_T bzw. die Energiedichte W_T als Funktion der Periode T dargestellt, ein Maximum bei einer gewissen Welle mit der Periode $T_{\max}$ erreicht und dann mit weiter zunehmender Periode abfällt, bis sie praktisch verschwindet. *Diese Form des Spektrums ist an ganz bestimmte Eigenschaften des komplexen Seeganges gebunden.*

Die Aufgabe, die mathematische Form der Energieverteilungskurve zu bestimmen, führte nun zunächst zu dem Ergebnis, daß die spektrale Wellensteilheit bei gegebener Windstärke v mit zunehmender Periode nach dem Gesetz

$$(H/L)_T \sim e^{-(gT/2\pi v)^2}$$

abnimmt (1953a, 1953b). Statt der spektralen Wellensteilheit können wir unter der Annahme, daß die Beziehung

$$L = g\, T^2/2\,\pi \tag{4}$$

für die einzelnen Wellenkomponenten in tiefem Wasser gilt, auch die spektrale Wellenhöhe H_T als Funktion der Periode und der Windstärke einführen[1]. Damit wird

$$H_T{}^2 = C\,\frac{g^2T^4}{4\,\pi^2}\,e^{-2\,(gT/2\,\pi\,v)^2}\,[\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}^{-1}] \tag{5}$$

und die spektrale Energieverteilung ist nach (2) durch

$$\delta U_T = C\,\varrho\,\frac{g^3}{32\,\pi^2}\,T^4\,e^{-2\,(gT/2\,\pi\,v)^2}\,dT \tag{6}$$

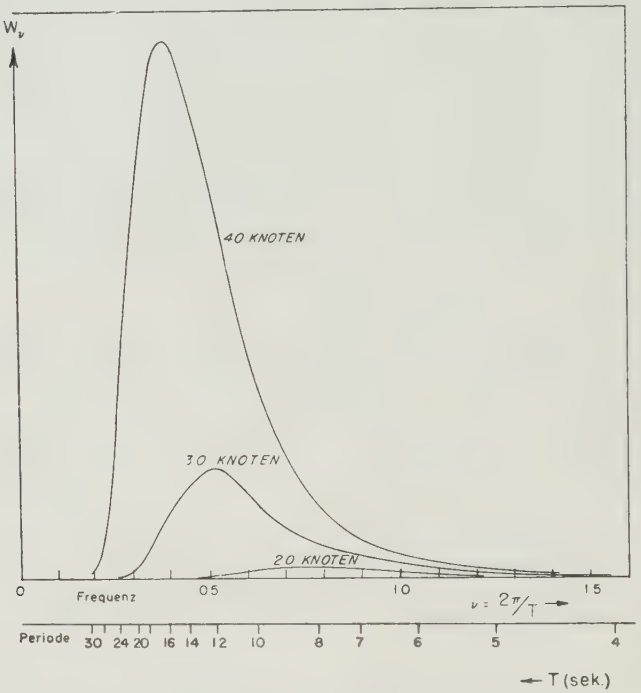


Abb. 2. Energieverteilung im Spektrum für voll entwickelten Seegang bei drei verschiedenen Windstärken (Ordinatenmaßstab willkürlich).

als Funktion der Periode und der Windstärke gegeben. Die Konstante $C\,(\mathrm{sec}^{-1})$ muß, ähnlich wie eine entsprechende Konstante im Planckschen Strahlungsgesetz, aus der totalen Wellenenergie im voll entwickelten Seegang bei bekannter Windstärke bestimmt werden.

Für manche praktischen Aufgaben, z. B. Dünungsvorhersagen und gewisse Rechnungen über die Ausbreitung der Wellen aus dem Windgebiet

[1] Es ist damit nicht gesagt, daß die klassische Formel $L = g\,T^2/2\,\pi$ für die *scheinbaren Wellen* im Seegang gilt.

(Dispersion) ist es zweckmäßiger, das Gesetz der Energieverteilung (6) als Funktion der Wellenfrequenzen $\nu = 2\pi/T$ zu schreiben. Mit

$$W_\nu \, d\nu = W_T \, dT$$

und

$$d\nu = -2\pi \, T^{-2} \, dT$$

wird dann das Spektrum in Wellenfrequenzen ausgedrückt

$$\delta U_\nu = W_\nu \, d\nu = -C \varrho \, g^3 \pi^3 \nu^{-6} \, e^{-2 g^2/\nu^2 v^2} \, d\nu. \tag{7}$$

In Abb. 2 ist die Energieverteilung im Spektrum $[W_\nu = f(\nu)]$ für voll entwickelten Seegang bei drei verschiedenen Windstärken dargestellt. Der Ordinatenmaßstab für W_ν ist proportional zum Quadrat der spektralen Wellenhöhen und in willkürlichen Einheiten angegeben.

Je nach der Windstärke bedeckt das Wellenspektrum *mit nennenswertem Energiebetrage* ein mehr oder weniger breites Band auf der Frequenzskala, obwohl theoretisch im voll ausgebildeten Seegang alle Frequenzen möglich sind. So sind bei einer Windstärke von $v = 30$ Knoten ($v = 15{,}43$ m/sec) nennenswerte Energiebeträge nur im Spektralbereich zwischen etwa $\nu = 1{,}34$ und $\nu = 0{,}376$ zu finden, d. h. zwischen den Perioden 4,7 und 16,7 Sekunden. Das Maximum der spektralen Energie ist um die Periode $T_{\max} = 12{,}1$ sec ($\nu = 0{,}52$) konzentriert.

Mit zunehmender Windstärke rückt die obere Grenze der wichtigen Wellenkomponenten mehr und mehr in den langwelligen Teil unter gleichzeitiger Verschiebung des Energiemaximums nach kleineren Frequenzen bzw. größeren Perioden. Durch Differentiation des Energiespektrums (7) nach ν, und Nullsetzen, folgt für die dem Energiemaximum entsprechende Frequenz $\nu_{\max}$

$$\nu_{\max} \cdot v = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot g, \tag{8}$$

das ist eine dem Wienschen Gesetz der Temperaturstrahlung entsprechende Beziehung, wonach *das Produkt aus der Wellenfrequenz des Gebietes höchster Energie im Seegang und der Windstärke konstant ist.* Die Gl. (8) kann auch in der Form

$$\left.\begin{aligned} \frac{g T_{\max}}{2\pi v} = \frac{\sigma_{T\max}}{v} = 1{,}225 \\ T_{\max} = 0{,}785 \, v \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

geschrieben werden. $\sigma_{T\max}$ ist die Phasengeschwindigkeit der Wellenkomponente in einem schmalen Spektralbereich um das Energiemaximum bei $T_{\max}$.

Dieses für den voll entwickelten Seegang allgemein gültige Gesetz (8) bietet eine einfache Möglichkeit zur Prüfung der theoretischen Annahmen, sobald die ersten zuverlässigen Analysen von Seegangsregistrierungen an der freien Meeresoberfläche vorliegen. Es lassen sich aber verschiedene andere, wichtige Eigenschaften des Seeganges aus dem Spektrum ableiten, die zum Teil eine Prüfung an Hand bereits vorliegender Beobachtungen gestatten.

IV. Folgerungen aus dem Seegangsspektrum.

Das Spektrum der Seegangswellen [Gl. (7)] hat die Eigenschaft, daß die spektrale Energie für Wellenkomponenten, deren *Gruppengeschwindigkeit* größer ist als die Windgeschwindigkeit, praktisch verschwindet, d. h. praktisch ist im langperiodischen Teil eine „obere Grenze" vorhanden, auf die wir später zurückkommen. Die spektrale Wellenenergie steigt von hier rasch mit zunehmender Frequenz bis zum Maximum bei ν_{max}, dessen Lage nach (8) gegeben ist, und fällt dann im Bereich großer Frequenzen angenähert umgekehrt proportional zur 6. Potenz von ν ab. Diese charakteristische Form des Spektrums steht in engem Zusammenhang mit den Seegangserscheinungen.

Für viele Zwecke der praktischen Anwendung (Seegangsvorhersage) und für die Ableitung charakteristischer Eigenschaften des Seeganges aus dem Spektrum ist es wichtig zu wissen, wieviel Energie in einem bestimmten Spektralbereich vorhanden ist. Diese Energie wird durch Integration von (7) über alle Frequenzen in dem vorgegebenen Bereich erhalten. Insbesondere hat die Funktion

$$U_{\infty}^{\nu} = \int_{\infty}^{\nu} \delta\, U_{\nu} = C\, \varrho\, g^3\, \pi^3 \int_{\infty}^{\nu} \nu^{-6}\, e^{-2\, g^2/\nu^2\, v^2}\, d\nu \tag{10}$$

große Bedeutung in der Seegangsvorhersage gefunden (Pierson, Neumann, James, (1953)]. Mit den Substitutionen

$$b = 2\, g^2/v^2, \quad b/\nu^2 = x^2 \quad \text{und} \quad d\nu = -\frac{\sqrt{b}}{x^2}\, dx$$

ergibt die Auswertung des Integrals

$$U_{\nu}^{\infty} = C\, \varrho\, g^3 \pi^3 \left[\frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{b^5}} \cdot \Phi(x) - \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{b^5}}\left\{\frac{x^3}{2} + \frac{3}{4}\, x\right\}\right], \tag{11}$$

worin $\Phi(x)$ das Fehlerintegral bedeutet. Die Funktion (11) wurde *Kokumulatives Energiespektrum (co-cumulative spectrum)* der Wellen genannt, und die Kurven, die diese Funktion darstellen, sind abgekürzt als CCS-Kurven bezeichnet worden (1953a, 1953b). Beispiele für solche Kurven[1] zeigt Abb. 3. Die Ordinate gibt eine Größe E an, die einfach proportional zur mittleren Wellenenergie U ist, und zwar ist

$$U = \frac{1}{2}\, g\, \varrho\, E.$$

E hat die Dimension (Länge)^2 und ist an Stelle von U aus Zweckmäßigkeitsgründen für die praktische Seegangsvorhersage eingeführt worden.

Die totale mittlere Wellenenergie U im Seegang bei gegebener Windstärke v wird erhalten durch Integration von (7) über alle Frequenzen

[1] Ein vollständiger Satz solcher CCS-Kurven mit eingezeichneten Linien für Wellenlaufstrecken (Fetch) und Zeitdauern der Windeinwirkung ist für den Windstärkebereich 10 bis 56 Knoten an anderer Stelle für die praktische Seegangsvorhersage veröffentlicht [Neumann (1953a), Pierson, Neumann, James (1953)].

von $\nu = 0$ bis $\nu = \infty$ oder aus (11) mit $x = \infty$. Für voll entwickelte See ergibt dies

$$U = C \varrho \cdot 3{,}65\, g^{-2} v^5. \tag{12}$$

Die mittlere totale Wellenenergie pro Flächeneinheit der Meeresoberfläche in ausgereiften Windseen wächst demnach proportional zur fünften Potenz der

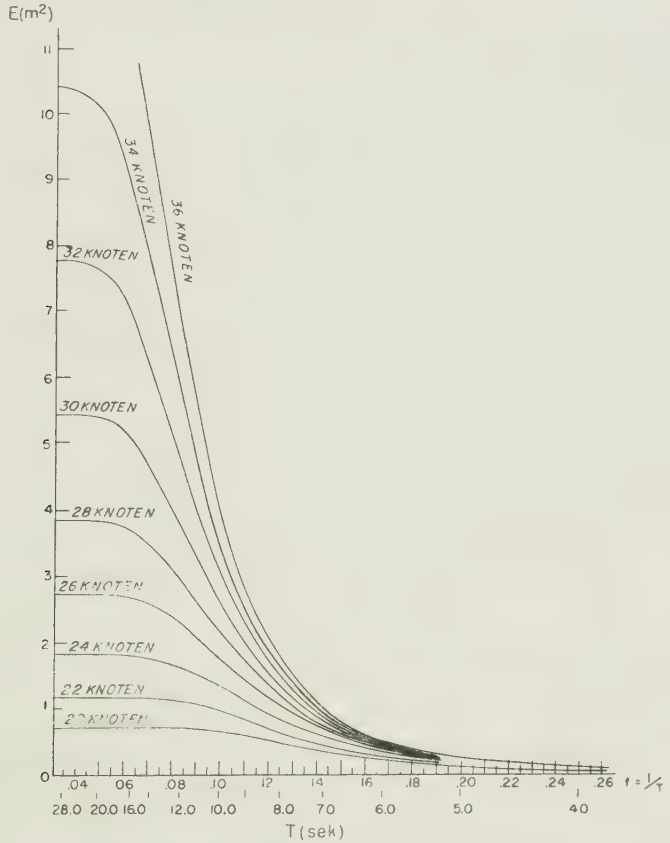


Abb. 3. Ko-kumulative Energiespektren (CCS-Kurven) für Seegang bei Windstärken zwischen 20 und 36 Knoten. Die Ordinate E (m²) ist proportional zur totalen Wellenenergie und bestimmt die Höhencharakteristik der scheinbaren Wellen.

Windstärke an. Die Konstante C wurde, wie an anderer Stelle gezeigt, aus Beobachtungen ermittelt (1953a). Mit $C = 8.27 \cdot 10^{-4}$ sec^{-1}, $\varrho = 1$, $g = 981$ cm/sec² und v in cm/sec, wird

$$U = 3{,}125 \cdot 10^{-9} v^5 \text{ [erg cm}^{-2}\text{]}. \tag{13}$$

Eine andere wichtige Eigenschaft des komplexen Seeganges, die der Messung direkt zugänglich ist, ist seine *mittlere „Periode"*, oder der *Mittel-*

wert der Zeitintervalle zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen an einem festen Ort. Dieser Mittelwert $\overline{\overline{T}}$ wird aus der Formel

$$\overline{\overline{T}} = 2\pi \left(\int_0^\infty W_\nu \, d\nu \Big/ \int_0^\infty \nu^2 \, W_\nu \, d\nu \right)^{1/2} \tag{14}$$

berechnet [Pierson (1953)], [Neumann (1953a)], was mit Hilfe des Wellenspektrums (7) für die mittlere „Periode"

$$\left.\begin{aligned} \overline{\overline{T}}/v &= \pi \sqrt{3}/g \\ \text{oder} \qquad \overline{\overline{T}} &= 0{,}555\, v \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

ergibt, wenn v in m/sec gerechnet wird. Mit dem Ergebnis (9) folgt daraus für das Verhältnis

$$T_{\max}/\overline{\overline{T}} = \sqrt{2} = 1{,}414. \tag{16}$$

Die scheinbare Welle mit der mittleren „Periode" $\overline{\overline{T}}$ ist also nicht identisch mit der energiereichsten Welle im Spektrum, sondern ihre „Periode" ist wesentlich kleiner als die Periode $T_{\max}$. In Tabelle 1 sind $\overline{\overline{T}}$ und $T_{\max}$ für voll entwickelten Seegang bei verschiedenen Windstärken angegeben.

Tabelle 1. *Mittlere „Periode"* $\overline{\overline{T}}$ *und Periode des Energiemaximums* $T_{\max}$ *im Seegangsspektrum bei verschiedenen Windstärken* v *(m/sec).*

v m/sec	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
$\overline{\overline{T}}$ (sec)	2,77	3,33	4,44	5,55	6,67	7,8	8,9	10,0	11,1	12,2	13,3	14,4
$T_{\max}$ (sec) .	3,93	4,7	6,28	7,85	9,42	11,0	12,6	14,1	15,7	17,3	18,8	20,4

Sehr wahrscheinlich beziehen sich die meisten „Wellenperioden", die bisher in der Literatur angegeben wurden, auf eine mittlere oder vielleicht häufigste „Periode" der visuell meßbaren Zeitintervalle zwischen aufeinanderfolgenden charakteristischen Wellenkämmen an einem festen Ort der Meeresoberfläche. Aus vielen Messungen leitete V. Cornish (1934) die Regel ab, daß die „Fortpflanzungsgeschwindigkeit" der Sturmwellen etwa 80% der Windstärke ausmacht. Da über die tatsächliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit σ der scheinbaren Wellen im Seegang nicht viel bekannt ist, liegt die Vermutung nahe, daß sich die Aussage von Cornish auf „Perioden"-Messungen stützt (z. B. Messungen mit der Stoppuhr). Die Anwendung der klassischen Formel $\sigma = g\, T/2\pi$ würde dann mit Gl. (15) tatsächlich aus $g\, \overline{\overline{T}}/2\pi$ den Wert „Fortpflanzungsgeschwindigkeit" $= 0{,}866\, v$ ergeben, was aber nur besagt, daß aus den „Perioden"-Messungen von Cornish ein Mittelwert für $\overline{\overline{T}}$ berechnet werden konnte, der mit Gl. (15) verhältnismäßig gut übereinstimmt. Wahrscheinlich ist aber die klassische Formel auf die *scheinbaren* „Perioden" $\overline{T}$ nicht anwendbar, wie es auch für die scheinbaren „Wellenlängen" gezeigt werden kann, daß Formel (4) nicht streng gilt.

Die Phasengeschwindigkeit der Wellen in einem schmalen Spektralbereich um das Energiemaximum bei $T_{\max}$ ist nach Gl. (9) $\sigma_{T\max} = 1{,}225\,v$. Ein ähnliches Ergebnis wurde bereits vor der Ableitung des Energiespektrums auf anderem Wege erhalten (1952b, S. 270). Danach ist auf Grund einer approximativen Methode für die „β^*-Welle" $\sigma^* = 1{,}191\,v$ als höchste „Welle" angegeben. (Die „β^*-Welle", mit $\beta^* = \sigma^*/v$, ist eine Approximation des Spektralbereiches $1 < \beta^* < 1{,}37$ durch eine fiktive charakteristische Welle).

Schwierigkeiten bereitet der komplexe Seegang der Bestimmung einer *mittleren „Wellenlänge"*. Unter „Wellenlänge", $\widetilde{L}$, ist hier der horizontale Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Kämmen der scheinbaren Wellen zu verstehen, wie sie z. B. durch Ausmessung stereophotogrammetrischer Seegangsaufnahmen gewonnen werden können [Schumacher (1939)]. Es ist nicht ohne weiteres möglich, etwa von dem Wert $\overline{\widetilde{T}}$ auf den Wert $\overline{\widetilde{L}}$ unter Benutzung der Formel (4) zu schließen. Die klassische Formel (4) gilt zwar für eine Welle mit exakt definierter Periode T, aber nicht für die scheinbaren „Wellen" im Seegang mit den „Perioden" $\overline{\widetilde{T}}$. Es sei hier auf eine Arbeit von Pierson (1953) hingewiesen, der auf statistische Ergebnisse von Rice (1944) und das hier diskutierte Wellenspektrum gestützt, u. a. die mittlere „Wellenlänge" $\overline{\widetilde{L}}$ der scheinbaren Wellen berechnet hat. Pierson findet für den voll angefachten Seegang im Falle unendlich langer Wellenkämme

$$\overline{\widetilde{L}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{3}\,\frac{v^2}{g},$$

woraus mit Gl. (15)

$$\overline{\widetilde{L}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\,\frac{g\overline{T^2}}{2\pi} \tag{17}$$

oder

$$\overline{\widetilde{L}} = 0{,}577\,\frac{g\overline{\widetilde{T}^2}}{2\pi}$$

folgt. Das Ergebnis zeigt, daß der mittlere Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen zwar proportional zu $\overline{\widetilde{T}^2}$ ist, aber nur etwa einhalb mal so groß ist als es nach der klassischen Formel zu erwarten wäre. Im Falle kurzkämmiger Wellen berechnete Pierson unter gewissen Annahmen über die seitliche Begrenzung der Kämme und mit Hilfe des Spektrums (7), daß

$$\overline{\widetilde{L}} = \frac{2}{3}\,\frac{g\overline{\widetilde{T}^2}}{2\pi} \tag{18}$$

ist. Auch in diesem Falle ist $\overline{\widetilde{L}}$ kleiner als es nach der klassischen Formel zu erwarten wäre.

In Wirklichkeit werden, je nach der Kammlänge der scheinbaren Wellen alle möglichen Zwischenwerte vorkommen. Das Problem der scheinbaren Wellenlängen wird damit sehr kompliziert. Es läßt sich aber leicht zeigen, daß die klassische Formel (4) mit um so besserer Annäherung gilt, je schmaler man den Spektralbereich dv um eine bestimmte *Wellen-*

komponente macht. Das ist z. B. bei „älterer" Dünung der Fall, die nach Vernichtung der kurzwelligeren Bestandteile im Seegang und Dispersion als „übriggebliebenes" Spektralband aus dem langwelligen Teil des ursprünglichen Seegangsspektrums zu deuten ist.

V. Die „Perioden" $\tilde{T}$ und Höhen $\tilde{H}$ der scheinbaren Wellen im Seegang.

In voll entwickelter See sind nach (6) oder (7) theoretisch alle Perioden möglich. In praktischer Hinsicht, und für das wirkliche *Erscheinungsbild* des komplexen Seeganges, sind aber sowohl die Wellenkomponenten mit sehr langen als auch die Wellenkomponenten mit sehr kurzen Perioden ohne Bedeutung. Sie tragen, wie der Verlauf der CCS-Kurven in Abb. 3 erkennen läßt, nur unwesentlich zur totalen Energie im winderzeugten Seegang bei. Es sind dies die Wellenkomponenten in deren Bereich die CCS-Kurven mehr und mehr in die Richtung parallel zur Abszisse abbiegen. Das *Aussehen* des Seeganges und die Charakteristik seiner scheinbaren Wellen (Höhen und „Perioden") bleibt praktisch unbeeinflußt, wenn wir uns das Spektrum bei einer gewissen Welle mit der Periode T_o im langwelligen Gebiet und bei einer gewissen Welle mit der Periode T_u im kurzwelligen Gebiet *begrenzt* denken und nur den wesentlichen Teil um das Energiemaximum zwischen diesen Grenzen betrachten. Als Regel hat sich ergeben (1953a), daß etwa 3% der totalen Wellenenergie im kurzwelligen Teil und 5% im langwelligen Teil vernachlässigt werden können, ohne das Bild des komplexen Seeganges, d. h. die charakteristischen Wellengrößen $\tilde{T}$ und $\tilde{H}$, zu beeinflussen. Der wichtige Teil des Spektrums liegt also zwischen den Grenzen 95% und 3% der totalen Wellenenergie. In Abb. 4 sind diese Grenzen am Beispiel für $v = 30$ Knoten eingezeichnet. Die totale Wellenenergie bei voll entwickelter See ist hier $\frac{1}{2} g \varrho E_t$ mit $E_t = 5{,}48\ \mathrm{m}^2$. Die wichtigen Perioden liegen zwischen 4,7 und 16,7 Sekunden.

Diese zunächst etwas willkürlich erscheinende Begrenzung hat sich in der praktischen Seegangsvorhersage bewährt und ergibt, einheitlich angewandt, für alle Windstärken beim Vergleich mit den Beobachtungen gute Resultate. Es gibt natürlich Fälle, wo man auch die kurzwelligsten Bestandteile des Seeganges in Betracht zu ziehen hat, oder wo man sein Augenmerk mehr auf die längsten in ihm vorkommenden Wellen richten wird. Das hängt eben ganz von dem zu behandelnden Problem ab, und man ist durchaus nicht auf die vorgeschlagene Begrenzung des Spektrums angewiesen. Bei der Aufgabe, das charakteristische *Erscheinungsbild der windgetriebenen See* zu beschreiben, wird man aber sicher auf die überlagerten Rippelwellen und auf die flachen langwelligen Komponenten verzichten können. Beim Studium der optischen, akustischen oder hydrodynamischen Eigenschaften der rauhen, welligen Meeresoberfläche wird man wohl mehr Gewicht auf die kurzwelligen Bestandteile im Seegang zu legen haben, während die längsten möglichen Wellenkomponenten, die mit ihrem geringen Energieinhalt pro cm^2 Meeresoberfläche im offenen Seegebiet

praktisch unsichtbar bleiben, zu Untersuchungen über die Brandung auf flachen Bänken und an den Küsten heranzuziehen sind. Das Wellenspektrum gestattet vielseitige Anwendungsmöglichkeiten, wobei für jedes Problem der wichtige Spektralbereich gesondert betrachtet werden kann.

Da die Ordinate E für die CCS-Kurven der mittleren Wellenenergie pro cm² Meeresoberfläche proportional ist, lassen sich mit Hilfe solcher Kurven für beliebige Spektralbereiche die zugehörigen Energiebeträge leicht bestimmen. Z. B. ist die totale Energie des gesamten komplexen Seeganges ($\nu = 0$ bis $\nu = \infty$) bei $v = 15{,}43$ m/sec durch den Schnittpunkt der CCS-Kurve mit der Ordinate bei $\nu = 0$, $E = 5{,}48$ m², gegeben (E_t in Abb. 4). Daraus folgt $U = 27{,}4 \times 10^6$ erg cm^{-2}. Betrachten wir nur das Band zwischen $\nu = 0$ und $\nu = 0{,}52$ sec^{-1} im langwelligen Teil, das wir uns aus dem winderzeugten Seegang „herausgefiltert" denken können (Dünung), dann wird für dieses besondere Spektralband E 5,48 3,79 – $= 1{,}69$ m², und $U = 8{,}45 \times 10^6$ erg cm^{-2}.

Aus diesen E-Werten läßt sich in einfacher Weise eine

Charakteristik der Wellenhöhen $\widetilde{H}$

ableiten. Die Größe E kann als Summe der Quadrate der Amplituden aller Wellenkomponenten, die das komplexe Bild des Seeganges ergeben, aufgefaßt werden. Wie Longuet-Higgins (1952) auf statistischem Wege gezeigt hat, lassen sich die Wellenhöhen im Seegang leicht berechnen, wenn die Größe E gegeben ist (vgl. auch Pierson, Neumann, James (1953). Es ist nur noch nötig, die „Wellenhöhe" im Seegang näher zu definieren.

Die Höhen aufeinanderfolgender Wellenkämme wechseln in meist sehr unregelmäßiger Weise, wobei von Zeit zu Zeit eine besonders hohe scheinbare Welle im Seegang erscheint. Betrachtet man eine Seegangsregistrierung, z. B. wie sie in Abb. 1 im Ausschnitt dargestellt ist, und notiert die Höhendifferenz zwischen aufeinanderfolgenden Hebungen und Senkungen des Meeresniveaus für *alle* Wellen (auch die kleinen), dann zeigt die statistische Analyse langer Beobachtungsreihen, daß etwa 10% der scheinbaren Wellen Höhen haben, die größer als $3{,}04\,\sqrt{E}$ sind. 20% aller Wellen haben Höhen $> 2{,}54\,\sqrt{E}$, 30% aller Wellen $> 2{,}20\,\sqrt{E}$ usw. Die statistische Höhenverteilung der scheinbaren Wellen im winderzeugten Seegang ist in Tabelle 2 angegeben.

Tabelle 2. *Statistische Verteilung der Höhen scheinbarer Wellen im komplexen Seegang* [nach Longuet-Higgins (1952)].

Es treten in langen Beobachtungsreihen auf:

10% aller Wellen höher als	$3{,}04\,\sqrt{E}$	60% aller Wellen höher als	$1{,}42\,\sqrt{E}$
20% „ „ „ „	$2{,}54\,\sqrt{E}$	70% „ „ „ „	$1{,}20\,\sqrt{E}$
30% „ „ „ „	$2{,}20\,\sqrt{E}$	80% „ „ „ „	$0{,}94\,\sqrt{E}$
40% „ „ „ „	$1{,}92\,\sqrt{E}$	90% „ „ „ „	$0{,}64\,\sqrt{E}$
50% „ „ „ „	$1{,}66\,\sqrt{E}$	100% „ „ „ „	$0{,}00\,\sqrt{E}$

Die mittlere Höhe aller Wellen ist $\widetilde{H} = 1{,}772\,\sqrt{E}$, und die häufigste Wellenhöhe $\widetilde{H}_f = 1{,}414\,\sqrt{E}$.

Ein Beobachter des Seeganges neigt aber mehr dazu, nur die größeren, auffallenden „Wellen" zu zählen und die kleineren zu ignorieren. Die „mittlere Wellenhöhe", die er aus einer großen Zahl visueller Einzelbeobachtungen ableiten würde, würde deshalb nicht der wahren (statistischen) mittleren Höhe $\bar{H}$ aller Wellen entsprechen, sondern größer ausfallen. Diese „Höhe" könnte *charakteristische Wellenhöhe (significant wave height)* genannt werden. Wie die Erfahrung gezeigt hat, fällt diese charakteristische Wellenhöhe nahezu mit der Höhe einer scheinbaren Welle zusammen, die statistisch folgendermaßen definiert ist: Die Höhen *aller* scheinbaren Wellen im Seegang werden tabuliert, und die Anzahl der tabulierten Werte n wird durch 3 dividiert. Die Höhen der $n/3$ *höchsten* „Wellen" werden gemittelt, und der Mittelwert wird als charakteristische Wellenhöhe mit dem Symbol $\tilde{H}_{1/3}$ bezeichnet. Diese charakteristische Wellenhöhe ist also der Mittelwert der Höhen von 33,33% der beobachteten „Wellen", wobei die höchsten zu zählen sind. In ähnlicher Weise kann für die höchsten 10% aller Wellen der Mittelwert gebildet werden, der mit $\tilde{H}_{1/10}$ bezeichnet wird. Die Höhe $\tilde{H}_{1/10}$ ist bereits ein guter Näherungswert für die *maximale Wellenhöhe*.

Nach LONGUET-HIGGINS sind diese Wellenhöhen (einschließlich der mittleren Höhe $\bar{\bar{H}}$ und der häufigsten Höhe $\bar{\bar{H}}_f$) theoretisch durch

$$\left.\begin{aligned} \tilde{H}_f &= 1{,}414\sqrt{E}, & \bar{\bar{H}} &= 1{,}772\sqrt{E} \\ \tilde{H}_{1/3} &= 2{,}832\sqrt{E}, & \tilde{H}_{1/10} &= 3{,}600\sqrt{E} \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

gegeben. Es ist nur noch nötig, die Größe E für die jeweils vorliegenden Bedingungen (Windstärke, Dauer der Windeinwirkung usw.) zu bestimmen. Das theoretische Verhältnis $\bar{\bar{H}}/\tilde{H}_{1/3} = 0{,}625$ und $\tilde{H}_{1/10}/\tilde{H}_{1/3} = 1{,}270$ stimmt mit Beobachtungen gut überein, die nach einer Zusammenstellung von W. MUNK (1952) 0,65 und 1,29 ergeben haben.

Mit E bzw. U nach Gl. (13) ist damit die vollständige Höhencharakteristik als Funktion der Windstärke gegeben[1].

Als Beispiel für die Anwendung der theoretischen Ergebnisse zur Bestimmung der Höhencharakteristik soll der voll entwickelte Seegang bei einer Windstärke von 30 Knoten ($v = 15{,}43$ m/sec) betrachtet werden. Nach Gl. (13) ist $U = 27{,}4 \times 10$ erg cm^{-2}, somit $E = 5{,}48$ m^2; derselbe Wert kann auch direkt für $v = 30$ Knoten der entsprechenden CCS-Kurve in Abb. 3 entnommen werden. Die Höhencharakteristik des Seeganges ist dann durch folgende Wellenhöhen [Gl. (19)] gegeben: $\bar{\bar{H}} = 4{,}1$ m, $\tilde{H}_{1/3} = 6{,}6$ m, $\tilde{H}_{1/10} = 8{,}4$ m. Nach Tabelle 2 werden 10% aller Wellen höher als 7,1 m, 20% aller Wellen höher als 6 m, 30% aller Weller höher

[1] Mit Gl. (13) gilt dies für voll entwickelten Seegang. Für nicht voll entwickelte See ist die Ableitung der Höhencharakteristik mit Anwendung der Gl. (11) im Prinzip dieselbe [vgl. NEUMANN (1953a) und PIERSON, NEUMANN, JAMES (1953)].

als 5,15 m, 40% aller Wellen höher als 4,5 m und 50% aller Wellen höher als 3,9 m sein.

Die Höhencharakteristik des voll ausgereiften Seeganges bei Windstärken bis zu 12 Beaufort ist zusammen mit anderen wichtigen Wellendaten in der „Wind- und Seeskala", Tabelle 4, mitgeteilt.

Charakteristik der „Perioden" $\widetilde{T}$.

Die zweite, der visuellen Beobachtung direkt zugängliche Größe im Seegang ist die von Welle zu Welle ebenfalls sehr veränderliche Zeitdauer zwischen der Aufeinanderfolge der Wellenkämme an einem festen Ort der Meeresoberfläche oder die „Periode" $\widetilde{T}$. Zwei für die Charakteristik der „Perioden" wichtige Werte sind bereits aus dem Seegangsspektrum abgeleitet worden. Die mittlere „Periode" $\overline{\widetilde{T}}$ wurde aus dem Spektrum nach Formel (14) bestimmt, und die Periode $T_{\max}$ der energiereichsten Wellenkomponente im komplexen Seegang [Gl. (9)] folgte direkt aus der Energieverteilung.

Die „Periode" $\overline{\widetilde{T}}$ ist die Größe, die ein Beobachter des Seeganges z. B. durch Messungen mit der Stoppuhr aus dem Auf und Ab von treibenden Gegenständen an der Meeresoberfläche in einer längeren Beobachtungsreihe als Mittelwert der „Perioden" erhalten würde, wenn er *alle* Wellen, auch die kleinsten, mitberücksichtigen könnte. Dies ist in der Praxis der visuellen Messungen aber kaum möglich, und wie später gezeigt werden kann, auch nicht immer unbedingt notwendig. Es ist mehr das großzügige Bild der heranrollenden Hebungen und Senkungen des Meeresspiegels, das einem Beobachter als wesentlich ins Auge fällt, und dieses Wesentliche deckt sich im allgemeinen auch mit dem, woran die Praxis, z. B. die Schiffahrt, interessiert ist. Ein gewisses „subjektives Moment" ist in solchen visuellen Messungen zwar immer enthalten, wobei Erfahrung, Beobachtungsgabe, persönliche Einstellung des Beobachters zu seiner Aufgabe usw. eine Rolle spielen.

Wie im Falle der Höhen $\widetilde{H}$ der scheinbaren Wellen im Seegang kann eine *objektive* „Perioden"-Charakteristik oder auch „Wellenlängen"-Charakteristik nur auf Grundlage des Seegangsspektrums abgeleitet werden. Daneben ist es aber für die Praxis wichtig, das Erscheinungsbild des Seeganges aus dieser objektiven Charakteristik zu erklären, um so den physikalischen Hintergrund der visuellen Beobachtungen zu verstehen. Von besonderem Interesse ist ja die *Häufigkeitsverteilung* der Zeitunterschiede zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen an einem festen Ort der Meeresoberfläche. Es ist bisher aber noch nicht gelungen, auf mathematisch-statistischem Wege diese Häufigkeitsverteilung zu berechnen, und, z. B. in Analogie zu der Höhe $\widetilde{H}_f$, die häufigste „Periode" $\widetilde{T}_f$ aus dem Spektrum der Wellen abzuleiten.

Aus den Energiespektren des Seeganges läßt sich jedoch abschätzen, in welchem *Periodenbereich* die wichtigsten, d. h. mit nennenswertem

Energiebetrage vorkommenden Wellenkomponenten liegen müssen. Wie am Anfang dieses Abschnittes bereits erwähnt wurde, gestattet die charakteristische Form der Spektren eine „obere" und „untere" Begrenzung des energiereichsten Teiles, wobei 92% der totalen Wellenenergie als wesentlich betrachtet werden. Dieser Teil des Spektrums, der das

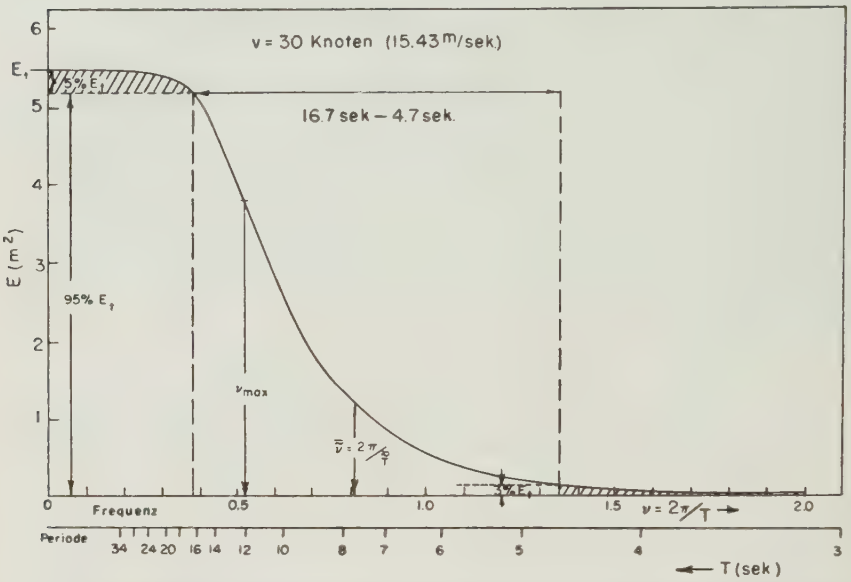


Abb. 4. Ko-kumulatives Energiespektrum für voll entwickelten Seegang bei einer Windstärke von 30 Knoten. Der wichtige Teil des Spektrums liegt etwa zwischen den Perioden 4,7 und 16,7 Sekunden mit einer mittleren „Periode" $\widetilde{T} = 8{,}6$ Sekunden und einer Periode der energiereichsten Wellenkomponente $T_{\max} = 12{,}1$ Sekunden.

wirkliche *Erscheinungsbild* des Seeganges prägt, ist so begrenzt, daß 3% der totalen Energie vom kurzwelligen Ende und 5% vom langwelligen Ende abgeschnitten gedacht werden können, wie in Abb. 4 für $v = 30$ Knoten gezeigt worden ist. Mit dieser Festsetzung ist der wichtige Periodenbereich bei verschiedenen Windstärken im voll entwickelten Seegang durch die in Tabelle 3 angegebenen Grenzperioden T_u und T_o gekennzeichnet.

Tabelle 3. *Grenzperioden für den wesentlichen Teil des Spektrums in voll entwickelter See bei verschiedenen Windstärken (T_u = untere Periode, T_o = obere Periode).*

v m/sek.	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
T_u sec	0,8	1,0	1,9	2,8	3,6	4,3	5,0	5,6	6,3	7	7	7,5
T_o sec	5,8	6,9	8,3	10,8	13,0	15,1	17,1	19,2	21,2	23	25	27

Die aus dem Seegangsspektrum abgeleiteten Ergebnisse lassen zum Teil einen lehrreichen Vergleich mit den beobachteten Häufigkeitsverteilungen der „Perioden" bei gegebenen Windstärken zu. Diagramme für die Verteilung der Häufigkeit beobachteter „Perioden" an einem festen Ort der Meeresoberfläche sind auf Grund der „Heidberg"-Beobachtungen bereits in einer früheren Arbeit veröffentlicht worden (1952a, 1952c). Zwei von diesen Häufigkeitskurven sind in Abb. 5 (*e*) und (*f*)

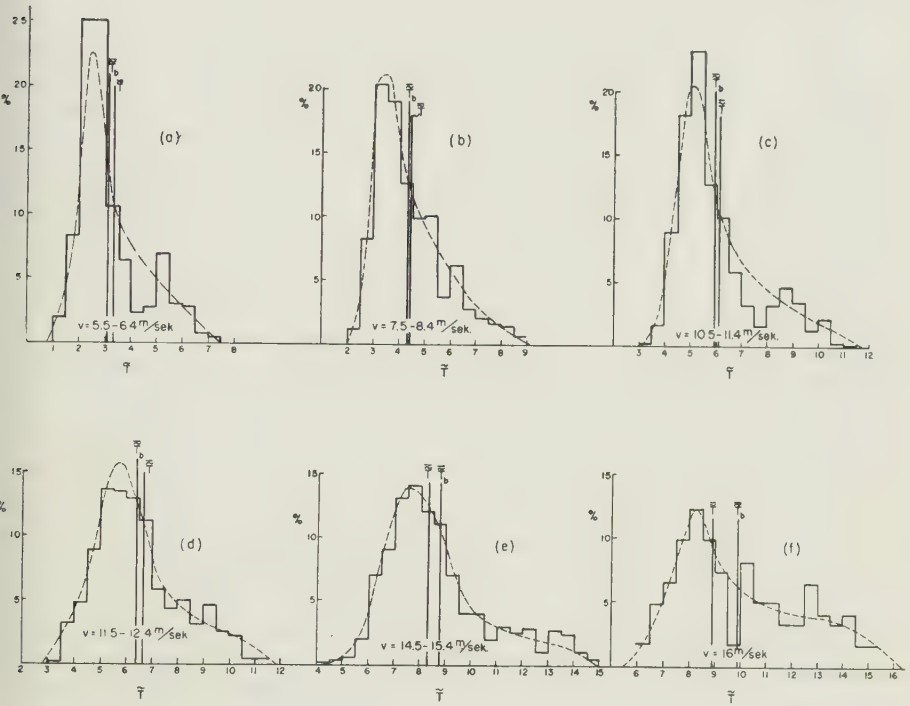


Abb. 5. Beobachtete Häufigkeitsverteilungen der „Perioden" scheinbarer Wellen im Seegang bei verschiedenen Windstärken. $\widetilde{T}$ ist die aus dem Spektrum berechnete, $\widetilde{T_b}$ die aus den Beobachtungen bestimmte mittlere „Periode".

zusammen mit vier weiteren Beispielen dargestellt. Diese Beispiele, mit Ausnahme von (*f*), fassen alle verfügbaren Beobachtungsserien in bestimmte Windgeschwindigkeitsintervalle zusammen und enthalten mehrere hundert Einzelmessungen. Die vereinigten Serien sind also an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten gewonnen; sie betreffen aber immer nur den voll entwickelten Seegang in dem angegebenen Windstärkeintervall. Die Häufigkeitsverteilung für $v = 16$ m/sec [Abb. 5 (*f*)] stützt sich dagegen nur auf die Beobachtungen einer einzelnen Serie mit 122 Einzelmessungen. Die Häufigkeit der beobachteten Zeitintervalle $\bar{T}$

zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen ist in Prozent aller Fälle angegeben.

Als Beispiel sei der Seegang bei $v = 15$ m/sec betrachtet. Nach Tabelle 3 ist der Periodenbereich, der das Erscheinungsbild des ausgereiften Seeganges bei dieser Windstärke prägen soll, zwischen den Perioden $T_u = 4{,}6$ sec und $T_o = 16{,}1$ sec eingeschlossen. Die mittlere „Periode" der scheinbaren Wellen ist nach (15) $\overline{\overline{T}} = 8{,}3$ Sekunden, und die Periode der energiereichsten Wellenkomponente nach (9) $T_{\max} = 11{,}8$ Sekunden (Tabelle 1).

Die Beobachtungen im Windstärkeintervall 14,5 bis 15,4 m/sec [Diagramm (*e*) in Abb. 5] zeigen nun, daß die gemessenen charakteristischen „Perioden" zwischen 4 und 15 Sekunden liegen. Kürzere oder längere Zeitintervalle zwischen aufeinanderfolgenden Wellenkämmen sind entweder nicht als solche erkannt worden oder als unwesentliche Erscheinungen unberücksichtigt geblieben. Dieser Streubereich der gemessenen „Perioden" paßt verhältnismäßig gut zu dem aus dem Spektrum für $v = 15$ m/sec abgeleiteten und in Tabelle 3 angegebenen Grenzbereich für den wesentlichen Teil des Energiespektrums. Bemerkenswert ist die Asymmetrie der Häufigkeitskurve, wie sie sich ähnlich auch bei den anderen Windstärken zeigt. Die häufigste beobachtete „Periode" bei $v = 14{,}5$ bis 15,4 m/sec wird nach Abb. 5 (*e*) im Periodenintervall 7,5 bis 8,0 Sekunden gefunden, und der aus den Beobachtungen berechnete Mittelwert der „Perioden" ist $\overline{\overline{T}}_b = 8{,}76$ Sekunden, also etwas größer als der theoretische Wert $\overline{\overline{T}} = 8{,}30$ Sekunden für $v = 15$ m/sec.

Die geringe Verschiebung des beobachteten Mittelwertes ($\overline{\overline{T}}_b$) relativ zum theoretischen ($\overline{\overline{T}}$) nach größeren „Perioden" scheint für die visuellen Beobachtungen bei höheren Windstärken typisch zu sein. Sie nimmt mit zunehmender Windstärke wahrscheinlich etwas zu, wie Abb. 5 (*f*) für $v = 16$ m/sec andeutet. Bei kleineren und mittleren Windstärken ist die Übereinstimmung zwischen $\overline{\overline{T}}_b$ und $\overline{\overline{T}}$ dagegen auffallend gut. Dasselbe gilt auch für die beobachtete und berechnete untere Grenze T_u des Streubereiches der „Perioden".

In Abb. 6a, b, c, sind zur besseren Übersicht die Beziehungen zwischen den beobachteten und berechneten Werten $\overline{\overline{T}}$, T_u und T_o zusammenfassend dargestellt, wobei noch die Ergebnisse von drei weiteren Beobachtungsserien bei $v = 9$ m/sec, 13,5 m/sec und 20 m/sec eingetragen sind. Die Verschiebung des beobachteten Mittelwertes der „Perioden" $\overline{\overline{T}}_b$ relativ zum theoretischen Wert $\overline{\overline{T}}$ nach größeren Werten ist von etwa $v = 15$ m/sec aufwärts deutlich und scheint mit einer entsprechenden Verschiebung der unteren Grenzperiode T_u parallel zu gehen (Abb. 6a und b). Soweit die zwei Serien bei 16 m/sec und 20 m/sec Windgeschwindigkeit einen Schluß zulassen, werden bei höheren Windstärken mehr und mehr die kürzeren scheinbaren Wellen visuell vernachlässigt, was dann

notwendig zu einer Verschiebung des beobachteten Mittelwertes $\overline{\widetilde{T}}_b$ nach höheren Perioden führen muß. Im ganzen sind die Unterschiede zwischen Beobachtung und Theorie aber gering, und auch bei der oberen Grenzperiode T_o (Abb. 6c), die nach den Messungen im Mittel etwas niedriger ist als der aus den Spektren abgeleitete Wert, ist die Differenz höchstens 1,5 Sekunden, meistens aber kleiner als 1 Sekunde.

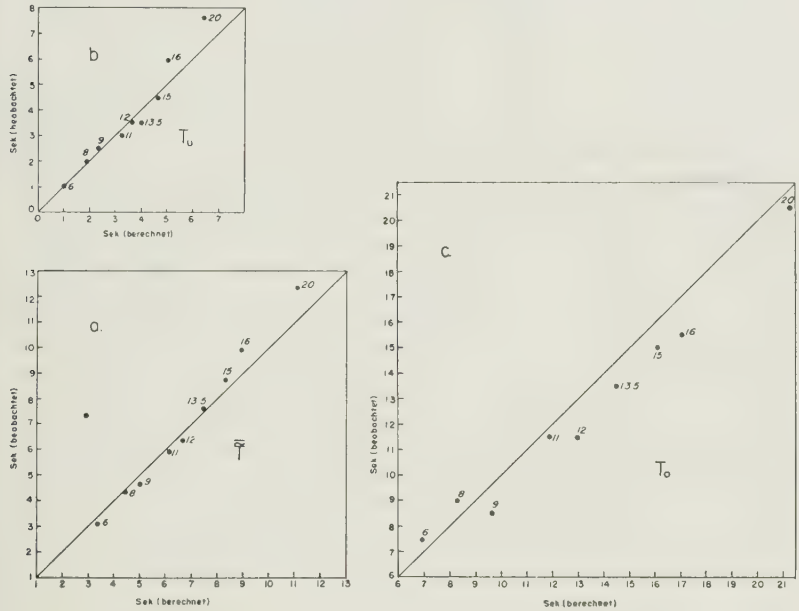


Abb. 6. Vergleich zwischen der beobachteten und berechneten „Perioden"-Charakteristik. *a* Mittlere „Periode" $\overline{\widetilde{T}}$. *b* Untere Grenzperiode T_u, und *c* obere Grenzperiode T_o für den wesentlichen Teil des Spektrums, der das charakteristische Erscheinungsbild des Seeganges prägt. Die Zahlen geben die Windstärke in m/sec an.

VI. Wind und Seeskala.

Die wichtigsten aus dem Spektrum abgeleiteten Eigenschaften winderzeugter Meereswellen lassen sich in eine Charakteristik des Seeganges bei verschiedenen Windstärken zusammenfassen, die auf wohl definierte statistische Werte aufbaut. Eine solche Charakteristik kann natürlich nur für voll entwickelte See ein für allemal aufgestellt werden, da der Seegang im Anfachungsstadium außer von der Windstärke v auch von der Zeitdauer der Windeinwirkung t und der Wellenlaufstrecke (Fetch) F abhängt.

Im Falle des nicht voll entwickelten Seeganges, d. h. wenn F oder t (oder beide) kleiner sind als gewisse, zur Anfachung des ausgereiften Seeganges nötigen Mindestwerte F_m und t_m, sind alle möglichen Kom-

Tabelle 4. *Wind*

Wind[1]				See-		
				Höhencharakteristik (Meter)		
Bezeichnung	Beaufort	Knoten	mittl. Windgeschwindigkeit m/sec.	$\overline{\widetilde{H}}$	$\widetilde{H}_{1/3}$	$\widetilde{H}_{1/10}$
Stille	0					
leichter Zug	1	1— 3	1,2	0,011	0,018	0,023
leichte Brise	2	4— 6	2,57	0,055	0,088	0,112
schwache Brise	3	7—10	4,37	0,182	0,305	0,365
mäßige Brise	4	11—16	6,94	0,55	0,88	1,12
frische Brise	5	17—21	9,77	1,3	2,1	2,7
starke Brise	6	22—27	12,58	2,5	4,0	5,2
steife Brise	7	28—33	15,69	4,5	7,0	8,8
stürmisch	8	34—40	19,03	7,0	11,3	14,2
Sturm	9	41—47	22,63	11,0	17,4	22,2
schwerer Sturm	10	48—55	26,49	15,8	25,2	32
orkanartiger Sturm	11	56—63	30,6	22,2	35,0	45
Orkan	12[2]	> 63	> 31	(> 23)	(> 35)	(> 45)

[1] Die Charakteristik des Seeganges ist für die unter „mittlere Wind- für die obere und untere Grenze des Beaufort-Bereiches können durch

[2] Im Orkan werden die Maximalwerte der ausgereiften See sicher nur eine zu kurze Zeitdauer der Sturmeinwirkung mit konstanter Orkanstärke wenigen Fällen zu.

[3] L_{max} ist die Wellenlänge der energiereichsten Wellenkomponente im außerhalb des Windgebietes mit dem höchsten Schwell zu beobachten sein.

binationen von v, t und F möglich, und die jeweilige Höhen- und „Perioden"-Charakteristik muß für jeden Fall besonders bestimmt werden. Über die Vorausberechnung der Seegangscharakteristik auf Grundlage des Energiespektrums in allen Stadien der Anfachung bei gegebenem F und t ist an anderer Stelle berichtet worden (1953a). Der für die Anwendung wichtige Teil ist mit vielen Beispielen und Erklärungen in einem Handbuch zur Seegangsvorhersage (Pierson, Neumann, James (1953)] der Praxis in leichtverständlicher Form zugänglich gemacht. Für diesen Zweck sind Diagramme und Tabellen berechnet worden, die die Seegangsvorhersage bei gegebenen meteorologischen Verhältnissen in verschiedenen Meeresgebieten wesentlich erleichtern.

Die Tabelle 4 „Wind und Seeskala" enthält die wichtigsten Wellengrößen im voll entwickelten Seegang bei verschiedenen Windstärken

Für die Höhencharakteristik sind die Höhen $\overline{\widetilde{H}}$, $\widetilde{H}_{1/3}$ und $\widetilde{H}_{1/10}$ in Metern gegeben. Die vollständige Statistik der Höhenverteilung scheinbarer Wellen kann leicht mit Hilfe des E-Wertes und der Tabelle 2 für jede Windstärke bestimmt werden. Der E-Wert läßt sich aus irgendeiner der

und Seeskala.

gang

Periodencharakteristik (Sekunden)			Wellenlängencharakteristik (Meter)			Min. Fetch (km)	Min. Dauer (Stunden)
T_u—T_o	T_{max}	$\overline{\overline{T}}$	$\widetilde{L}$	L_{max}[3]	$\overline{\overline{L}}$	F_m	t_m
bis 1 sec	0,47	0,33	bis ~ 0,9	0,34	0,12	0,1	0,07
0,4— 2,8	2,0	1,4	0,16—8,1	6	2	1,2	0,7
0,8— 4,9	3,4	2,4	0,7 —25	18	6	11	2,3
1,6— 7,6	5,4	3,9	2—60	47	16	45	4,8
2,8—10,6	7,7	5,4	8—116	93	31	120	9,2
3,8—13,6	9,9	7,0	15—193	153	51	260	15
4,8—17,0	12,4	8,7	24—300	240	80	540	24
6,0—20,5	14,9	10,5	37—440	345	115	980	37
7,0—24,2	17,7	12,5	51—610	490	163	1780	52
8,0—28,2	20,8	14,7	66—830	675	225	2900	73
10—32	24	17	104—1060	900	301	4600	101
10—(35)	> 26	> 18	105—(1280)	> 1050	> 337	~	~

geschwindigkeit" angegebene Windstärke in m/sec berechnet. Zwischenwerte Interpolation gefunden werden.

sehr selten erreicht. Ein mehr oder weniger beschränkter Seeraum oder läßt die Entwicklung voll ausgereiften Seeganges wahrscheinlich nur in

Spektrum. Wellenlängen dieser Größe werden besonders in der Dünung

angegebenen Höhen, z. B. aus $\overline{\widetilde{H}}$ mit $E = (\widetilde{H}/1{,}772)^2$, nach den Formeln (19) berechnen. Die folgenden Spalten geben den unteren und oberen Grenzbereich der charakteristischen „Perioden" (T_u — T_o), die Periode des Energiemaximums (T_{max}), die mittlere „Periode" $\overline{\overline{T}}$ und die entsprechende „Wellenlängen"-Charakteristik der scheinbaren Wellen.

Die beiden letzten Spalten der Tabelle 4 enthalten die Mindestdauer der Windeinwirkung t_m in Stunden und die Mindestlänge des Seeraumes F_m in Kilometern (km), über die der Wind mit konstanter Stärke zu wehen hat, bis der Seegang voll ausgereift ist und damit die in der Tabelle angegebenen Wellengrößen erreicht. Die hier angegebenen Mindestwerte F_m und t_m sind bei allen Windstärken etwas größer als die in einer früheren Arbeit (1952b) berechneten entsprechenden Zahlen. Der Grund für diese Änderung ist darin zu erblicken, daß zur Entwicklung des Spektrums bis zur oberen Grenzperiode T_o etwas längere Wellenlaufstrecken F und Zeitdauern t gebraucht werden als bis zur vollen Entwicklung der früher angenommenen fiktiven, charakteristischen β^*-Welle mit $\beta^* = \sigma^*/v = 1{,}35$. Die Unterschiede

betragen etwa 12% und fallen praktisch kaum ins Gewicht. So ist z. B. nach Tabelle 4 für $v = 8$ Beaufort (19,03 m/sec) $F_m = 980$ km, $t_m = 37$ Stunden, nach den Ergebnissen der früheren Arbeit $F_m = 880$ km und $t_m = 32$ Stunden.

In den Fußnoten zu Tabelle 4 ist besonders zu beachten, daß die verzeichneten Wellengrößen genau für die in m/sec angegebene Windstärke berechnet sind und nicht die obere und untere Grenze des angegebenen Beaufort-Bereiches einschließen. Solche Grenzwerte oder Zwischenwerte können leicht durch Interpolation gewonnen werden.

Zum Schluß sei noch eine kurze Bemerkung über die Dünungen angebracht. Die als „Dünung" beobachteten, runderen Wellenformen, erscheinen, wenn der Wind, der den Seegang erzeugt hat, abflaut, oder wenn die langwelligen Wellenkomponenten im Seegang dem Windgebiet enteilen. Vielfach tritt beides zugleich ein. Wenn sich bei Nachlassen des erzeugenden Windes die Energiezufuhr vom Wind zum komplexen Seegang ändert oder ganz aufhört, werden zuerst die kurzwelligen Bereiche des Spektrums durch Dissipation vernichtet, und die glatteren Formen der „toten See" bleiben zurück. Außerhalb des Windgebietes ist die Dünung durch *Dispersion* der spektralen Wellenkomponenten und durch *Dissipation* zu erklären. Mit Hilfe des Wellenspektrums im windgetriebenen Seegang ist die Ausbreitung des winderzeugten „Wellenpaketes" bei reiner Dispersion leicht zu berechnen, und Dünungsvorhersagen sind verhältnismäßig einfach und zuverlässig, sofern die Dissipation vernachlässigt werden kann. Wenn aber die dispergierenden Wellenkomponenten turbulente Seegebiete, etwa andere Sturmgebiete, die ihren eigenen Seegang erzeugen, zu durchkreuzen haben, dann tritt zu dem Dispersionseffekt noch ein Dissipationseffekt (durch Turbulenz).

Die Vernachlässigung der Dissipation von Wellenenergie ist bei den *langen* Komponenten im Seegang in manchen Fällen erlaubt. Dies tritt z. B. ein, wenn Sturmwellen aus den Gebieten vorherrschender Westwinde schwächeren Passat oder Stillengürtel durchkreuzen. Für solche Fälle läßt sich an Hand des Seegangsspektrums leicht zeigen, daß die mittlere „Periode" der höchsten Dünung an irgendeinem Ort, der vom Schwell erreicht wird, nicht größer sein kann als $\sqrt{2} \cdot \tilde{\tilde{T}}$, wo $\tilde{\tilde{T}}$ die mittlere „Periode" des ausgereiften Seeganges im Sturmgebiet ist (vgl. Formel (16)]. Dies ist unabhängig von der Distanz, die die Dünung zurücklegt. Wegen der Dispersion der einzelnen Wellenkomponenten im komplexen Seegang beginnt die Dünungserscheinung mit langen, aber flachen Wellen, deren Höhe bei abnehmender mittlerer „Periode" rasch zunimmt, bis bei einer Periode $\sqrt{2} \cdot \tilde{\tilde{T}}$ der höchste Schwell erreicht wird. Wenn diese höchste Dünung den Ort passiert hat, klingt die Erscheinung mit abnehmender Höhe und abnehmender mittlerer „Periode" wieder ab. Wie lange der höchste Schwell an einem gegebenen Ort anhält, hängt von der Länge des den Seegang erzeugenden Sturmgebietes, d. h. von der Länge der Windbahn ab.

Literatur.

Cornish, V., 1934: Ocean waves and kindred geophysical phenomena. Cambridge, University Press.

Defant, A., 1929: Dynamische Ozeanographie (Einführung in die Geophysik III). Naturwiss. Monographien und Lehrbücher, 9. Band, Julius Springer, Berlin.

Longuet-Higgins, M. S., 1952: On the statistical distribution of the heights of sea waves. Journal Mar. Res. **11**, 245—266.

Munk, W. H., 1952: Forecasting Ocean Waves. Compendium of Meteorol., 1082—1089.

Neumann, G., 1952a: Über die komplexe Natur des Seeganges, 1. Teil. Deutsche Hydr. Z. **5**, 95—110.

— 1952b: Über die komplexe Natur des Seeganges, 2. Teil. Deutsche Hydr. Z. **5**, 252—277.

— 1952c: On Wind generated Ocean Waves with special Reference to the Problem of Wave Forecasting. Research Division, College of Engineering, New York University.

— 1953a: On Ocean Wave Spectra and a new Method of Forecasting Wind generated Sea. Beach Erosion Board, Washington D. C. Techn. Mem. No. 43.

— 1953b: On the Energy Distribution in Ocean Wave Spectra at different Wind Velocities. Transact. Amer. Geophys. Union. (Zusammenfassung s. Vortragsprogramm 34. Jahrestagung A. G. U., Washington, D. C., 4.—6. Mai, 1953.

Pierson, W. J., 1953: An Interpretation of the observable Properties of "Sea" Waves in Terms of the Energy Spectrum of the Gaussian Record. Transact. Amer. Geophys. Union, im Druck. (Zusammenfassung s. Vortragsprogramm 34. Jahrestagung der A. G. U., Washington, D. C., 4.—6. Mai, 1953.

Pierson, W. J., G. Neumann and R. W. James, 1953: Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics. Res. Division, College of Engineering, New York University. Techn. Rep. **1** for Bureau of Aeronautics Project Arowa, erscheint demnächst als H. O. Pub. des Hydr. Office, Washington, D. C.

Rice, S. O., 1944: Mathematical Analysis of Random Noise. Bell System Techn. **23**, 282—332 (1944); **24**, 46—156 (1945).

Schumacher, A., 1939: Stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen. Wiss. Ergebn. Dtsch. Atlant. Exped. „Meteor" 1925—1927, **7**, 2. Teil, 1. Liefg.

Sverdrup, H. U. und W. H. Munk, 1947: Wind, Sea and Swell. Theory of Relations for Forecasting. H. O. Pub. No. 601.

Thorade, H., 1931: Probleme der Wasserwellen. Probl. d. Kosm. Physik. **13** und **14**. Verlag Henri Grand, Hamburg.

551.465

(Universität Bergen, Geophysikalisches Institut, Bergen.)

Oberflächenströmungen in der Meerenge bei Tromsö.

Von

H. Mosby.

Mit 4 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Die Meeresströmungen wurden mittels Theodolit und Treibkörpern beobachtet. Etwa 50000 Einzelbeobachtungen ergaben bei angenäherter Windstille etwa 7000 Strompfeile, die für die bei mittlerem Tidenhub von 200 cm gültigen „Normal"-Karten der Abb. 3 als Grundlage dienten. Einzelne Triftbahnen aus dem mittleren Teil des Sundes zeigen große und rasche Änderungen der Geschwindigkeit (Abb. 4).

Summary. The sea currents were observed by means of drift-bodies and theodolite. About 50000 single determinations gave, for nearly calm weather, about 7000 current arrows, on the basis of which the "normal" maps of fig. 3 were constructed (valid at the mean tidal amplitude 200 cm). Single drift tracks from the central part of the channel show great and rapid fluctuations of the velocity (Fig. 4).

Résumé. Les courants marins ont été étudiés à l'aide d'un théodolite et de flotteurs dérivants. Environ 50000 déterminations effectuées par temps calme ont donné à peu près 7000 flèches de courant. Sur cette base on a établi les cartes «normales» de la fig. 3 (valables pour une marée d'amplitude moyenne de 200 cm). Certains courants de dérive, dans la partie centrale du détroit, montrent de grands et rapides changements de vitesse (Fig. 4).

Der Hafen der nordnorwegischen Stadt Tromsö ist auf der westlichen Seite des Tromsösundes, in etwa 69° 41′ nördlicher Breite, gelegen. Wegen des großen Tidenhubs von 1 bis 3 m läuft durch den nur etwa 500 m breiten, engeren Teil des Sundes ein starker Gezeitenstrom, dessen Verlauf in der Oberflächenschicht 1940 bis 1941 eingehend beobachtet wurde. Im Nachfolgenden wird über die vorläufigen Hauptergebnisse der Bearbeitung des Beobachtungsmaterials berichtet.

Die Stromgeschwindigkeit wurde mittels Treibkörpern bestimmt, deren Positionen zwei- bis dreimal pro Minute durch einen auf dem festen Lande aufgestellten Theodoliten genau abgelesen wurden. Die

Gesamtzahl der so bestimmten Positionen beläuft sich auf etwa 50000, bei welchen Treibbahnen in einer Gesamtlänge von etwa 2500 km kartiert wurden. Die Karte wurde in Felder von je 100 × 100 m geteilt, und jedes Stück einer Treibbahn innerhalb eines Feldes wurde als ein „Strompfeil" bestimmter Länge und Richtung registriert. Die so entstandenen etwa 21000 Strompfeile konnten dann nach den Feldern oder innerhalb größerer Gebiete gruppiert und einer statistischen Behandlung unterworfen werden. Etwa ein Drittel der Pfeile wurde bei angenäherter Windstille bestimmt und entspricht der nicht durch Wind gestörten „Normal"-Lage.

Wie schon früher bekannt, tritt Stromwechsel gegen Süden $1^3/_4$ Stunden vor Hochwasser, gegen Norden $1^3/_4$ Stunden vor Niedrigwasser ein. Dies trifft aber nur für den engsten Teil des Sundes zwischen dem nördlichen Jeté und Storsteinnes zu, in den übrigen Gebieten des Sundes tritt der Stromwechsel in beiden Richtungen später ein. Wird der engere Teil als Ausnahme betrachtet, so gilt als allgemeine Regel, daß Stromwechsel gegen Süden zuerst im Süden eintritt, im Norden bis 50 Minuten später. Für Stromwechsel gegen Norden gilt das Umgekehrte, der Zeitunterschied beträgt in diesem Falle aber nur etwa die Hälfte. Man könnte sagen, daß die „Arrièregarde" des Stromes zuerst kentert. Weiter tritt im Osten Stromwechsel gegen Norden etwa 12 Minuten früher als im Westen ein, während im Westen Stromwechsel gegen Süden unwesentlich früher als im Osten eintritt.

In Abb. 1 sind die mittleren Geschwindigkeiten in den verschiedenen Feldern durch Schraffierung angegeben. Es geht daraus hervor, daß nördlich gerichteter Strom (= nördlicher Strom) im engeren Teile des Sundes und im Gebiete nördlich davon am stärksten ist, während südlich gerichteter Strom seine höchsten Geschwindigkeiten im engen Teile und südlich davon erreicht. Diese Sachlage ist leicht verständlich. Denn wenn die Wassermassen im engen Teile zusammengedrängt werden, muß die Geschwindigkeit zunehmen. Wegen der Trägheit dauert die größere Geschwindigkeit eine Zeitlang an, bis die gesteigerte Bewegungsgröße durch die Reibung gegen die umgebenden Wassermassen wieder vermindert wird. Hierdurch erklärt sich aber auch, warum an verschiedenen Stellen der Stromwechsel zu verschiedener Zeit eintritt. Wenn der gegen Norden laufende Strom gegen Süden gerichtet werden soll, muß verständlicherweise im Norden eine längere Zeit mitgehen, bis das größere Impulsmoment überwunden wird, und Stromwechsel tritt daher hier später als im Süden ein. Bei Stromwechsel gegen Norden verhält es sich genau umgekehrt. Da die Erdrotation eine Bewegung auf der nördlichen Halbkugel gegen rechts abzudrehen sucht, wird sich der südwärts gerichtete Strom gegen die Westseite des Sundes drängen. Stromwechsel gegen Norden kommt daher ein bißchen später im Westen zustande, weil hier die Überwindung des größeren Impulsmomentes durch die Reibung eine längere Zeit erfordert.

Der Stromwechsel oder das Stillwasser dauert normalerweise höchstens 1 Stunde; und 5 Stunden lang, von 1 Stunde vor bis 4 Stunden nach

Niedrigwasser, läuft der Strom mit annähernd unveränderlicher Geschwindigkeit gegen Norden. Der südwärts gerichtete Strom erreicht die höchste Geschwindigkeit etwa bei Hochwasser und nimmt danach ab, bis er sich 4 Stunden später auf etwa die Hälfte verlangsamt. Es ist daher bequem, für jedes Feld die mittlere Geschwindigkeit aus allen Messungen innerhalb der 5 Stunden zu berechnen; bei Südwärtsströmung

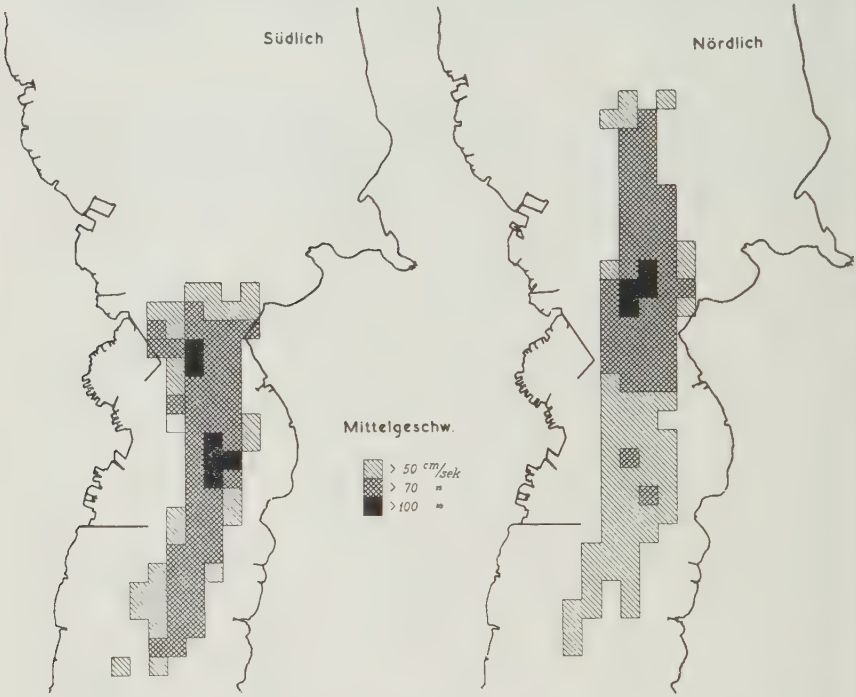


Abb. 1. Mittlere Strömungsgeschwindigkeiten für südliche (= südwärts gerichtete) bzw. nördliche Strömung.

dürfen jedoch die so ermittelten Werte nicht als ohne weiteres gültig betrachtet werden; hier muß eine Zeitkorrektion angewandt werden.

Der Tidenhub, oder der Unterschied zwischen Hochwasser und Niedrigwasser, wechselt, wie schon oben bemerkt, im Laufe des Jahres zwischen 1 und 3 m. Je größer der Tidenhub, desto höher wird auch die Stromgeschwindigkeit. Aus Abb. 2 ersieht man eine deutliche Proportionalität im Falle des südwärts gerichteten Stromes: wenn der Hub vom Mittelwerte 200 cm abweicht, wird die Stromgeschwindigkeit mit demselben Prozentsatze vergrößert oder vermindert. Im Falle des nordwärts fließenden Stromes ist dagegen ein solcher Zusammenhang im engen Teile des Sundes nicht sichtbar, sondern nur im nördlichen, weiten Teil.

Eine andere Wirkung des veränderlichen Tidenhubs ist in der Zeit des Stromwechsels bemerkbar. So kann der Strom beinahe 1 Stunde früher gegen Süden kentern, wenn der Tidenhub anstatt 2 m 3 m beträgt. Der Stromwechsel gegen Norden verschiebt sich weniger stark.

Aus dem Obigen geht hervor, daß sowohl nördlicher Strom als auch Stromwechsel gegen Norden überhaupt viel stabiler sind als Strom und Stromwechsel gegen Süden. Es liegt nahe, die Ursache hierfür in dem Umstande zu suchen, daß der engste Querschnitt des Stromes, der nach dem Wasserstand zwischen 2000 und 3000 m² wechseln kann, immer kleiner ist, wenn der Strom gegen Norden geht, weil dies ja bei Niedrigwasser stattfindet. Die Einengung hat auf den Strom eine bremsende und regulierende Wirkung, und diese Wirkung ist bei Niedrigwasser am größten, bei Hochwasser am kleinsten.

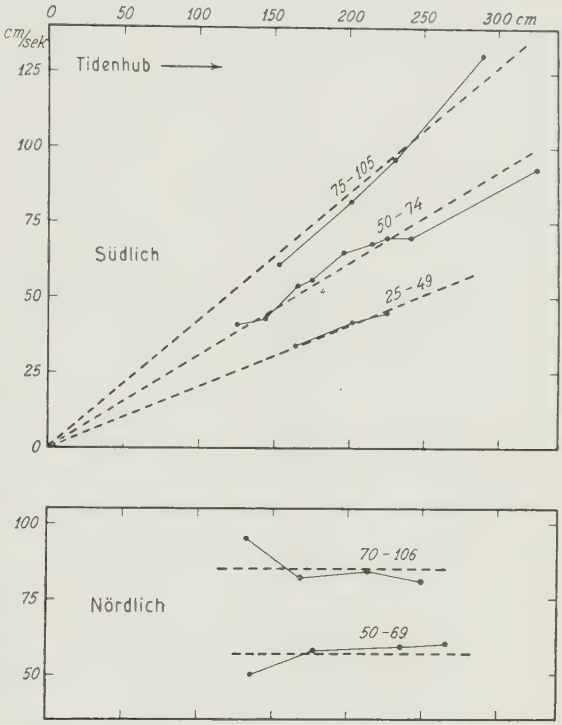


Abb. 2. Strömungsgeschwindigkeit und Tidenhub für südliche (= südwärts gerichtete) bzw. nördliche Strömung, getrennt für die Felder, deren mittlere Geschwindigkeit 25 bis 49, 50 bis 74 bzw. 75 bis 105 cm/sec beträgt.

In Abb. 3 sind die zwei „Normal"-Karten für den nordwärts und den südwärts gerichteten Strom wiedergegeben; sie sind bei Windstille und für einen mittleren Tidenhub von 200 cm gültig. Die eingezeichneten Stromlinien zeigen die Richtung des Stromes an; je dichter diese Linien, desto größer ist die Strömungsgeschwindigkeit (s. die Skala in der Abb.). Um die Strömungen vorherzusagen, kann man im Anschluß an diese Karten eine Reihe von Regeln anwenden, die den oben angedeuteten Gesetzmäßigkeiten entsprechen. Innerhalb einzelner, für die Praxis besonders wichtiger Gebiete sind die Karten mittels Detailstudien der einzelnen Triftbahnen ausgearbeitet, die auf eine Reihe von Spezialkarten eingezeichnet wurden. Auf diese Weise war es z. B. möglich, zu zeigen, daß im Gewässer vor dem Dampfschiffskai die Nebenströmung bei südlichem Strom viel breiter wird als bei nördlichem. Solche Änderungen des Strombildes lassen sich qualitativ leicht erklären.

Wo in der Abbildung eine Stromlinie plötzlich zwischen zwei anderen auftaucht, muß eine vertikal aufsteigende Bewegung der Wassermassen auftreten, während eine verschwindende Stromlinie ein Absinken an-

Abb. 3. Normale Strömungskarten; links: nordwärts gerichteter Strom, rechts: südwärts gerichteter Strom.

deutet. Diese Erscheinungen hängen, wie eine Reihe anderer, mit der Form der Küste und des Bodens zusammen.

Die Karten zeigen unter anderem ein auffälliges Beispiel der Wirkung der Erdrotation auf die Strömungen in einem unregelmäßigen Kanal. Während der nordwärts gerichtete Strom wegen der Erdrotation im nördlichen Teil des Sundes gegen Osten abschwenkt und somit die Entstehung der großen Nebenströmungen im Westen ermöglicht, läuft der südliche Strom längs der Westseite, und eine große Nebenströmung entsteht im Osten.

Die Wirkungen von verschiedener Windrichtung und Windstärke erscheinen aus den Beobachtungen sehr kompliziert. Im großen und ganzen bewirken Winde aus nördlichen oder südlichen Richtungen eine Steigerung des Stromes gegen Süden oder gegen Norden, die der Strömungsgeschwindigkeit entspricht, die man mit Kenntnis des Tangen-

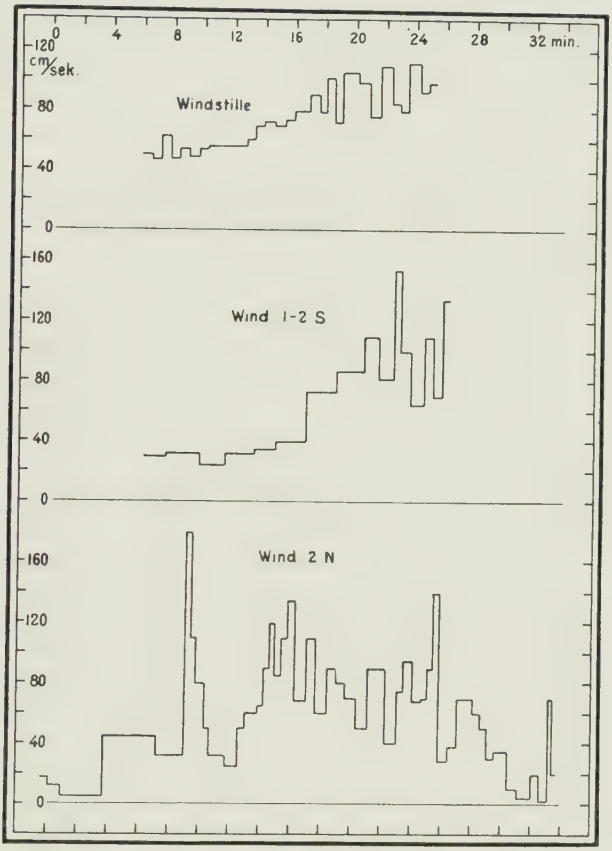


Abb. 4. Beispiele für plötzliche Änderungen der Triftgeschwindigkeit; Windangaben in Beaufortskala.

tialdruckes des Windes berechnen kann. Innerhalb gewisser Gebiete findet man aber einen paradoxen Effekt, der sich nur aus durch die Bodentopographie bedingten Vertikalbewegungen erklären läßt. Auf ähnliche Weise läßt es sich wohl auch verstehen, daß bei Brise aus Süden der Stromwechsel in beiden Richtungen eine gute $^1/_2$ Stunde früher als bei Windstille eintritt, während er sich bei Brise aus Norden beinahe um $^1/_4$ Stunde verspätet. Stromkarten, die sich auf Beobachtungen während leichter zu labberer Brise aus Süden oder Norden basieren, zeigen unter anderem wie solche, längs des Sundes gerichtete Winde die großen Neben-

strömungen im Norden in der Hauptsache auswischen. In großen Zügen lassen sich die Wirkungen der Winde auf die Strömungen in klaren Regeln ausdrücken; für detaillierte Vorhersagen lassen sich jedoch solche Berechnungen nur mit begrenzter Sicherheit verwenden.

Die größten Stromgeschwindigkeiten wurden, wie zu erwarten war, im engen Teile des Sundes beobachtet. Die höchsten beobachteten Einzelwerte übersteigen nur in zwei von 10 bis 11000 Fällen 200 cm/sec (bis 4 Knoten). Eine Geschwindigkeit von 5 Knoten darf daher nur unter ganz außergewöhnlichen Verhältnissen als möglich angesehen werden.

Wenn man die beobachteten Einzelwerte mit den entsprechenden, aus den Normalkarten berechneten Werten vergleicht, findet man zum Teil ganz große Abweichungen. Es hat sich nicht als möglich erwiesen, einen „Schlüssel" für das Stromsystem zu finden, an Hand dessen sich für einen beliebigen Fall ein sicherer, nicht nur ein wahrscheinlicher Strom berechnen läßt. Es scheint, als ob hier die Natur eine Grenze zieht, über die man nicht hinaus kann. Um dies näher zu beleuchten, sind in Abb. 4 die Geschwindigkeitsdiagramme einiger Treibkörper wiedergegeben, die während anscheinend regelmäßiger Trift längs des mittleren Teiles des Sundes mit dem Theodolit verfolgt wurden. Man erkennt darin, wie sich die Triftgeschwindigkeit innerhalb einer $^1/_2$ Minute um große Beträge ändern kann; solche Änderungen lassen sich selbstverständlich nicht im Detail vorausberechnen.

Die Erklärung für solche große und plötzliche Änderungen wird in den unregelmäßigen, strudelartigen Bewegungen der Wassermassen zu suchen sein, deren Auftreten leicht direkt beobachtet werden kann. Doch ist unsere Kenntnis der ungeordneten Bewegungen turbulenter Strömungen noch sehr klein; vielleicht wären Lokalitäten wie die hier besprochenen als Studienfelder geeignet, wenn man versuchen wollte, empirisch in den Mechanismus der Strömungen einzudringen.

551.465:525.6 (99)

(Norsk Polarinstitutt, Oslo.)

Tidal Currents off the Antarctic Ice Barrier, Queen Maud Land.

By

H. U. Sverdrup.

With 1 Figure.

Abstract. Observations of tidal currents in lat. 71° 01′ S, long. 10° 55′ W indicate that a semi-diurnal tidal wave progresses towards the WSW, that is, parallel to the main direction of the barrier. For M_2 the cotidal hour appears to be about 7^h, in good agreement with the value 6.7^h, that is derived from observations of the atmospheric pressure. Furthermore, the current measurements indicate that the ratio $(K_1 + O_1)/(M_2 + S_2)$ is large, perhaps as large as 2.5.

Zusammenfassung. Beobachtungen der Gezeitenströmungen in 71° 01′ S und 10° 55′ W lassen erkennen, daß eine halbtägige Gezeitenwelle gegen WSW, also parallel zur Hauptrichtung der Eisbarriere, wandert. Für M_2 scheint das Flutstundenintervall etwa 7 Stunden zu betragen und damit gut zu dem Wert von 6,7 Stunden zu stimmen, der aus Beobachtungen des Luftdrucks abgeleitet wird. Ferner lassen Strömungsmessungen erkennen, daß der Quotient $(K_1 + O_1)/(M_2 + S_2)$ mit etwa 2,5 groß ist.

Résumé. Des observations des courants de marée, faites à 71° 01′ S et 10° 55′ W, montrent qu'une vague de marée semi-diurne progresse en direction WSW, ce qui est parallèle à la direction principale de la limite de la banquise. Pour M_2 l'heure cotidale paraît être de 7^h environ, ce qui correspond assez bien avec la valeur de 6.7^h déduite des observations de la pression atmosphérique. En outre les mesures du courant indiquent que le quotient $(K_1 + O_1)/(M_2 + S_2)$ est assez grand et comporte environ 2.5.

Introduction.

Oceanographic observations were not included in the programme of the Norwegian-British-Swedish Scientific Expedition to the Antarctic, 1949–52, principally because no time would be available during the journeys of the transport vessel, the 600 tons seal catcher M/S Norsel, to and from the expedition's base, Maudheim, Queen Maud Land.

However, when the author in 1950–51 should accompany the M/S Norsel on her second trip to the Antarctic, it appeared that an opportunity might be present for undertaking some limited observations. The principle object of this trip was to bring additional supplies to the base and, weather permitting, to obtain aerial photographs from the mountainous regions to the southeast of Maudheim. Therefore, the ship would have to remain in Norsel Bay for some time, during which a few special measurements might be made. Through the courtesy of Professor H. Mosby, the Geophysical Institute, University of Bergen, placed the necessary equipment at disposal, comprising four Nansen water bottles with

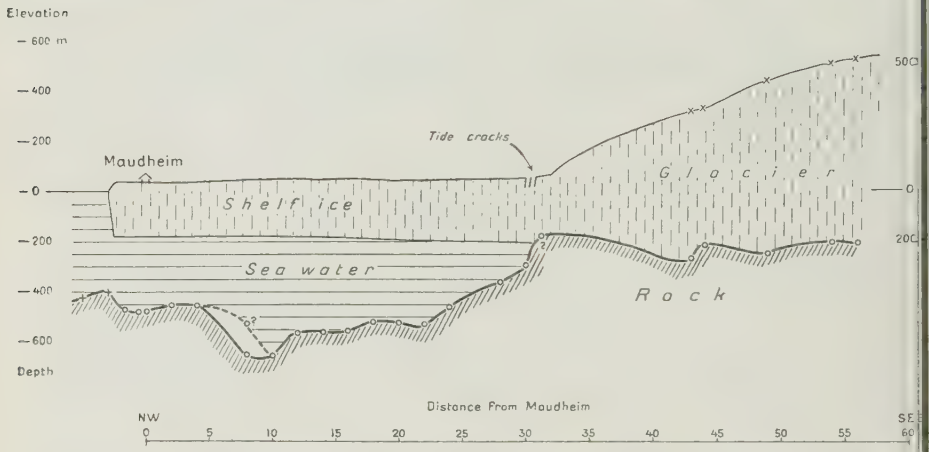


Fig. 1. Profile of the Maudheim shelf ice, the glacier to the southeast, and the underlying rock. Elevations are based on barometric measurements, depths to rocks are obtained by seismic method.

reversing thermometres, one Ekman current meter and a small winch to be operated by hand. The plan was to determine temperatures and salinities directly along the ice barrier and make hourly measurements of currents at different depths, partly to determine the residual currents and partly to examine the tidal currents. The results of the temperature and salinity observations and the character of the residual currents have been presented elsewhere [*4*], and here only the tidal currents will be dealt with.

The observations were made in a unique locality. Norsel Bay is nothing but an indentation in the floating shelf ice that fringes Queen Maud Land. To the west of 5° W the general direction of the rim of the shelf ice, the barrier, is towards 246°. In the bay a wide crack in the thick shelf ice has been partly filled in in such a manner that on the southern side of the crack the ice rises gently towards the flat shelf. Towards the sea the slope terminates in an about 3 m high ice wall along which the vessel found an excellent natural mooring place. The flat surface of the shelf ice is about 37 m above sea level, and the thickness

of the shelf ice is about 186 m, meaning that the lower side of the shelf ice is about 150 m below sea level. In Norsel Bay the depth to the bottom is 400 m. Off Norsel Bay the width of the continental shelf is about 20 km, and beyond the shelf the depth to the bottom increases rapidly to about 3000 m. To the south of Maudheim the shelf ice is 30 km wide, and where the shelf ice terminates, the glacier that rests on rock rises rapidly. Where the shelf ice is afloat the depth to the bottom is irregular (see Fig. 1).

The transition from the floating shelf ice to the resting glacier is characterised by a series of narrow tide cracks which on a distance of about 1 km run parallel to the inner border of the shelf ice. These cracks form a kind of a hinge such that beyond the hinge the shelf ice moves up and down with the tide. On 16th September, 1950, the range of this tidal movement was determined by precise levelling and was found to amount to about 110 cm. At this time the tide cracks were observed to open and close rhythmically, but in the case of each crack the movement amounted only to a few centimetres. Between 13th and 17th September, 1950, the movement was measured at a number of cracks, but the results were not consistent as to character. At several cracks it had the appearance of a semi-diurnal oscillation, whereas at others a diurnal component dominated. On 2nd to 8th and 23rd to 29th October, 1951, the movement was recorded continuously by means of a simple device, and on this occasion only a semi-diurnal component was evident, but the records were very poor. It was hoped that knowledge of the tidal currents might help the understanding of the recorded tital effects, and for this reason the observations to be dealt with here were undertaken.

Observations.

The measurements were made when the vessel was moored to the shelf ice in Norsel Bay, latitude 71° 01′ S, longitude 10° 55′ W. Gr. The shelf ice did not take part in any horizontal motion. Five series of current measurements were completed as follows:

First observation Jan. 1951	Last observation Jan. 1951	Depth m	Interval of observation
19th, $10^h\ 54^m$	20th, $18^h\ 25^m$	150	One hour
20th, $19^h\ 25^m$	21st, $21^h\ 21^m$	220	Two hours
20th, $19^h\ 25^m$	21st, $22^h\ 15^m$	340	Two hours
23rd, $07^h\ 40^m$	24th, $11^h\ 15^m$	150	Two hours
23rd, $08^h\ 18^m$	24th, $10^h\ 10^m$	340	Two hours

In most cases the Ekman meter was kept running for 30 to 40 minutes in order to obtain a good determination of the direction of the current. When the velocity was above 6 to 8 cm sec^{-1} the direction was fairly steady as evidenced by the accumulation of shots in a few chambers, but it was less steady at 150 m than at the lower depth.

The observations which were made by Captain, Royal Swedish Air Force, REINHOLD V. ESSEN and the author are available at Norsk Polarinstitutt to anyone who may wish to examine them further.

Discussion.

A rapid inspection of the data reveals that tidal currents with a large diurnal component dominated at all depths. However, the short series permit no examination of the various tidal components, but only an analysis of 12-hourly and 24-hourly terms, the former representing a combination of the semi-diurnal and the latter a combination of the diurnal tidal currents. Even such combined terms cannot be obtained with any great accuracy because fairly large non-periodic variations appeared to be present, perhaps related to the effects of variable winds. In the absence of such variations the speed and direction of the current should be nearly the same at the beginning of the series and at about 25 hours later, but noticeable deviations always occurred. A correction for "non-cyclical change" had to be applied to the observed values of the north and east components of the currents before a harmonic analysis could be made. An application of such a correction introduces great uncertainties, for which reason the results of the harmonic analysis may be considerably in error.

Table I. *Characteristics of tidal currents at Norsel Bay.*

Term	Date Jan. 1951	Depth m	Date Jan. 1951	Hour G. M. T.	Towards (true)	cm/sec	Ratio[1] V_{min}/V_{max}
12-hourly	19—20	150	20	$5^h\ 40^m$	256°	3.3	0.09
	20—21	220	21	$6^h\ 00^m$	262°	4.6	0.36
	20—21	340	21	$7^h\ 35^m$	227°	3.7	— 0.62
	23—24	150	23	$9^h\ 10^m$	232°	3.6	0.63
	23—24	340	23	$7^h\ 00^m$	280°	3.2	— 0.45
24-hourly	19—20	150	19	$17^h\ 00^m$	224°	5.6	0.83
	20—21	220	20	$22^h\ 40^m$	272°	11.1	0.25
	20—21	340	20	$23^h\ 40^m$	280°	9.2	0.35
	23—24	150	24	$0^h\ 20^m$	188°	7.9	0.01
	23—24	340	23	$23^h\ 10^m$	252°	10.1	0.25

[1] Positive when current rotates clockwise, negative when counterclockwise.

The results of the harmonic analysis are presented in condensed form in Table I. The five series give fairly consistent results as to the character of the 12-hourly term. The direction of the maximum current varies between 227° and 280° (towards), the maximum velocity lies between 3.2 and 4.6 cm/sec. *The average value of the maximum current is 3.7 cm/sec towards 251°, that is the current is directed approximately parallel to the main direction of the coast line.* The hour of maximum

current occurs later on the later dates. Forming averages for the days on which measurements were taken at two depths we obtain:

Date:	Jan. 20.	21.	23.
Hour of max. current	5.7h	6.8h	8.1h

The average daily change from the 20th to the 23rd is 0.8 hours in good agreement with the daily change of 0.84 hours which should have been expected if the tidal current mainly is related to the principal lunar tide, M_2. Full moon occurred at 04.8h G. M. T. on 23rd January, wherefore it may be expected that the semi-diurnal tide, and therefore, the 12-hourly term of the tidal current, was dominated by the lunar component.

The 12-hourly tidal current also attains its maximum value 6 hours before or after the times that are entered in Table I and is then, on an average, directed towards 71° (about ENE). If the semi-diurnal lunar tide progresses from east to west, as indicated on DIETRICH's chart [1], the maximum tidal current which is directed towards 251° (WSW) represents the current at the hour of high water. If the tide wave can be considered a progressive wave, and if the velocity of progress were known, it should be possible to draw some conclusions as to the amplitude of the combined semi-diurnal tide, using the relation

$$\eta = \frac{V_{\max}}{c} h,$$

where η is the amplitude of the tide, $V_{\max}$ is the maximum velocity of the tidal current, c is the velocity of progress and h is the depth to the bottom. However, the uncertainty associated with the application of this formula is very great.

Still assuming that the time of maximum current coincides with time of high water, and that the lunar tide M_2 dominates, the cotidal hour of M_2 at Norsel Bay can be computed. The result is

Date:	Jan. 20.	21.	23.
Cotidal hours, M_2	7.2h	7.4h	7.0h

and the average value is 7.2h. This value may be expected to be somewhat too large because it represents the hour of high water of the combined lunar and solar semi-diurnal tides and because the observations were made few days before spring tide, assuming that spring tide occurs a day or so after full moon. *The correct value of the cotidal hour of M_2 may, therefore, be about 7 hours.*

An analysis of the observations of the barometric pressure at Maudheim appears to confirm this conclusion. According to V. HISDAL (unpublished communication) the pressure observations reveal the existence of an oscillation with a semi-diurnal lunar period, which may be interpreted as resulting from the tidal rise and fall of the shelf ice. The phase angle renders a value of the cotidal hour for M_2 that is found to be 6.7 hours. The good agreement with the value derived from the current measurements may be taken as confirming the correctness of the results.

From the pressure observations follows that the amplitude of the semi-diurnal lunar tide, M_2, is about 35 cm. This result, which is uncertain because various assumptions had to be made as to the relation between the amplitudes of the oscillations of the barometer and the tide, is neither confirmed nor contradicted by the observations of the currents.

The 24-hourly term of the tidal current renders no conclusive results. At 150 m the 24-hourly term is very irregular, perhaps because in the case of this term reflections against the 150 m deep barrier enter. The observations at 220 and 340 m are, on the other hand, consistent and give a maximum current of 10 cm sec^{-1} towards 268°, occurring at 23.2^h G. M. T., but this current is a combination of the two diurnal terms K_1 and O_1. On the basis of the maximum velocities of the 24- and 12-hourly terms it appears probable that the ratio $(K_1 + O_1)/(M_2 + S_2)$ has a value of about 2.5. According to the results of tidal records at Adélie Land [*2*], lat. 66° 20′, long. 130° 42′ E, the ratio there equals 1.6.

Observations by the British Graham Land Expedition, 1934–37 [*3*], at Argentine Island, lat. 60° 15′ S, long. 64° 16′ W, and at Barry Island, lat. 68° 08′ S, long. 67° 05′ W, gave in both localities a ratio of about 1.6. Other stations on Graham Land also give values greater than 1.0. Therefore, it seems probable that the diurnal tide dominates all around the Antarctic continent.

References.

1. GÜNTHER, D.: Veröff. Inst. Meereskunde, Univ. Berlin. Neue Folge, A, Heft 41. Berlin 1944.

2. IMBERT, B.: Bull. d'Information. V, No. 7, 303–316. Service Central Hydrographique (1953).

3. ROBERTS, B.: British Graham Land Expd., 1934–37. Sc. Rep., I, 327–335, British Museum (1940–41).

4. SVERDRUP, H. U.: Norsk Geogr. Tidsskrift, **XIV**, 239–249 (1953).

551.465

(Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg.)

Einfluß der Gezeitenstromturbulenz auf die hydrographische Schichtung der Nordsee.

Von

G. Dietrich.

Mit 6 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Es wird das kritische vertikale Dichtegefälle ermittelt, das die Gezeitenstromturbulenz, die vom Meeresboden ausgeht, zum Erliegen bringt (Abb. 2). Ihm wird jenes vertikale Dichtegefälle gegenübergestellt, das der tägliche Wärmestrom durch die Turbulenz der winderzeugten Oberflächenströmungen bewirkt (Abb. 3). In derjenigen Tiefe, in der beide Gefällswerte gleich werden, liegt die Obergrenze der bodennahen Mischungsschicht, deren Verteilung in der Nordsee auf zwei ozeanographischen Schnitten verfolgt wird, die mit dem Vermessungs- und Forschungsschiff „Gauss" im August 1953 ausgeführt wurden (Abb. 1). Der eine Schnitt verläuft vom Nordausgang der Nordsee zu den westfriesischen Inseln, der andere von der schottischen zur norwegischen Küste (Abb. 4). Durch diese Anordnung konnten alle charakteristischen sommerlichen Lagen in der Nordsee erfaßt werden: der Übergang von der unbedeutenden bodennahen Mischungsschicht in der nördlichen Nordsee zur mächtigen Mischungsschicht der mittleren Nordsee, die dort in den Gebieten mit höheren Gezeitenströmen die normale sommerliche Sprungschicht zu einer wenige Dezimeter dicken Schicht zusammendrängt und die in den Gebieten mit starken Gezeitenströmen in die oberflächennahe Mischungsschicht übergreift. Als Folge davon wird in ausgedehnten Gebieten Schichtungslosigkeit während des ganzen Jahres aufrechterhalten. Die weitreichenden, verschiedenartigen Einflüsse dieser Mischungsvorgänge machen sich unter anderem auf den Jahresgang der Oberflächentemperatur der Nordsee deutlich bemerkbar (Abb. 5 und 6).

Summary. The critical vertical density gradient for suppressing the tidal current turbulence which originates from the bottom of the sea is determined (fig. 2). It is compared with the vertical density gradient caused by the daily heat transport in consequence of the turbulence of the wind-produced surface currents (fig. 3). At the depth where the two gradients become equal there lies the upper limit of the mixed ground layer. Its distribution in the North Sea is shown by two oceanographic profiles on the basis of measure-

ments carried out by the survey and research ship „Gauss" in April 1953 (fig. 1). One profile extends from the northern exit of the North Sea to the West-Frisian islands, the other one from the Scotch to the Norwegian coast (fig. 4). By this arrangement all characteristic summer situations in the North Sea could be included: the change from the small mixed ground layer in the northern North Sea to the mighty mixed ground layer of the central North Sea compressing there, in regions with higher tidal currents, the normal summer discontinuity layer to a few decimeters and, in regions with strong tidal currents, reaching into the mixed surface layer. As a consequence in vast regions a state without stratification is maintained during the whole year. The far-reaching and various influences of these mixing processes, e. g. on the annual variation of the surface temperature of the North Sea, are evident (fig. 5 and 6).

Résumé. On recherche le gradient vertical critique de densité capable d'annuller le remous dû à la marée au fond de la mer (fig. 2) et on le compare au même gradient produit par le réchauffement diurne combiné avec la turbulence des courants de surface dûs au vent (fig. 3). La profondeur à laquelle ces deux gradients sont identiques fixe la limite supérieure de la couche de mélange voisine du fond. La distribution de cette couche dans la Mer du Nord ressort de deux profils relevés par le navire océanographique „Gauss" en août 1953 (fig. 1). L'un des profils va de l'extrémité septentrionale de cette mer jusqu'aux îles occidentales de la Frise; l'autre s'étend de la côte écossaise à celle de la Norvège (fig. 4). De cette façon une étude de tous les caractères estivaux de la Mer du Nord met en évidence le passage de la faible couche de mélange dans le Nord à la couche très importante dans la région moyenne; cette dernière couche a pour effet de réduire à quelques décimètres la couche de transition estivale normale dans les régions à courants de marée profonds tandis qu'elle pénètre dans la couche de mélange de surface dans les régions à forts courants de marée. En vertu de ces processus, l'absence de stratification se maintient pendant toute l'année dans de vastes régions. Les effets variés et lointains de ces phénomènes de mélange se font nettement sentir, entre autres, sur la variation annuelle de la température de surface dans la Mer du Nord (fig. 5 et 6).

Für periodische Wasserbewegungen, die mit Wellen verknüpft sind, deren Länge groß ist gegenüber der Wassertiefe, ist bezeichnend, daß sie recht gleichmäßig die ganze Wassersäule erfassen. In Bodennähe beobachtet man infolge der Bodenreibung eine deutliche Abnahme der Maximalgeschwindigkeit. J. van Veen (1936) und W. Hansen (1952) fanden übereinstimmend an Hand von Strommessungen in der Straße von Dover bzw. in der Ems die Geschwindigkeit u in einer beliebigen Tiefe z, wenn die Wassertiefe h beträgt und die Geschwindigkeit an der Oberfläche u_0 ist,

$$u = u_0 \cdot \left(\frac{z}{h}\right)^{\alpha},$$

wobei sich $\alpha \approx 1/5$ ergab gegenüber $\alpha = 1/7$ nach den halbempirischen Überlegungen von L. Prandtl (1927). Diese vertikale Geschwindigkeitsverteilung, die für Gezeitenströme im ungeschichteten Wasser gilt, sei einer der Ausgangspunkte der folgenden Betrachtung. Ein zweiter, der für die Nordsee zutrifft, besagt, daß dort im allgemeinen die beobachteten

maximalen Geschwindigkeiten der Gezeitenströme erheblich höhere Werte annehmen, als die jener Wasserbewegungen, die auf unmittelbare Wirkung des Windes und der Dichteunterschiede zurückgehen. Die beiden letzten

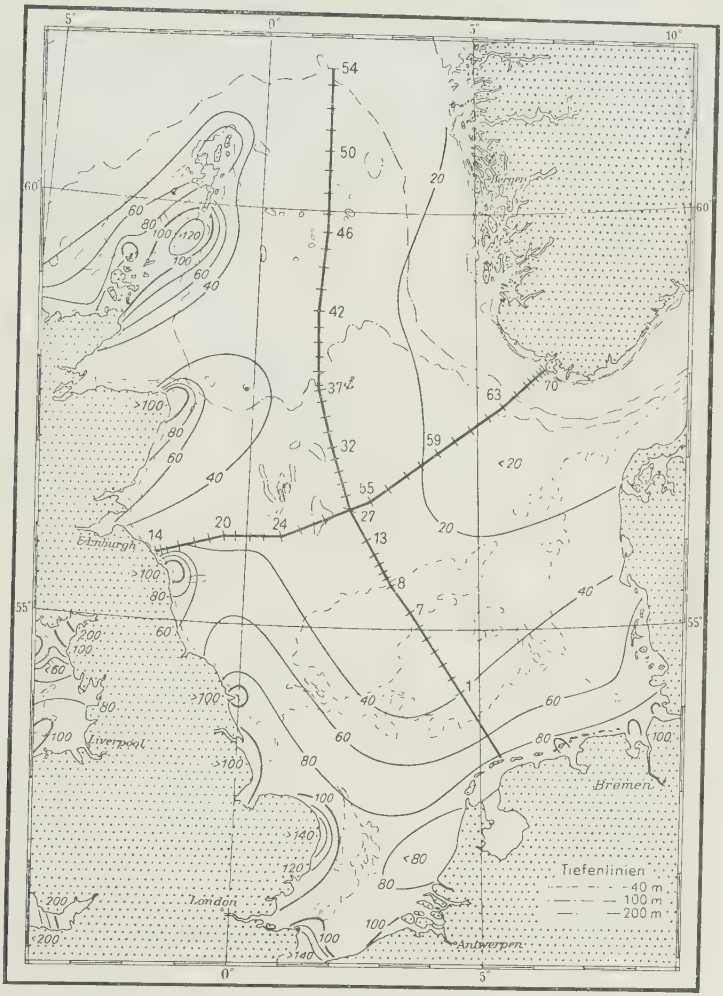


Abb. 1. Verteilung der Maximalgeschwindigkeit (cm/sec) der Gezeitenströme in der Nordsee zur Springzeit (nach G. DIETRICH, 1950a), sowie Verlauf der Temperaturschnitte in Abb. 4 mit den ozeanographischen Stationen 1—70, ausgeführt vom Forschungs- und Vermessungsschiff „Gauß" im August 1953.

Anteile erreichen im tiefen Wasser nur selten 10 cm/sec, während die Gezeitenströme nach der Abb. 1, abgesehen von der nordöstlichen Nordsee, über 20 cm/sec betragen und in der südlichen Nordsee und in den Shetland-Gewässern sich sogar bis auf über 80 cm/sec steigern. Die Geschwindig-

keitsangaben, die in der Abb. 1 für Springzeit gelten, vermindern sich auf etwa 60% zur Nippzeit. Wenn Einflüsse auf die Schichtung vom Boden der Nordsee ausgehen, dann dürfte nach diesen Beobachtungstatsachen in erster Linie die Turbulenz der Gezeitenströme daran beteiligt sein.

Der dritte Ausgangspunkt der folgenden Betrachtung betrifft das Kriterium zur Aufrechterhaltung einer vertikalen Turbulenz bei stabiler Schichtung. Bei turbulenter Bewegung werden Flüssigkeitsballen gehoben, andere dafür gesenkt. Zur Erfassung dieses Vorganges kann man sich des bekannten Prandtlschen Ansatzes für den Mischungsweg bedienen, wonach die Größenordnung der vertikalen turbulenten Störgeschwindigkeit $w' \approx l \frac{du}{dz}$ ist, wobei l den Mischungsweg und u die mittlere Horizontalgeschwindigkeit, welcher die turbulenten Störgeschwindigkeiten überlagert sind, in einem Niveau angeben. Die kinetische Energie der turbulenten Vertikalbewegung eines Flüssigkeitsballens vom Volumen V beträgt $\varrho \frac{V \cdot w'^2}{2} \approx \frac{1}{2} \varrho V l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2$, wobei ϱ die Dichte ist. Die Arbeit, die bei der Verlagerung des Flüssigkeitsballens aufgewendet wird, ist $-g \frac{d\varrho}{dz} \cdot \frac{l^2}{2} V$, wobei g die Schwerebeschleunigung darstellt. Was an Arbeit aufgewendet wird, geht an kinetischer Energie der turbulenten Vertikalbewegung verloren, und wenn die zur Verfügung stehende kinetische Energie kleiner ist als die zu leistende Arbeit, dann erlischt zwangsläufig die turbulente Vertikalbewegung. Das Verhältnis $Ri = \frac{g}{\varrho} \frac{\frac{d\varrho}{dz}}{\left(\frac{du}{dz}\right)^2}$ stellt also ein Kriterium für die Aufrechterhaltung der Turbulenz dar. Es ist die Richardsonsche Zahl, die nach L. F. Richardson benannt ist, der sie 1920 einführte und die eine kritische Beziehung zwischen der Dichteschichtung und dem Geschwindigkeitsgefälle angibt.

Die quantitativen Angaben für die Richardsonsche Zahl gehen auseinander. Richardson selbst setzte $Ri = 1$, L. Prandtl (1949) kommt zu den Werten 0,5 bis 0,7, S. Petterssen und W. Swinbank (1947) gelangen auf Grund großräumiger Untersuchungen der Turbulenz in der freien Atmosphäre zu $Ri \approx 0{,}65$, H. Schlichtings (1935) kleiner kritischer Wert von $Ri = 0{,}0417$, der auf Grund von theoretischen Überlegungen für eine Strömung über eine Platte mit Dichteschichtung in der Grenzschicht gilt und der von L. Prandtl und H. Reichardt (1934) im Windkanal für diesen Fall bestätigt wurde, kann nicht unbedingt vergleichbar sein; er steht unter der stabilisierenden Wirkung der festen Wand und der Dichteschichtung in der Grenzschicht. Die Anwendung des einfachen Richardsonschen Kriteriums in unmittelbarer Nähe von starren Grenzflächen, z. B. in der untersten Atmosphäre, ist deshalb wenig erfolgreich gewesen. Es scheinen zusätzliche Terme wirksam zu werden, die K. L. Calder (1949) prüfte und die vielleicht von der Natur der Grenzfläche abhängen. Abseits von der Grenzfläche scheint nach den bisherigen

Untersuchungen der kritische Wert von $Ri = 0{,}5$ angenähert zuzutreffen. Er wird im folgenden verwendet und besagt: wenn $Ri > 0{,}5$ ist, erlischt die vertikale Turbulenz und eine vorhandene Dichteschichtung bleibt bestehen; wenn $Ri < 0{,}5$ ist, wird das Wasser turbulent durchmischt und in den homogenen Zustand überführt.

Gestützt auf die erwähnte vertikale Geschwindigkeitsverteilung im Gezeitenstrom läßt sich auf Grund der Richardsonschen Zahl entscheiden, welches vertikale Dichtegefälle notwendig ist, damit die Turbulenz im

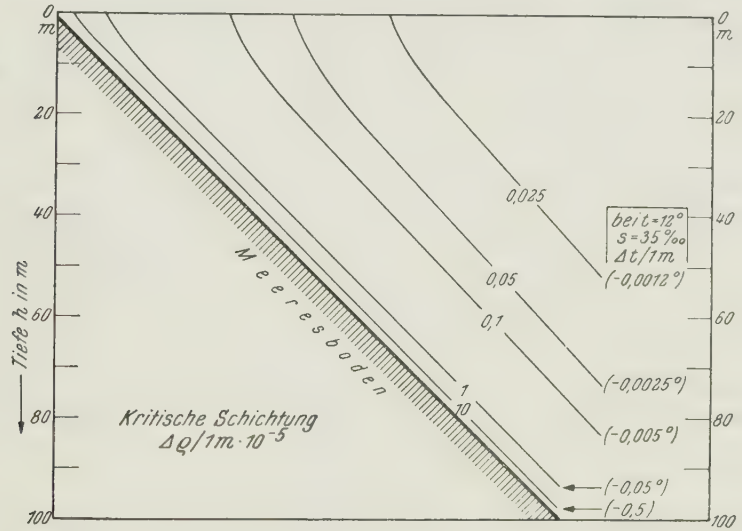


Abb. 2. Kritisches Dichtegefälle für die vertikale Turbulenz der Gezeitenströme bei $u_0 = 0{,}7$ m/sec.

Gezeitenstrom erlischt und die Vermischung aufhört. Aus der Gleichung der Geschwindigkeitsverteilung des Gezeitenstromes ergibt sich die Ableitung nach der Tiefe

$$\frac{du}{dz} = \frac{\alpha u_0}{h}\left(\frac{z}{h}\right)^{\alpha-1}.$$

Führt man diesen speziellen Ausdruck für das vertikale Geschwindigkeitsgefälle in die Richardsonsche Beziehung ein, und löst sie nach dem kritischen Grenzwert der Dichteschichtung auf, dann wird

$$\frac{d\varrho}{dz} = \frac{\varrho}{2g}\,\frac{\alpha^2 u_0^2}{h^2}\left(\frac{z}{h}\right)^{2\alpha-2}.$$

Die Abb. 2 gibt das Ergebnis einer numerischen Auswertung dieses letzten Ausdruckes wieder. Sie enthält die kritischen Werte für das vertikale Dichtegefälle $\Delta\varrho/1\text{ m}\cdot 10^{-5}$ für Wassersäulen von 0 bis 100 m Länge und für eine Geschwindigkeit des Gezeitenstroms an der Oberfläche $u_0 = 0{,}7$ m/sec. Mit wachsender Entfernung vom Boden nehmen die kritischen Werte des Dichtegefälles, die in der Lage sind, die Turbulenz

des Gezeitenstromes zum Erliegen zu bringen, schnell ab. Um eine anschauliche Vorstellung von diesen kritischen Werten zu vermitteln, ist in der Abb. 2 die Werte des vertikalen Temperaturgefälles auf sind angegeben, die dem kritischen Dichtegefälle jeweils entsprechen, wenn man von einer Wassertemperatur $t = 12°$ und einem Salzgehalt $S = 35‰$ ausgeht. In etwa 10 m Bodenabstand würde demnach ein Dichtegefälle $\Delta\varrho/1\text{ m} \cdot 10^{-5} = 1$ bzw. ein Temperaturgefälle $\Delta t/1\text{ m} = -0{,}05°$ die Turbulenz des Gezeitenstroms zum Erlöschen bringen, wenn $u_0 = 0{,}7$ m/sec ist.

Auf dem Wege über die Vermischung üben die Gezeitenströme eine dauerhafte Wirkung auf die hydrographische Schichtung im Meere aus. Da Einschränkungen dieser Wirkung von der Dichteschichtung ausgehen, wird man zwangsläufig zur Frage geführt, welches Dichtegefälle sich in der Nordsee ausbilden kann. Die Betrachtung sei auf den wirkungsvollsten Prozeß beschränkt, der in der Nordsee zur Bildung einer Dichteschichtung beiträgt. Es ist der Erwärmungsvorgang im Frühjahr. Als gesicherte Beobachtungstatsache in der Nordsee gilt, daß im Winter und Frühjahr das Wasser von der Oberfläche bis zum Boden örtlich die gleiche Temperatur und den gleichen Salzgehalt aufweist, also völlig homogen ist. Eine Ausnahme macht lediglich die nordöstliche Nordsee, wo advektiv salzarmes baltisches Wasser sich über salzreiches atlantisches Wasser schiebt. Von diesem Gebiet sei hier abgesehen. Die winterliche Homogenität der Nordsee erklärt sich aus der vertikalen Konvektion, die sich im Laufe des Herbstes bis zum Winter infolge der Abkühlung an der Oberfläche einstellt. Die Frühjahrserwärmung findet also eine homogene Ausgangslage vor. Untersucht sei jetzt die Frage, welches Dichtegefälle sich maximal durch die Erwärmung einstellen kann.

Zunächst steht fest, daß die Erwärmung im Tagesrhythmus vor sich geht und daß sie sich primär auf eine sehr dünne Oberflächenschicht beschränkt. Für die Verdunstungs- und Kondensationswärme sowie für die direkte Wärmeübertragung aus der Luft ist dies ohne weiteres einzusehen. Von der Einstrahlung ist bekannt, daß der langwellige Teil, der die eigentliche Wärmestrahlung ausmacht, in dem obersten Zentimeter fast vollständig absorbiert ist. Es müßte sich also, wenn man sich einen strahlungsreichen Frühlingstag vorstellt, eine hocherwärmte dünne Schicht von leichtem Wasser bilden. Bei Wind lassen die überbrechenden Wellen in den obersten Metern eine solche Temperaturschichtung überhaupt nicht aufkommen, und darunter sorgt die Turbulenz der winderzeugten Strömung für einen vertikalen Wärmeaustausch zur Tiefe, der mehrere tausendmal größer als die physikalische Wärmeleitung ist. W. Schmidt (1925) bestimmt auf Grund der Beobachtungen an Triftströmen für starke Winde die Abhängigkeit des Austausches von der Windgeschwindigkeit v, wobei v in m/sec ausgedrückt wird: $A = 4{,}3 \cdot v^2$. Es ergibt sich z. B. für frische Winde von etwa 8,5 m/sec: $A = 300$ g cm^{-1} sec^{-1} und für stürmische Winde von etwa 15 m/sec: $A = 1000$ g cm^{-1} sec^{-1}.

Von diesen Werten, die für den Impulsaustausch gelten, wird angenommen, daß sie angenähert für den Wärmeaustausch zutreffen. Sie

werden unter der weiteren Voraussetzung herangezogen, daß sie tiefenunabhängig sind. Dann läßt sich aus dem bekannten Tagesgang der Oberflächentemperatur an einem strahlungsreichen Frühlingstag der Tagesgang der Temperatur in verschiedenen Tiefen berechnen. Im Anschluß daran ist es möglich, eine Aussage über das Dichtegefälle zu machen, das sich bei einem bestimmten Austausch im Tagesgang einstellen kann, wenn man von einem homogenen Ausgangszustand ausgeht.

Der Tagesgang der Oberflächentemperatur läßt sich in guter Annäherung als harmonische Welle auffassen: $t_0 = a_0 \cos \frac{2\pi}{T} t$. Nach der Theorie der Wärmeleitung nimmt der Tagesgang in der Tiefe bei einem Austausch A die Form an:

$$t_z = a_0 e^{-\beta z} \cos \frac{2\pi}{T} \left(\tau - \frac{T}{2\pi} \beta z\right),$$

wobei $\beta = \sqrt{\frac{\varrho \pi}{A z}}$ bedeutet. In diesen Gleichungen sind a_0 die Amplitude des Tagesganges der Oberflächentemperatur, $T = 24$ Stunden und ϱ die Dichte des Wassers. Das vertikale Temperaturgefälle, das sich einstellt, ergibt sich zu:

$$\frac{dt}{dz} = \sqrt{2}\, \beta\, a_0\, e^{-\beta z} \sin \left| \frac{2\pi}{T} \left(\tau - \frac{T}{2\pi} \beta z\right) - \frac{\pi}{4} \right|.$$

Wenn der periodische Anteil gleich eins wird, nimmt das Temperaturgefälle seinen maximalen Betrag an, den es im Verlauf eines Tages erreichen kann:

$$\frac{dt}{dz} = \sqrt{2}\, \alpha\, a_0\, e^{-\beta z}.$$

Die numerischen Ergebnisse für zwei Beispiele enthält die Tabelle auf der rechten Seite der Abb. 3. Sie geben die Dichtegradienten $\Delta\varrho/1\text{ m} \cdot 10^{-5}$ an, die den errechneten Temperaturgradienten bei 12° und $35^0{}_{00}$ entsprechen würden. Das erste Beispiel geht von einem starken Austausch $A = 1000$ aus, das zweite von einem mäßigen Austausch $A = 300$. In beiden Fällen wird $\varrho = 1{,}027$ und $a_0 = 0{,}2°$ zugrunde gelegt. Eine derartige Tagesamplitude von 0,2° ist in der offenen Nordsee im Frühjahr durch Beobachtungen belegt (G. Dietrich, 1953). In 30 m würde nach der Tabelle z. B. $0{,}052 \cdot 10^{-5}$/1 m Dichtegefälle im Tagesgang bei hohem Austausch erreicht werden und $0{,}072 \cdot 10^{-5}$/1 m bei mäßigem Austausch. Dem entsprechen $-0{,}0026°$/1 m bzw. $-0{,}0036°$/1 m im Temperaturgefälle. In der Abb. 3 selbst sind auf Grund der Tabelle für $A = 1000$ drei Isolinien des Dichtegefälles dargestellt, das sich maximal durch den vertikalen Wärmestrom im Tagesgang einstellen kann. Die Abbildung enthält außerdem die Isolinien des Dichtegefälles der Abb. 2. Diese geben an, welches Dichtegefälle gefordert wird, um die Turbulenz des Gezeitenstromes zum Erliegen zu bringen. Es ist ersichtlich, daß in den oberen Schichten auf tiefem Wasser mehr an Dichtegefälle an einem einzigen günstigen Frühlingstage geliefert wird, als zum Erlöschen der Gezeitenstromturbulenz erforderlich ist. Die Mischung der Gezeiten-

ströme wird in diesen Schichten unwirksam. Dort, wo Angebot und Nachfrage gleich werden, nämlich das Angebot an Dichtegefälle durch den täglichen Wärmestrom und die Nachfrage an Dichtegefälle, um die Gezeitenstromturbulenz zum Erliegen zu bringen, liegt die obere Grenze der Gezeitenstrommischung (Linie *I* in Abb. 3), darunter bis zum Boden kann der Tagesgang der Temperatur kein hinreichendes Dichtegefälle aufbauen, das nicht mit jeder Gezeitenstromperiode wieder zerstört würde. Die bodennahe Schicht, die in der Abb. 3 gerastert ist, bliebe unter den

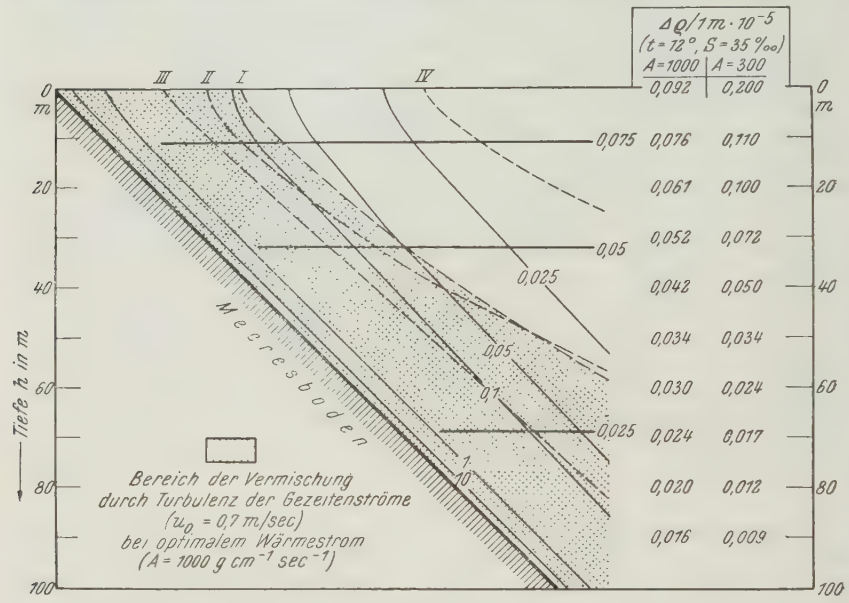


Abb. 3. Obere Grenzen der Gezeitenstrommischung: I bei $u_0 = 0{,}7$ m/sec, $A = 1000$; II bei $u_0 = 0{,}7$ m/sec, $A = 300$; III bei $u_0 = 0{,}35$ m/sec, $A = 1000$; IV bei $u_0 = 1{,}4$ m/sec, $A = 1000$. – – – – Kritisches Dichtegefälle $\Delta\varrho/1\text{ m} \cdot 10^{-5}$ für die Turbulenz der Gezeitenströme bei $u_0 = 0{,}7$ m/sec (s. Abb. 2). ——— Dichtegefälle $\Delta\varrho/1\text{ m} \cdot 10^{-5}$ durch Tagesgang des Wärmestromes bei $A = 1000$ g cm^{-1} sec^{-1}. Tabelle rechts: Dichtegefälle $\Delta\varrho/1\text{ m} \cdot 10^{-5}$ infolge Tagesgang des Wärmestromes bei $A = 1000$ und $A = 300$.

genannten Voraussetzungen homogen. Dies gilt unter den günstigen Annahmen (hoher, tiefenunabhängiger Austausch), die für den in die Tiefe eindringenden täglichen Wärmestrom im Frühjahr gemacht wurden. Um so mehr trifft es für die sommerlichen Verhältnisse zu; denn mit der Entwicklung einer sommerlichen Sprungschicht in den oberen Schichten wird der vertikale Wärmestrom unter der Sprungschicht sehr viel schwächer oder kommt ganz zum Erliegen.

Das Beispiel in der Abb. 3 gilt zunächst nur für die besonderen numerischen Ausgangswerte $u_0 = 0{,}7$ m/sec und $A = 1000$. Benutzt man den kleineren Austausch $A = 300$, dann verlagert sich die Reichweite der bodennahen Mischungszone bis zu der in der Abbildung angegebenen

Linie II. Es ist ersichtlich, daß eine Änderung des Austausches nicht sonderlich ins Gewicht fällt. Sehr viel entscheidender erweist sich der Einfluß der Geschwindigkeit des Gezeitenstromes u_0, da in die Gleichung für die kritische Richardsonsche Beziehung das Quadrat der Geschwindigkeit eingeht. Verwendet man den halben Wert der Geschwindigkeit (Linie III in Abb. 3), dann vermindert sich die bodennahe Mischungsschicht bei 100 m Tiefe auf 26 m Mächtigkeit gegenüber 48 m bei $u_0 = 0{,}7$ m/sec und erhöht sich auf etwa 80 m Mächtigkeit bei $u_0 = 1{,}4$ m/sec (Linie IV). Da eine Deckschicht von etwa 0 bis 20 m ohnehin ständig durch die Turbulenz der winderzeugten Strömungen und Wellen durchmischt ist, hieße dies, daß im letzten Fall bei den hohen Stromgeschwindigkeiten von 1,4 m/sec die ganze Wassersäule bis 100 m Tiefe ständig durchmischt wäre.

Aus den bisherigen Überlegungen ergeben sich bestimmte Erwartungen an die Wirkung der Gezeitenstromturbulenz auf den hydrographischen Aufbau der Nordsee, die besonders an Hand neuerer Beobachtungen der sommerlichen Temperaturschichtung sich prüfen lassen. Sie müssen sich darin ausdrücken, daß die sommerliche thermische Schichtung, wie sie für die Meere in höheren Breiten normal ist, und die unter einer homogenen Decke eine dünne Sprungschicht und darunter eine allmähliche Temperaturabnahme aufweist, einen erheblichen Wandel erfährt. Im einfachsten Fall bei schwacher Wirkung der Gezeitenstromturbulenz, d. h. auf größerer Tiefe oder bei schwachen Gezeitenströmen, kann nur ein Teil des unteren Stockwerks homogenisiert werden. Deckschicht, Sprungschicht und der obere geschichtete Teil der Unterschicht bleiben aber unberührt. Mit zunehmender Bedeutung der Gezeitenstromturbulenz wird als erstes die ganze Unterschicht vollständig homogenisiert werden, sodann wird die vertikale Mächtigkeit der Sprungschicht eingeengt, bis schließlich die Reichweite der bodennahen Mischungsschicht sich mit der Reichweite der oberflächennahen Mischungsschicht überschneidet und überhaupt keine Sprungschicht zur Ausbildung gelangen kann. Das ist gleichbedeutend damit, daß das ganze Jahr Homothermie von der Oberfläche bis zum Boden bestehen bleibt.

Es werden zwei Temperaturschnitte herangezogen, der eine liegt in der Längsachse der Nordsee (Abb. 4*a*), der andere senkrecht dazu (Abb. 4*b*). Die Abb. 1 enthält die Lage der Schnitte und läßt zugleich die maximalen Gezeitenstromgeschwindigkeiten erkennen, die auf den Schnitten auftreten. Eigentlich sollte man die vertikale Dichteverteilung betrachten, da von ihr die Aufrechterhaltung der Turbulenz abhängt. Da aber die Salzgehaltsschichtung in der Nordsee sehr gering ist, bestimmt die Temperaturschichtung fast ausschließlich die Dichteschichtung. Beide Temperaturschnitte fußen auf Beobachtungen, die im August 1953 mit dem Vermessungs- und Forschungsschiff „Gauß" des Deutschen Hydrographischen Instituts ausgeführt wurden. Sie stützen sich auf Messungen, die in geringen vertikalen Abständen mit Kippthermometern gemacht wurden. Zur Fixierung der Intensität und Tiefenlage der Sprungschicht, wozu selbst diese kleinen Abstände nicht immer ausreichten, konnten

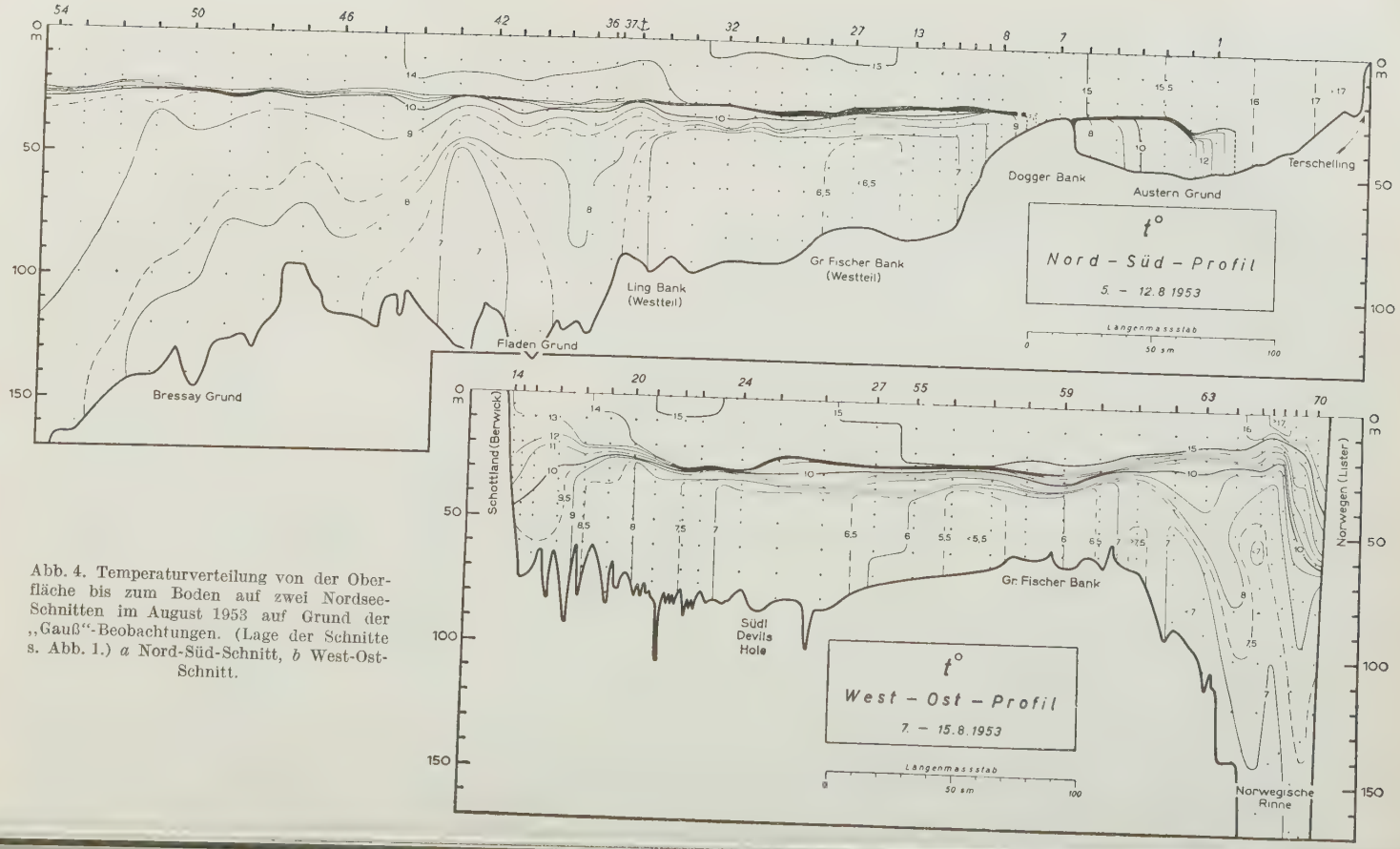


Abb. 4. Temperaturverteilung von der Oberfläche bis zum Boden auf zwei Nordsee-Schnitten im August 1953 auf Grund der „Gauß"-Beobachtungen. (Lage der Schnitte s. Abb. 1.) *a* Nord-Süd-Schnitt, *b* West-Ost-Schnitt.

Registrierkurven der vertikalen Temperaturverteilung von J. Joseph herangezogen werden, die auf der „Gauß"-Fahrt gleichzeitig zu den Messungen mit Kippthermometern unter Benutzung von Thermoelementen erhalten wurden. In der nördlichen Nordsee über den Bressay und Fladen-Grund beschränkt sich die untere Mischungsschicht bei den schwachen Gezeitenströmen auf die Bodennähe. Man trifft auf eine sommerliche Schichtung, die der ozeanischen Form nahekommt. In der mittleren Nordsee sind die Tiefen geringer und die Gezeitenströme höher. Man begegnet einer völlig homogenen Unterschicht, in der die Temperatur in der Vertikale bis auf $^2/_{100}°$ konstant ist, d. h. bis zur Grenze der Beobachtungsgenauigkeit. Die thermische Sprungschicht ist bereits merklich zusammengedrückt, denn der Temperaturübergang zwischen Deckschicht und Bodenschicht, der über dem Fladen-Grund in einer etwa 50 m dicken Schicht vor sich geht, erfolgt in der mittleren Nordsee in einer etwa 10 m dicken Schicht. Wird das Wasser flacher oder der Gezeitenstrom stärker, was nördlich und südlich der Dogger-Bank zutrifft, dann konzentriert sich die Sprungschicht auf einen einzigen Temperatursprung, der nach den Messungen der Temperatur mit Thermoelementen in wenigen Metern, teilweise in einigen Dezimetern, vor sich geht. Wird der Gezeitenstrom schließlich so groß, daß die bodennahe Mischungsschicht sich mit der oberflächennahen Mischungsschicht überschneidet, dann bleibt völlige Homogenität im Sommer erhalten, wie man sie über dem südlichen Austern-Grund wie überhaupt in der ganzen südlichen Nordsee antrifft.

Ebenso wie im Längsschnitt durch die Nordsee erkennt man an einem Querschnitt von Schottland nach Südnorwegen die Wirkung der Turbulenz der Gezeitenströme. Über der Norwegischen Rinne deutet die Temperaturverteilung unterhalb der Sprungschicht auf Vertikalzirkulation und Advektion, nicht aber auf Gezeitenstrommischung. Dafür sind die Gezeitenströme zu schwach und das Wasser zu tief. Bereits über der Großen Fischer Bank ist die Unterschicht vertikal völlig homogen, und diese Homogenität bleibt bis zur schottischen Seite der Nordsee bestehen. Dort wird, wenn man sich der Küste nähert, mit den zunehmenden Gezeitenströmen die bodennahe Mischungsschicht mächtiger, ihre obere Grenze flacher und die Sprungschicht schärfer, bis man eine Zone erreicht, in der die bodennahe Mischungsschicht bis in die oberflächennahe Schicht übergreift. Eine völlige Homogenität vor der schottischen Küste kommt auf diesem Profile nicht zustande. Nach sommerlichen hydrographischen Beobachtungen von schottischen Forschungsschiffen, die aus früheren Jahren vorliegen, kann man sie aber zeitweise antreffen. Unsere „Gauß"-Beobachtungen wurden kurz nach Nippzeit ausgeführt, also bei relativ schwachen Gezeitenströmen. Es wäre denkbar, daß zur Springzeit bei den hohen Gezeitenströmen sich eine volle Homogenisierung einstellt. Dies würde bedeuten, daß man in diesen Gebieten eine 14tägige Periode der Temperatur in Oberflächennähe antreffen müßte.

Der Unterschied in der Schichtung zwischen Gebieten mit schwacher und starker Gezeitenstrommischung erscheint im Querschnitt zwischen Schottland und Norwegen besonders sinnfällig. Auf der norwegischen

Seite reicht die Sprungschicht bis an den Festlandsockel, auf der schottischen Seite dagegen beginnt sie sich in etwa 30 sm Abstand vor der Küste aufzulösen. Dafür steigt durch die vertikale Vermischung die Temperatur in Bodennähe, wenn man sich der schottischen Küste nähert, während die Oberflächentemperatur gleichzeitig abnimmt. Die niedrigen sommerlichen Oberflächentemperaturen von weniger als 13° C auf dem Schnitt im August 1953 brauchen also nicht allein als Wirkung einer kalten Meeresströmung gedeutet zu werden, sondern lassen sich als Folge der Gezeitenstrommischung in vertikaler Richtung verstehen. Auf der norwegischen Seite, wo dieser Mischungseinfluß fehlt, ist die Oberflächentemperatur zur gleichen Zeit höher als 17° C. Die Unterschiede in den Oberflächentemperaturen im Sommer zwischen schottischer und norwegischer Seite gehören zu den regelmäßig im Jahresablauf wiederkehrenden Erscheinungen in der Nordsee, die auch in langjährigen Mittelwerten zum Ausdruck kommen. Sie lassen sich an dem Atlas der Monatskarten der Oberflächentemperatur von G. Böhnecke und G. Dietrich (1951) in den Einzelheiten verfolgen.

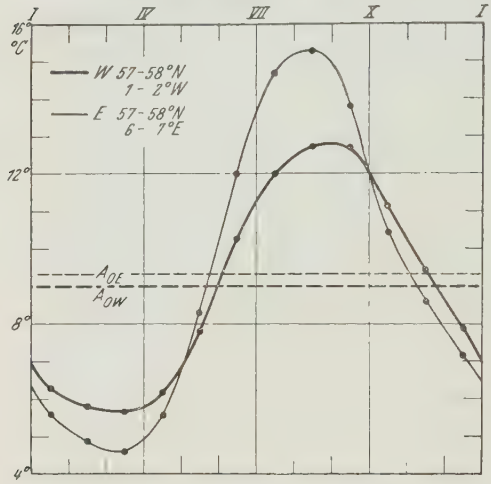


Abb. 5. Mittlerer Jahresgang der Oberflächentemperatur 1906 bis 1938 in einem Eingradfeld der westlichen Nordsee (W) und der östlichen Nordsee (E). A_0: Jahresmittel.

Wenn die Wärme, die an der Oberfläche im Frühjahr und Sommer aufgenommen wird, regional in verschiedenem Umfange je nach der Gezeitenstromturbulenz zum Teil in die Tiefe entführt wird, dann bedeutet das zugleich, daß die tieferen Schichten im Frühjahr und Sommer als Wärmespeicher wirken. Aus dieser Erscheinung resultieren eine Reihe von Folgerungen, die den Jahresgang der Wassertemperatur an der Oberfläche betreffen.

Im Herbst, wenn die Temperatur an der Oberfläche abnimmt, kommt die im Frühjahr und Sommer der Tiefe zugeführte Wärme durch Konvektion wieder der Oberfläche zugute. Dieselben Gebiete, die im Frühjahr und Sommer relativ kalt an der Oberfläche erschienen, werden im Herbst und Winter relativ warm. Die beiden Jahresgänge in Abb. 5, der eine für ein Ein-Grad-Feld vor der schottischen, der andere vor der südnorwegischen Küste, veranschaulichen diese Erscheinung. Insgesamt gesehen wird der Jahresgang der Oberflächentemperatur durch die Gezeitenstrommischung gedämpft, indem die Amplituden gesenkt werden und die Eintrittszeiten der Extreme sich verspäten. Der Einfluß auf die Eintrittszeiten ist in der Phasenkarte für den ganzjährigen harmonischen

Temperaturgang in Abb. 6 erkennbar. Der Karte liegt das erreichbare Beobachtungsmaterial 1906 bis 1938 zugrunde, das die Stationsbeobachtungen und die gradfeldweise geordneten Schiffsbeobachtungen um-

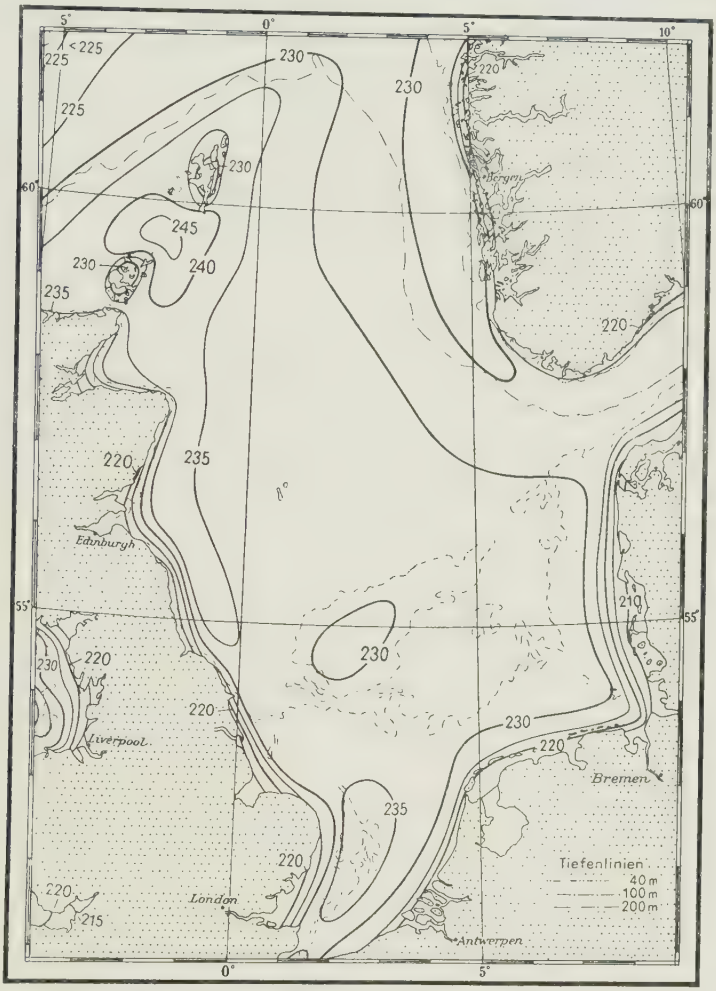


Abb. 6. Mittlere Eintrittszeit des Jahresmaximums der Oberflächentemperatur in der Nordsee, ausgedrückt in Grad, bezogen auf Januarbeginn 0. (210° = 1. August, 230° = 21. August.)

faßt und das nach der kritischen Bearbeitung harmonisch analysiert wurde. Die Bearbeitung selbst ist an anderer Stelle eingehender behandelt (G. Dietrich, 1953). Der Jahresgang kann als harmonische Welle aufgefaßt werden:

$$t = A_0 + A_1 \cdot \cos(\gamma - C_1).$$

Der Phasenwinkel γ ist vom Januarbeginn gezählt. A_0 ist das Jahresmittel, A_1 die Jahresamplitude. In der Abbildung sind die C_1-Werte, die die Eintrittszeit des Jahresmaximums angeben, in Grad dargestellt. $C_1 = 230°$ entspricht dem Eintritt des Jahresmaximums am 21. August, $C_1 = 210°$ am 1. August. Die Karte läßt erkennen, in welchem beachtlichen Umfang sich die Eintrittszeiten des Jahresmaximums der Oberflächentemperatur in den tieferen Gewässern mit starken Gezeitenströmen verspäten. Maximal wird $C_1 > 245°$ erreicht, und zwar zwischen den Shetlands und den Orkney-Inseln. Diesem Wert stehen als andere Extreme $C_1 < 210°$ in den flachen Gewässern bei den nordfriesischen Inseln gegenüber. Insgesamt bleibt der Eintrittszeit des sommerlichen Maximums der Oberflächentemperatur innerhalb der Nordsee ein Spielraum von über einem Monat.

Das Hauptaugenmerk der vorliegenden Betrachtung galt der Beeinflussung der hydrographischen Schichtung durch die Gezeitenstromturbulenz. Verknüpfungen mit weiteren Vorgängen bleiben nicht aus. Bei den engen Wechselbeziehungen zwischen Meeresoberfläche und unterer Atmosphäre kann die Dämpfung des Jahresganges der Oberflächentemperatur in den Gebieten mit tiefreichender Mischung nicht ohne Wirkung auf atmosphärische Erscheinungen sein. Zwar konnten die Zusammenhänge am Beispiel der Nordsee noch nicht im einzelnen verfolgt werden, aber im Englischen Kanal, der sich durch hohe und tiefreichende Gezeitenstrommischung auszeichnet, ließ sich eine erkennbare Dämpfung des Jahresganges der Lufttemperatur nachweisen (G. Dietrich, 1950). Deutlicher sind die Einflüsse auf das örtliche und zeitliche Auftreten der Nebel, die im Mai/Juni ihr Maximum erreichen, wenn das Wasser durch die Dämpfung des Temperaturganges wesentlich kälter als die Luft an der Meeresoberfläche wird. Im Spätherbst sind dieselben Gebiete praktisch nebelfrei, weil dann umgekehrt das Wasser durch die Wärmereserve in der Tiefe auch an der Oberfläche eindeutig wärmer als die Luft wird.

Die Wirkung der Gezeitenstromturbulenz bleibt nicht auf die Verteilung der Wärme im Meere und in der unteren Atmosphäre beschränkt, sie betrifft die Vermischung aller dem Meerwasser anhaftenden Eigenschaften, darunter auch die Nährstoffe. Die physikalischen Verhältnisse und die Nährstoffverteilung bilden aber wesentliche Umweltbedingungen des Lebens im Meere, so daß auch enge kausale Verknüpfungen zwischen der Turbulenz der Gezeitenströme und meeresbiologischen Erscheinungen zu erwarten sind.

Literatur.

Böhnecke, G. und G. Dietrich: Monatskarten der Oberflächentemperatur für die Nord- und Ostsee und die angrenzenden Gewässer. Dtsch. Hydr. Inst. Nr. 2336. Hamburg 1951.

Calder, K. L.: The criterion of turbulence in a fluid of variable density, with particular reference to conditions in the atmosphere. Quart. J. R. Met. Soc. **75**, 71 (1949).

Dietrich, G.: a) Die natürlichen Regionen von Nord- und Ostsee auf hydrographischer Grundlage. Kieler Meeresforschungen **7**, 35 (1950).
— b) Die anomale Jahresschwankung des Wärmeinhalts im Englischen Kanal, ihre Ursachen und Auswirkungen. Dtsch. Hydrogr. Z. **3**, 184 (1950).
— Die Elemente des jährlichen Ganges der Oberflächentemperatur in der Nord- und Ostsee und den angrenzenden Gewässern. Dtsch. Hydrogr. Z. **6**, 49 (1953).
Hansen, W.: Dynamische Ozeanographie in Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, **3**. Berlin 1952.
Petterssen, S. und W. C. Swinbank: On the application of the Richardson criterion to large-scale turbulence in the free atmosphere. Quart. J. R. Met. Soc. **73**, 335 (1947).
Prandtl, L.: Über den Reibungswiderstand strömender Luft. Ergebnisse Aerodyn. Versuchsanstalt Göttingen. 1927.
Prandtl, L. und H. Reichardt: Einfluß von Wärmeschichtung auf die Eigenschaften einer turbulenten Strömung. Deutsche Forschung, Heft 21 (1934).
Prandtl, L.: Führer durch die Strömungslehre. Braunschweig 1949.
Schlichting, H.: Turbulenz bei Wärmeschichtung. Z. angew. Math. Mech. **15** (1935).
Schmidt, W.: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probl. Kosmisch. Physik. **7** (1925).
van Veen, J.: Onderzoekingen in de Hoofden. s'Grafenhage 1936.

551.465:525.6

(New York University and Woods Hole Oceanographic Institution.)

The Occurrence of Internal Tides in the Ocean*.

By

B. Haurwitz.

With 3 Figures.

Abstract. A brief introductory discussion is given of the importance of internal waves for theoretical and applied oceanography. The temperature series obtained at four oceanographic stations in the North Atlantic are subjected to harmonic analysis and to the expectancy test in order to determine the possible presence of periodic variations coinciding with the length of the principal lunar semidiurnal tide. Only in one case is it possible to regard the computed harmonic coefficients as representative of tidal effects, with a reasonable degree of assurance while in the other three cases any possible tidal effects are either more or less strongly obscured by random variations or absent. Because of the shortness of the existing oceanographic series a completely satisfactory decision concerning the presence or absence of significant variations of tidal character in the observations is impossible. It is pointed out that oceanographic serial observations of longer duration made simultaneously at different stations would lead to substantial progress in the study of internal waves.

Zusammenfassung. In einer kurzen Einführung wird die Bedeutung der internen Wellen für die theoretische und die angewandte Ozeanographie besprochen. Die im Nordatlantischen Ozean an vier Stationen erhaltenen Temperaturserien wurden harmonisch analysiert und mittels der Expektanzmethode untersucht, um das Vorhandensein periodischer Schwankungen zu bestimmen, die die Länge der wichtigsten halbtägigen Mond-Tide haben. Nur in einem Falle können die berechneten harmonischen Koeffizienten mit genügender Sicherheit als durch Gezeitenvorgänge hervorgebracht angesehen werden, während in den anderen drei Fällen die möglichen Gezeiteneffekte entweder fehlen oder mehr oder weniger stark durch Zufallsschwankungen verdeckt sind. Wegen der kurzen Dauer der vorhandenen ozeanographischen Beobachtungsreihen ist es unmöglich, eine befriedigende Entscheidung darüber

* Contribution from the Woods Hole Oceanographic Institution No. 678. The research reported in this paper was supported by The Office of Naval Research under Contract N6onr-27701 (NR-083-004).

zu treffen, ob Schwankungen von Gezeitencharakter in den Beobachtungen vorhanden sind. Längere ozeanographische Beobachtungsreihen, die gleichzeitig an verschiedenen Stationen angestellt werden, könnten das Studium der internen Wellen sehr wesentlich fördern.

Résumé. Dans une courte introduction, l'auteur discute l'importance qu'ont les vagues internes pour l'océanographie théorique et pratique. Les séries de température obtenues dans quatre stations de l'Atlantique-Nord ont été soumises à l'analyse harmonique et à la «méthode d'expectance», afin de déterminer la présence possible de variations périodiques ayant la longueur des principales marées lunaires semi-diurnes. Les coefficients harmoniques d'une seule station peuvent être considérés comme suffisamment sûrs pour relever du phénomène des marées, tandis que dans les trois autres cas les effets de marée possibles manquent ou sont plus ou moins fortement voilés par des variations accidentelles. Vu la courte durée des dites séries océanographiques, il est impossible de décider clairement si les observations contiennent des variations dues aux marées. Des séries d'observations océanographiques plus longues, effectuées simultanément à différentes stations, seraient aptes à pousser bien en avant l'étude des vagues internes.

I. Introduction.

Internal waves in the ocean have received considerable attention in recent years, largely thanks to the important contributions to this subject which have been made by Prof. A. Defant. Therefore, it seems fitting to discuss this problem in a volume dedicated to Prof. Defant.

Apart from the intrinsic interest which internal waves deserve it can be surmised that they play an appreciable role in furthering mixing processes in those regions of the ocean where they occur. This has become especially apparent after Defant (1948) has made it very probable that they are, at least in the regions of the continental shelfs, subject to breaking, like the waves at the ocean surface in shoaling water. Further, it is necessary for oceanographic surveys to know if internal waves are present in order to eliminate the effects of such waves on the analysis and interpretation of the data. The importance of such a correction has been demonstrated very convincingly by Defant (1950) a few years ago. The effect of ocean surface waves on ship motions is well known and does not need any further elaboration. The "dead-water" phenomenon caused by internal waves generated by the motion of ships has also been fully described in textbooks, for instance by Sverdrup and Coll. (1942). In a similar, but much stronger way, submarine navigation may be affected by internal waves at greater depths. And it appears that submarines have encountered such internal waves, with rather unpleasant results.

As far as the excitation of internal waves is concerned it can be surmised that they are in part due to atmospheric causes, like the ocean surface waves. Other internal waves may be caused by seismic activity, but in view of the relatively infrequent occurrence of earthquakes, as compared to the apparently quite frequent occurrence of internal waves, it is necessary to attribute the origin of at least many of the observed internal waves to other causes.

Table I. *List of Oceanographic Series.*

Designation	Location		Duration	No. of Tidal periods	Reference
Atlantis Station 3091	34.1° N	65.9° W	16–29 June 1938	21	Woods Hole data file
Meteor Station 385	16.8° N	46.3° W	12–14 February 1938	4	v. Schubert (1944)
Meteor Station 438	30.0° N	43.8° W	26–28 April 1938	4	v. Schubert (1944)
Altair Station	44.5° N	34.0° W	16–20 June 1938	7	A. Defant (1940a)

One of the most important forces producing periodic changes in the oceans is the tidal action of the moon and the sun. Therefore particular attention has been given to oscillations of tidal periods in the study of internal ocean waves. The present paper will deal with such oscillations of tidal character, especially with the semidiurnal lunar tide.

In order to determine the presence or absence of internal waves in the ocean at a given location and during a certain time interval the observed oceanographic parameters, currents, temperature, or salinity have to be subjected to a harmonic analysis. Such an analysis gives for the assumed period an amplitude and phase constant. But even though the tidal forces act continuously it can not a priori be assumed that the amplitudes and phase constants determined by harmonic analysis are really representative of the effects of tidal action. The latter effects may be so small that they are completely overshadowed by random variations so that the results of the harmonic analysis represent merely the effects of random variations. Hence a statistical test is required to judge the significance of the computed harmonic coefficients, in other words to ascertain whether the coefficients obtained by a purely formal procedure represent the results of tidal action or merely of random fluctuations.

It is the purpose of this paper to show that in some instances the existence of discernible internal oscillations of tidal character is confirmed by the statistical test; in other cases, not. The investigation whose results are being reported here has been conducted at the Woods Hole Oceanographic Institution during the summers of 1952 and 1953 (Haurwitz, 1952, 1953).

Four oceanographic series have been analyzed. They are summarized in Table I.

The longest of these series was obtained during cruise 77 of the research vessel Atlantis of the Woods Hole Oceanographic Institution when the ship was anchored from 16 to 29 June, 1938 at 34.1° N, 65.9° W, north of Bermuda (Atlantis Station 3091). During this period temperature observations were made every $1^1/_2$ to 2 hours to a depth of more than 1000 m. A brief report

on this long oceanographic series was published by SEIWELL (1939) who demonstrated the great vertical displacements indicated by these observations.

The other three series of data are those obtained by the German North Atlantic Expedition with the Meteor in 1937 and 1938 (VON SCHUBERT, 1944) and by the International Gulfstream Investigation with the Altair 1938 (DEFANT, 1940a) which were readily accessible to the author. The analysis has in every case been confined to the temperature. In the case of the Atlantis series this was the only oceanographic parameter available. For the other three series salinity and current measurements were also available. But these latter data were not analyzed since the results of the temperature analyses alone give a sufficiently clear picture of the occurrence or absence of internal tides in the data.

The theory of internal waves, and especially of internal tidal waves, will not be discussed here. Reference may be made to a paper by FJELDSTAD (1933) in which the internal wave motions possible in a stratified medium have been studied and in which a numerical method has been developed for the computation of the possible internal waves in an ocean with arbitrary density distribution. An application of this theory to observations of internal tides in a Norwegian Fjord was given by the same author (FJELDSTAD, 1952). Some further theoretical work was done by GROEN (1938) who studied internal waves in a fluid with a certain specified density distribution, characterized by a rather rapid change in an intermediate layer and almost constant density in two very deep layers above and below the intermediate layer.

It is apparent from this theoretical work as well as on general grounds that for more complete information about internal waves simultaneous observations from more than one location are desirable. Such observations have been obtained by FJELDSTAD in the paper referred to previously (1952), and by NEUMANN (1949) as part of an investigation of oscillations with periods considerably shorter than the tidal periods. But from the open ocean comparable data have not been available at the time when this investigation was made. Simultaneous observations at three locations would permit one to obtain information about the wave length of the oscillation, about its lateral extent, and about the direction of travel if the wave is in fact progressive. Because of the absence of such observations attention must here necessarily be confined to the variations at one locality.

II. Statistical Procedure.

The numerical procedure for studying the four series of observations and for evaluating the significance of the computed amplitudes of the semidiurnal lunar internal tide will be reviewed only briefly in order to establish the terminology used here and in order to make some comments pertinent to our specific problem. For a thorough discussion of the statistical method employed reference may be made to books dealing with statistical methods, for instance CHAPMAN and BARTELS (1940), STUMPFF (1940), CONRAD and POLLAK (1950).

A set of data which is suspected of showing a period of a certain length can be subjected to a harmonic analysis according to well-known methods. As a result one will obtain an expression, or a sum of expressions, of the form

$$a_n \cos n\,t + b_n \sin n\,t. \tag{2.1}$$

Here t is the independent variable, for instance the time, expressed in angular measure, n an integer representing the frequency, and a_n and b_n the harmonic coefficients. An alternate form of the foregoing expression is

$$A_n \cos (n\,t - \alpha_n) \tag{2.2}$$

where the amplitude

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{2.3}$$

and the phase constant

$$\tan \alpha_n = \frac{b_n}{a_n}. \tag{2.4}$$

Since it is always possible to represent a set of data by a series of terms of the form (2.1) or its alternate (2.2) the harmonic analysis does not prove anything about the reality of the suspected periods. Even a set of random numbers can be represented by a harmonic series.

In the case under investigation one may argue that it is likely that the oceanographic parameters show variations with the tidal periods because of the continued action of the tidal forces. However, as already pointed out in the introduction, the amplitudes computed by the harmonic analysis do not necessarily represent the effects of tidal action since these effects may be completely obscured by other influences. Hence a statistical test is required to evaluate the significance of the computed amplitudes.

Such a test is provided by the expectancy method. The expectance is a measure for the amplitude A_n of a harmonic component to be expected in random data. Statistical theory shows what the probability is that the actual amplitude exceeds the expectance by a certain amount. Evidently if this probability is very small it is unlikely that the computed amplitude is due to random data, or in other words, it is likely that the period exists in the analyzed data.

The expectance is given by the following expression

$$E^* = 2\,\mu/\sqrt{n},$$

where μ is the standard deviation of the individual n numbers. It can be shown that the probability that any amplitude exceeds $k\,E^*$ is given by

$$p = e^{-k^2}.$$

The application of this expectance criterion is, however, restricted to those cases where the individual members of the set of numbers are independent from each other. This is true for random numbers, but not for the majority of geophysical time series which have a certain degree of "conservation". In the cases to be considered here, for instance, the subsequent heights of the isothermal surfaces will have a certain auto-

correlation since large positive deviations from the mean value are more likely to be followed by other large positive deviations than by large negative ones.

It is possible to avoid or at least to reduce greatly the effects of the autocorrelation by introducing instead of the expectance a somewhat different expression, the *expectancy*. In order to determine this quantity let the whole analysis interval $t_1 - t_0$ be an integral multiple of the period T which is being studied,

$$t_1 - t_0 = s \cdot T.$$

This can always be arranged by a suitable choice of the end points t_1 and t_0. The total interval is now subdivided into equal parts each of which is either equal to the period T or to a multiple of T. The harmonic coefficients $a_n^{(i)}$ and $b_n^{(i)}$ are then determined separately for each partial interval of which there may be r, say, where $r \leqq s$. Let

$$A_n^{(i)^2} = a_n^{(i)^2} + b_n^{(i)^2},$$

the amplitude for each partial interval. The determination of the different $A_n^{(i)}$ is based on a set of data which with the exception of the last points of one partial interval and the first points of the next partial interval are far enough apart so that the effect of any autocorrelation in the data is at least greatly reduced. Therefore, it can be assumed that the $A_n^{(i)}$ determined for the different partial intervals would in the absence of the suspected periodicity behave like random numbers and scatter around a mean value which may be assumed zero a priori. The harmonic coefficients $a_n^{(i)}$ and $b_n^{(i)}$ can be considered as the components of a vector which may be plotted in a coordinate system with a_n and b_n as the horizontal and vertical axes, respectively. This representation is the well-known harmonic dial.

The quadratic mean value of the lengths of the vectors which represent the harmonic coefficients of the individual partial intervals is called the *expectancy* of these individual vectors,

$$e^2 = \sum_{i=1}^{r} A_n^{(i)^2}/r.$$

It is convenient to introduce the expectancy E for the distance of the center of gravity of the cloud of r points $a_n^{(i)}$, $b_n^{(i)}$ from origin,

$$E^2 = \frac{e^2}{r} = \frac{1}{r^2} \sum_{i=1}^{r} A_n^{(i)^2} \tag{2.5}$$

The distance of the center of gravity of the point cloud from the origin is given by

$$\overline{A}_n^2 = \frac{1}{r^2} \left(\sum_{i=1}^{r} a_n^{(i)} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\sum_{i=1}^{r} b_n^{(i)} \right)^2 \tag{2.6}$$

and the probability that

$$\bar{A}_n = kE \tag{2.7}$$

is

$$p = e^{-k^2} \tag{2.8}$$

for random data. Hence if the probability p is small it is likely that the data are not randomly distributed, but that the suspected period is real.

The derivations leading to the foregoing formulae presuppose that the number of intervals, r, on which the test is based is not too small. This can be seen directly if the following case is considered.

Suppose that the $a_n^{(i)}$ and the $b_n^{(i)}$ for all partial intervals are the same and that the amplitude for each partial interval is A_n. In this case $p = e^{-r}$. If $r = 2$, for instance, the probability is one in seven that any amplitudes, even though they are the same for both partial intervals, are due to random data. The expectancy test is, of course, not applicable to so few data, and the example merely illustrated this point. We shall, however, have to apply it later to data where $r = 4$ and where therefore the lowest probability is one in 55 that the amplitudes found by the harmonic are due to random data. Also in this case the application of the test can only be justified because longer series are not available.

Apart from the property of conservation for which allowance can be made in our expectancy tests, as described above, geophysical time series also have frequently the property of "quasi-persistence". This property may be described as a tendency for certain similarities to recur in subsequent analysis intervals, although with diminishing intensity. When the total time series to be analyzed is sufficiently long the degree of quasi-persistence can be determined and allowed for in the expectancy test. However, the oceanographic series available for the present investigation are not long enough to do so. It will be noted that quasi-persistence increases the expectancy. Therefore the probabilities given below that the computed amplitudes of internal tides are due to chance may be too low. This fact would not modify our later conclusions in cases where the amplitudes are evidently due to random effects. But in the cases when the probability of random effects is small it will be necessary to keep in mind that this probability would increase if the series possesses quasi-persistence.

Another point to be mentioned here concerns the exact length of the period whose occurrence is to be tested. If a sufficiently long series of observations is available the choice of a period slightly different from the exact one would manifest itself in a systematic change of the phase constant as each consecutive partial interval is analyzed. But in a short series comprising only a few periods this variation of the phase constant would be completely obscured by the irregular changes due to superimposed random fluctuations in the data.

In the particular problem studied here this difficulty arises because of the slight difference between the period $T_e = 12.42$ hours of the principal lunar tide and the period $T = 12$ hours of the principal solar tide. While the former is as a rule the dominant one at the ocean surface

this is not always true, and it can therefore not definitely be ascertained from a short series of observations which of the two periods is correct, even if the expectancy test is positive. In the subsequent discussions of the results of the analyses it is necessary to keep this limitation also in mind, even though it will not be repeated in each case specifically that the actual period of oscillation may differ from the principal lunar tidal period, 12.42 hours.

III. Analysis of the Data.

A summary of the oceanographic series which were studied has been given in Table I above (see p. 408). The average vertical density distri-

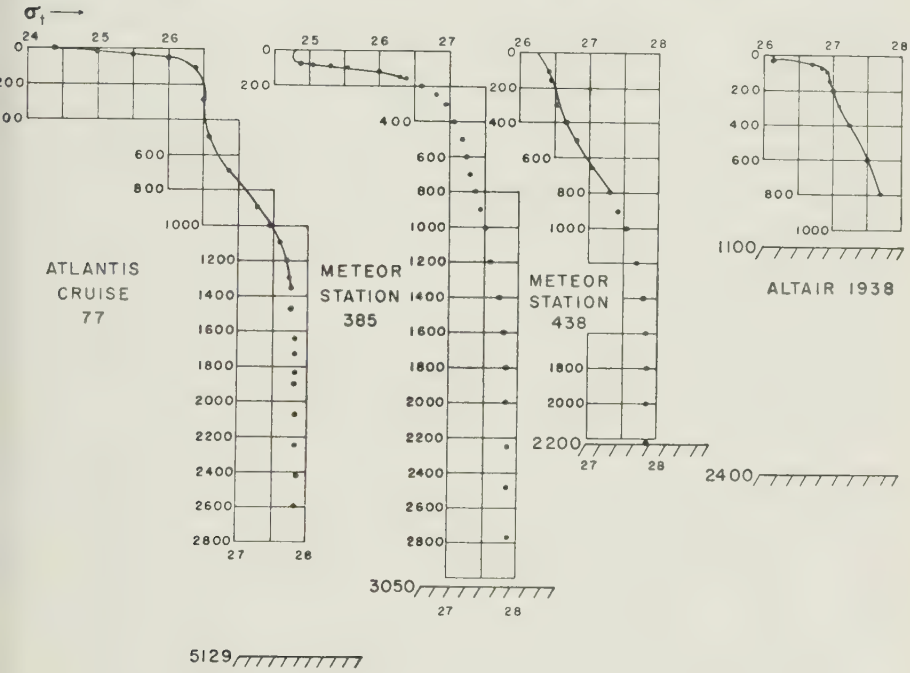


Fig. 1. Vertical distribution of the density; $\sigma = (\varrho - 1)\,10^3$ where ϱ = density in gm/cm³.

butions as obtained from observations made at these stations are shown in Fig. 1. In the case of the Atlantis and the Meteor observations one series of measurements was extended to much greater depths. The results of these deep soundings are indicated by individual points not connected by a continuous curve. In the upper layers where mean values from the serial observations are also available the observations of the single deep sounding agree very well with the means of the serial observations. The average depth during each station is indicated by the horizontal line at the bottom of each diagram in meters. In the case of the

Altair where the depth varied because the ship anchored over a seamount the greatest and smallest depths are shown.

The vertical density distribution during the Atlantis station shows a very rapid density increase downward in the uppermost 100 meters, followed by a more homogeneous layer. Between 500 and 1200 m the density gradient is again slightly larger. Similarly, the Meteor station 385 and the Altair station show a surface layer of large density gradient followed by a more homogeneous layer. At Meteor station 385 the density at the sea surface is slightly higher than in the shallow homogeneous layer right below it. At Meteor station 438 the density gradient in the highest layers is much less strong than at the other stations and considerably more uniform through the first 1000 m. The temperature distribution resembles the distribution of the density closely in all cases.

a) Atlantis Station 3091

The data for the study of this series were available in the form of a cross section showing the depths of the various isothermal surfaces as functions of the time. The height variations of the 18° C, 15° C, and 10° C isotherms were analyzed. Depths were read off the cross section at time intervals of 2 hours and 4.2 minutes, corresponding to two average lunar hours. The first reading was taken on 16 June, 2200 AST (Atlantic Standard Time, 60° W longitude), the last one to be used in the following analysis on 27 June, 1702 AST, giving altogether 21 lunar semidiurnal tidal periods. The expression for the lunar semidiurnal tidal oscillation is assumed in the form (2.1) with $n = 2$ where t is the lunar time, reckoned from an arbitrary zero et 16 June 1938, 2200 AST. This zero time corresponds approximately to 0630 local lunar time at the Atlantis' position.

The determination of the harmonic coefficients a_2 and b_2 was made for 7 groups of data, each consisting of three consecutive semidiurnal tidal periods. These coefficients are not reproduced here. They can be found in a Technical Report (Haurwitz, 1952) of the Woods Hole Oceanographic Institution. With the aid of these coefficients the expectancy E and the mean amplitude $\overline{A_n}$ were computed according to equations (2.5) and (2.6). These quantities, their ratio k, and the probability p that the amplitudes are due to random variations are shown in Table II. The last line gives the mean depth of each isotherm. It will be seen that the probability of randomness is quite large. Therefore, the amplitudes $\overline{A_n}$ cannot be regarded as due to tidal effects.

Table II. *Expectancy Test for Semidiurnal Lunar Tides. Atlantis Station 3091.*

Isotherm	18° C	15° C	10° C
$\overline{A_n}$	4.66 m	4.05 m	2.61 m
E	4.10 m	3.29 m	2.20 m
p	0.28	0.22	0.24
Mean depth	175 m	630 m	870 m

During the observation period gradual unperiodic variations of the depths of the various isothermal surfaces took place. An attempt was made to eliminate the effects of these variations before making the harmonic analysis. But since the probability of randomness obtained when such a correction is applied is not substantially smaller than that given in Table II it needs not be discussed here.

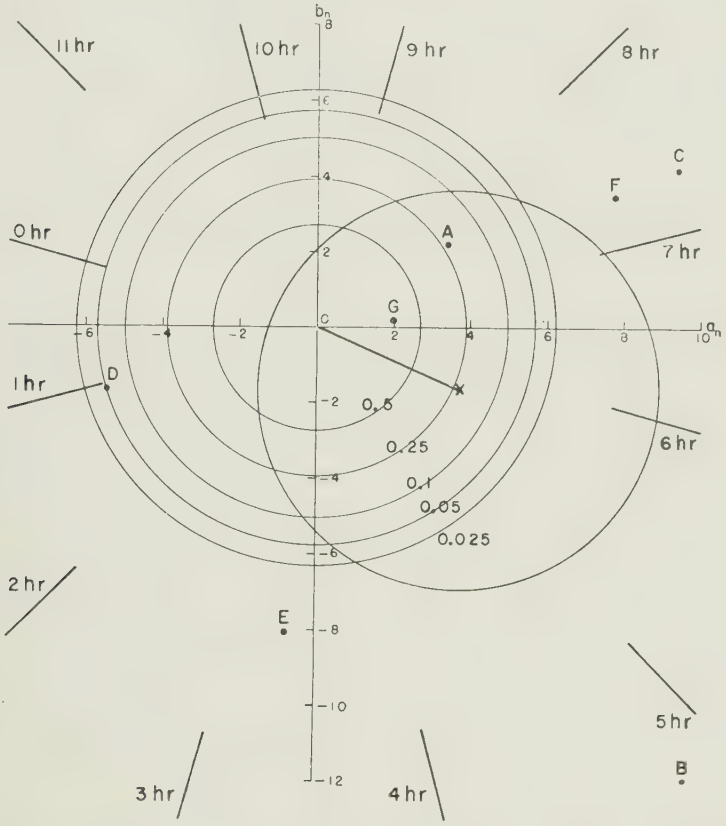


Fig. 2. Harmonic dial for the lunar semidiurnal oscillation of the 15° C isotherm. Atlantis cruise 77. Units in meters.

For the 15° C isotherm the results of the expectancy test are also shown in a harmonic dial, Fig. 2, where the harmonic coefficients a_n and b_n are the abscissa and ordinate of a Cartesian coordinate system. On the margin of the figure the local lunar time of the occurrence of the maximum for given values of a_n and b_n is indicated. Because of our choice of the direction of the a_n and b_n axes the time increases in counterclockwise direction, opposite to the more conventional clock faces. The points A through G represent the harmonic coefficients for each of the

seven partial analysis periods. The figure contains further five concentric circles around the origin which represent lines of equal probability that a mean amplitude $\bar{A}_n$ of the same magnitude as each radius is due to random data. The position of $\bar{A}_n$, the mean of the seven points A through G, is marked by the cross connected with the origin of the coordinate system.

The results of the analyses of the individual 7 groups, represented by the points A through G, scatter widely. In order to have a measure of this scatter the deviations $\Delta a_n^{(i)}$ and $\Delta b_n^{(i)}$ of the individual $a_n^{(i)}$ and $b_n^{(i)}$ from the mean have been formed. From these deviations the quantity

$$0.83\sqrt{\frac{1}{r}\left[\Sigma(\Delta a_n^{(i)})^2 + \Sigma(\Delta b_n^{(i)})^2\right]}$$

has been computed. The resulting number may be considered as the probable error of $A^{(i)}{}_n$. Its magnitude, 6.4 m, is indicated by the circle around the endpoint of $\bar{A}_n$ as the center. (The radius of this circle as shown in Fig. 1 should be increased by 20%.)

Since the Atlantis series comprises approximately ten days it was also subjected to a search for the longer tidal periods, namely of about one day's length. At the same time the higher harmonics were included in the computations since some of these shorter-period oscillations have occasionally also been found in surface data. No attempt has been made to distinguish between the three diurnal partial tides, namely the lunar-solar tide of 23 hours 56 minutes, the principal lunar tide of 25 hours 50 minutes, and the principal solar tide of 24 hours 4 minutes. The time interval of 24 lunar hours was taken as the basic analysis interval.

Only the depth changes of the 18° C isotherm were analyzed since the study of the lunar semi-diurnal tide indicated no striking differences between the behavior of this isotherm and the 15° C and 10° C isotherms. As before, values at two-hourly (lunar) intervals were used beginning again with the reading on 16 June, 2200 AST. The observations were arranged into five groups each comprising two lunar days, and the harmonic analysis was performed separately for each of these groups. The harmonic coefficients obtained by this analysis are not reproduced here (see Haurwitz, 1952), but the data for the expectancy test are shown in Table III. It will be seen that the amplitudes $\bar{A}_n$ computed for the various periods are not significantly higher than what could be expected in random data. The only period with appreciably lower probability

Table III. *Expectancy Test for Lunar Tides Atlantis Station 3091. Isotherm 18° C.*

Period	24	12	8	6	4.8 lunar hours
$\bar{A}_n$	5.15	5.02	3.34	5.17	0.76 meters
E	6.66	4.24	3.47	3.12	2.12 meters
p	0.55	0.24	0.39	0.064	0.88

than the others is the six-hourly one which would occur once in about 16 random samples. However, even this probability is not particularly low. An additional reason for not regarding the six-hourly period as significant is based on the consideration that no such period exists in the tidal potential. Under certain conditions six-hourly tidal oscillations may occur, especially in shallow or confined waters. But in view of the rather small likelihood that this oscillation as found in the present data is anything but a random effect it seems futile to speculate here on its possible physical origin in the deep ocean.

The lunar diurnal equilibrium tide depends on $\sin 2d$ where d is the moon's declination. This expression undergoes considerable changes during the analysis interval. However, an inspection of the amplitudes of the 24-hourly term for the individual partial analysis intervals failed to show a systematic variation with $\sin 2d$. Nor did the phase constants show a systematic shift with the sign of $\sin 2d$. Hence the negative result of the expectancy test cannot be attributed to the effect of the lunar declination.

b) Meteor Station 385.

The location of this station is given in Table I. The serial observations extend only through the uppermost 150 m. Therefore the analysis has to be confined to this layer. As pointed out by VON SCHUBERT (1944) an inspection of the figures showing the heights of isothermal and isohaline surfaces as functions of time (his Figures 7 and 8) shows fairly clearly a semidiurnal tidal period. In order to perform the analysis time-cross-sections of the isothermal surfaces 24.5° C, 23° C, 22° C, 21° C, and 20° C were drawn on the basis of the published soundings, and values of the heights of these surfaces were read off for each lunar hour beginning with 0100 local lunar time, corresponding to 12 February 1938, 11:15 45° W meridian time. Altogether, hourly soundings were taken for 60 solar hours, but because of the greater length of the lunar hour only four semidiurnal lunar tidal periods were available. The harmonic analysis was performed separately for each individual tidal period. The harmonic coefficients have been reproduced elsewhere (see HAURWITZ, 1953).

From the harmonic coefficients the mean amplitude A_n, its expectancy E, and the probability p, that A_n is due to random data have been computed. They are given in Table IV which also shows the mean depth of each isotherm. The main conclusion to be drawn from this table is that it is not very probable that the amplitudes of the semidiurnal oscillation as computed are due to random data, in other words that the existence of semidiurnal internal tide is very probable. The value of the probability p that the amplitude $\bar{A}_n$ is due to random data is between 0.02 and 0.03 for the different isothermal surfaces. This probability for randomness is not very small, especially if the possibility of quasi-persistence is considered, but it should be remembered that with only four groups of data the lowest probability which the expectancy test could give is $e^{-4} = 0.018$.

Table IV. *Expectancy Test for the Lunar Semidiurnal Tide. Meteor Station 385.*

Isotherm	24.5° C	23° C	22° C	21° C	20° C
$\bar{A}_n$	11.2 m	13.5	14.4	13.9	11.8
E	5.7 m	6.9	7.4	7.5	6.3
p	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03
Mean depth	78 m	95	106	116	129

For the 23° C isotherm a harmonic dial similar to Fig. 2 for the Atlantis data is shown in Fig. 3. A comparison of the two figures shows clearly how much more probable the existence of the semi-diurnal lunar tide is in the data from the Meteor Station 385 than in the Atlantis data. The small circle around the center of gravity of the four points A through D shows the probable error of $\bar{A}_n$. The radius of this circle should be increased by 20%.

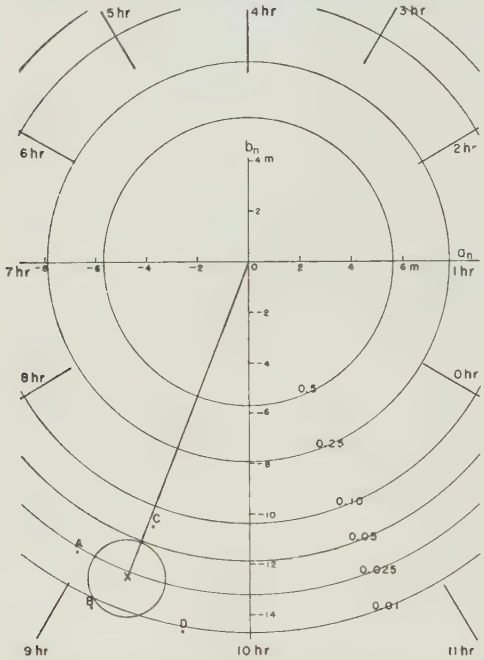


Fig. 3. Harmonic dial for the lunar semidiurnal oscillation of the 23° C isotherm. Meteor station 385. Units in meters.

At smaller depths than about 80 m, the mean depth of the 24.5° C isotherm, tidal oscillations could not be observed, as has been mentioned already by VON SCHUBERT (1944), because the vertical gradients of temperature and salinity are very small.

As Table IV shows the amplitudes increase downwards and reach a maximum for the 22° C isotherm, but the differences are not larger than the probable errors. Hence, it must be concluded that no significant variations with depth of the internal tidal oscillation can be found. Since the layer from which data are available comprises only 50 m this is not surprising.

As pointed out in section 2 it is not possible to decide on the basis of the short series of available data whether the period length is really equal to that of the principal lunar semidiurnal tide. In order to illustrate this difficulty a harmonic analysis was performed with the principal solar semidiurnal tidal period as the analysis interval. For this analysis not the height of an isothermal surface was chosen, but the temperature

variation at 120 m depth which could be taken directly from VON SCHUBERT's (1944) tables. Since the whole series comprises 60 hours five individual periods are available for the expectancy test. The probability that the mean amplitude obtained for this level, 0.97° C is due to random fluctuations is 0.02. This figure is slightly smaller than the probability, 0.03, that the lunar-tidal harmonic coefficients of the 21° C and 20° C isotherms are due to random fluctuations. But because of the short length of the series of observations the slight difference between these probabilities is not significant.

In order to demonstrate that, on the other hand, the expectancy test shows the non-existence of periods whose lengths differ substantially from the real ones the temperature variations at 120 m depths were also analyzed for a period of eight hours. The expectancy test showed that the resulting mean amplitude of 0.14° C would occur in random data with the probability 0.79. Hence such a period does not exist in the data.

c) Meteor Station 438.

The location of this station is shown in Table I. According to Figure 1 there is no layer of very rapid density increase near the surface as at the two preceding stations. But a pronounced density gradient exists throughout the highest 800 m to which depth the regular serial observations were made. As at the other Meteor Station observations were made at hourly intervals, from 26 April 1938, 10 : 12 45° W meridian time to 28 April 1938, 20 : 58 45° W meridian time, a period of almost 60 hours. Thus, again, four consecutive lunar semidiurnal periods could be analyzed. As zero time, 1400 local lunar time on 26 April was chosen which corresponds to 10 : 46 45° W meridian time. The temperature data published by VON SCHUBERT (1944) were used to construct a time-cross-section of the height of various isothermal surfaces, viz., 18.5° C, 18° C, 17.5° C, 17° C, etc. to 10° C from which the height of each surface for every lunar hour could be read. Even a casual inspection of this time cross section showed that internal oscillations of tidal character if present at all are much less well developed than at Meteor Station 385.

The results of the expectancy test for the lunar semidiurnal period are summarized in Table V whose arrangement is the same as Table IV. Except for the 16° C and 14° C isotherms the probability is always greater than one half that the amplitudes found by harmonic analysis are due to random fluctuations. Even for the 16° C and 14° C isotherms the pro-

Table V. *Expectancy Test for the Lunar Semidiurnal Tide. Meteor Station 438.*

Isotherm	18.5° C	17.5° C	16° C	14° C	12° C	10° C
$\overline{A_n}$	3.1 m	1.0	5.0	1.9	1.9	2.4
E	4.0 m	1.5	3.3	1.4	2.9	3.3
p	0.55	0.63	0.11	0.16	0.65	0.58
Mean depth	61 m	220	401	533	652	778

bability of randomness is too large to regard the existence of a semidiurnal oscillation as established.

It may be added that the mean vertical temperature gradient has the following values:

Depth	0—100 m	100—300 m	300—400 m	400—800 m
° C/100 m	.91	.54	1.03	1.56

Hence the local temperature changes from which the height changes of the isothermal surfaces have been computed are very small; even the amplitude of the 16° C isotherm, 5 m, corresponds only to about 0.70° C. The appearance of greater randomness in the variations of the higher isotherms, 18.5° C and 17.5° C, might therefore be attributed to the still smaller lapse rates in these layers. However, if this reasoning were correct the 12° C and 10° C isotherms should also show a lower probability of randomness than they actually do since they are in the layer between 400 and 800 m where the temperature decreases even more rapidly than between 300 and 400 m. It is, of course possible that the existence of an internal tidal oscillation was confined to the vicinity of the 16° C isotherm because of its position near a discontinuity of the temperature lapse rate. But because of the very large value of the probability p that the amplitudes are due to random data rather than an internal tide it does not appear necessary to consider this possibility here in greater detail.

d) Altair Station 1938.

The fourth series of observations was obtained by the Altair during the period from 16 to 20 June 1938 (Defant, 1940a). Hourly soundings were made for a period of 87 hours so that 7 complete lunar semidiurnal tidal periods were available. The hourly soundings were made to a depth of 800 m. Instead of determining and analyzing the depths of various isothermal surfaces as in the case of the Meteor data the temperature changes at given levels will here be considered directly following the procedure used by Defant (1940b). Further, instead of analyzing separately the temperature data at certain levels the temperature of the following levels have been added and their sums analyzed:

I	25 m	50 m	75 m	
II	100 m	150 m	200 m	
III	300 m	400 m	600 m	800 m

This combination of data has the advantage that it smooths out some of the irregularities in the temperature variations at the individual levels. As pointed out by Defant the indicated selection of height combinations follows the actual stratification of the ocean at the Altair station (see Fig. 1) into a surface layer down to 100 m with a sharp discontinuity at the surface, a middle layer of normal density increase to about 350 m and a lower layer with normal density increase separated from the middle layer by a weaker discontinuity layer.

For the analysis of the Altair data according to the lunar semidiurnal tidal period lunar time for Greenwich rather than for the local meridian was used. The origin of the time axis was 09 : 00 lunar Greenwich time corresponding to 17 June 1938, 00 : 02 GMT.

The figures on which the expectancy test is based are given in Table VI.

Table VI. *Expectancy Test for the Lunar Semidiurnal Tide. Altair Station, 1938.*

Layer	I	II	III
$\bar{A}_n$	0.043° C	0.036° C	0.032° C
E	0.054° C	0.022° C	0.021° C
p	0.53	0.06	0.10

The temperature amplitudes are quite small, only of the order of a few hundredth degree Centigrade. In order to show the corresponding magnitude of the vertical displacements the mean vertical temperature gradients must be considered. These are as follows, according to DEFANT (1940b):

Depth m	0	25	50	75	100	200	300	400	600	800
° C/100 m	3.9	5.3	4.2	1.6	1.0	1.2	1.6	1.5	0.7	

For instance since the mean amplitude for layer II is 0.036° C the corresponding amplitude of the vertical oscillation would be less than 4 meters. This value is, of course, computed on the assumption that the temperature variation is entirely due to vertical motion and not to horizontal advection. The latter possibility has been considered by DEFANT.

The probability is very high that the amplitude for the semidiurnal lunar tide computed for the top layer is not significant. The probabilities for the middle and lower layers are considerably smaller, giving greater confidence in the reality of the internal tide at these levels, even though the values of p are not small enough to make the existence of the internal tide here a certainty. But despite the relatively high values of p for these two layers it is remarkable that especially in layer II where the temperature gradients are smallest the probability of randomness is also smallest. This fact suggests that with a longer series of observations the existence of the internal semidiurnal tide would have been brought out by the expectancy test.

From an inspection of the current measurements, and the temperature and salinity soundings DEFANT (1940b) surmised that a 17-hourly wave was superimposed on the semidiurnal lunar tidal oscillation. That an oscillation of 17 hours duration might exist is theoretically plausible since the period of the inertia motion at this latitude is 17 hours. Therefore the Altair observations have also been analyzed with respect to this period. Five complete inertia periods are contained in the time interval during which soundings were made. For the origin of the time axis the same time was chosen as in the case of the analysis for the lunar tidal period; viz., 17 June, 00 : 02 GMT.

The expectancy test is summarized in Table VII. The probability is large that amplitudes of the magnitudes found for the inertia period would occur in random data. Therefore, the reality of the 17-hour period is open to serious doubt.

Table VII. *Expectancy Test for the Inertia Period. Altair Station, 1938.*

Layer	I	II	III
$\overline{A}_n$	0.038° C	0.021° C	0.011° C
E	0.047° C	0.020° C	0.019° C
p	0.53	0.34	0.70

In order to test how well the superposition of the two periods, namely, the lunar semidiurnal and the inertia period, represents the observed data the mean temperature of layer II has been computed by harmonic synthesis for every lunar hour and compared with the observed mean temperature. The correlation coefficient between the 83 computed and observed values is only 0.54, indicating that the representation is not very satisfactory.

The existence of a 17-hour period in the Altair data appears thus unlikely. Nevertheless the possibility of the existence of two superimposed periods in the observation material raises the question as to the influence of the coexistence of two or more periods on the expectancy test. If a sufficiently long series of data is available, the effect of an additional period T_2 on the expectancy test applied to the first period T_1 can be disregarded. For a short series this is no longer true. If the harmonic constants of T_2 are known a correction can be applied to the harmonic constants of T_1 in order to eliminate the effect of T_2, before the expectancy test is performed. But in view of the high probability that no 17-hour period exists in the Altair data the correction formulae will not be given here. It may suffice to say that such a correction was also applied to the probabilities given in Table VI, and that it did not change substantially the figures for p given there.

IV. Conclusions.

The preceding analyses show that internal waves of tidal character appeared with something approaching reasonable certainty only in one case, namely at Meteor station 385. At the other stations the expectancy test gives either inconclusive results or shows that no such oscillations occurred in the observations.

It is apparent from the discussion presented here that only longer series of data, lasting more than just 2 or 3 days, permit a decision as to the existence of significant internal tidal waves, and it is one of the principal aims of this paper to stress the need for such adequate observations. Furthermore, the value of any series of observations will be greatly enhanced if measurements are taken simultaneously at three

observation points, as explained in the introduction. Such synoptic observations would not only support each other, but at the same time give much needed information about the wave length and direction of travel of these internal waves and about their lateral extent.

One might raise the question why such internal waves do not appear everywhere in the ocean where gradients of temperature and salinity would permit their observation. Since the lunar tidal potential affects all the water masses its influence should act at every point and at all times. However, it is likely that the stratification of the ocean is not at all times and places suitable for the development of internal waves with tidal periods which have appreciable amplitudes. Until simultaneous observations from more than one point are available the study of the conditions most favorable for the development of internal tidal waves will be seriously impeded. It would be very desirable if such observations would be available so that one could anticipate the occurrence of internal waves from a study of the stratification of the water without having to occupy a particular fixed station for a lengthy time interval. This would be not only of great theoretical interest, but also of great practical importance for the interpretation of oceanographic observations and their representativeness, for underwater navigation, and for the forecasting of sound propagation in the ocean.

The question whether the internal waves discussed here are due to horizontal or vertical motions or to a combination of both is beyond the scope of this paper. Also for a decision on this question observations from three points would be very helpful since they would give the necessary information about the horizontal gradients of the oceanographic parameters involved.

Acknowledgments.

The author is indebted to Dr. C. Eckart, Prof. G. Neumann, and Dr. C. O'D. Iselin for numerous stimulating discussions. He also wishes to thank Mrs. Phyllis Casiles and Miss Marilyn Mullin for performing the computations required for this study.

References.

Chapman, S. and J. Bartels: Geomagnetism, Vol. II, Chapt. XIV. Oxford 1940.

Conrad, V. and L. W. Pollak: Methods in Climatology, 2nd ed. Chapts. V and XIII. Cambridge, Mass. 1950.

Defant, A.: (a) Die Lage des Forschungsschiffes „Altair" auf der Ankerstation 16.—22. Juni 1938 und das auf ihr gewonnene Beobachtungsmaterial. Wiss. Erg. Internat. Golfstromunternehmung 1938. Ann. Hydrogr., Oktober-Beiheft 1940.

— (b) Die ozeanographischen Verhältnisse während der Ankerstation des „Altair" am Nordrand des Hauptstromstriches des Golfstromes nördlich der Azoren. Wiss. Erg. Internat. Golfstromunternehmung 1938. Ann. Hydrogr., November-Beiheft 1940.

Defant, A.: Über interne Gezeitenwellen und ihre Stabilitätsbedingungen. Arch. Met. Geoph. Biokl. A **1**, 39—61 (1948).
— Reality and Illusion in Oceanographic surveys. Jour. Mar. Res. **9**, 120—138 (1950).
Fjeldstad, J. E.: Interne Wellen. Geofys. Publ. **10**, No. 6, 1—35 (1933).
— Observations of internal tidal waves. In: Gravity Waves. Nat. Bureau of Standards Circular 521 (1952).
Groen, P.: Contribution to the Theory of Internal Waves. Kon. Ned. Met. Inst. Med. en Verh., B, II, **17**, 1—23 (1948).
Haurwitz, B.: On the Reality of Internal Lunar Tidal Waves in the Ocean. Woods Hole Oceanographic Institution, Technical Report, Ref. No. 52—71 (1952).
— Internal Tidal Waves in the Ocean. Woods Hole Oceanographic Institution, Technical Report submitted to the Office of Naval Research, Ref. No. 53—69 (1953). Unpublished Manuscript.
Neumann, G.: Stabilitätsschwingungen und die innere thermische Unruhe im Meere und in der Atmosphäre. D. Hydrogr. Z. **2**, 52—67 (1949).
Schubert, O. von: Ergebnisse der Strommessungen und der ozeanographischen Serienmessungen auf den beiden Ankerstationen der zweiten Teilfahrt. Wiss. Erg. D. Nordatl. Exp. 1937 und 1938. Ann. Hydrogr., Januar-Beiheft 1944.
Seiwell, H. R.: Daily temperature variations in the western North Atlantic. J. du Cons. **14**, 357—369 (1939).
Stumpff, K.: Ermittlung und Realität von Periodizitäten. Korrelationsrechnung. In: Handbuch der Geophysik, Vol. X, 1. Berlin 1940.
Sverdrup, H. U. and coll.: The Oceans. 1087 pp. Prentice-Hall, New York 1942. (See p. 587.)

525.6

Einige Bemerkungen zur Ermittlung der Gezeiten auf großen Tiefen und in Flachwassergebieten.

Von

W. Hansen, Hamburg.

Mit 4 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Es wird die numerische Ermittlung der Gezeiten und Gezeitenströme in natürlichen Meeresgebieten besprochen. Die Bedeutung der von A. Defant entwickelten Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe für kanalartige Meeresgebiete wird dargelegt und die weiteren Fortschritte, die bei der Behandlung allgemein gestalteter Ozeane, Meere und Buchten erzielt wurden, werden an Hand einiger Beispiele, die die Genauigkeit der Methoden erkennen lassen, erläutert.

Summary. The numerical determination of tides and tidal streams in natural ocean areas are discussed. The importance of the methods developed by A. Defant with a view to solve the problem as far as ocean areas of a channel-like shape are concerned is stressed and the further progress made in studying oceans, seas and bays showing a general shape are explained with the aid of several examples manifesting the accuracy of the methods.

Résumé. On discute la détermination numérique des marées et des courants de marées rencontrés dans des régions océaniques naturelles. L'importance des méthodes développées par A. Defant pour résoudre ce problème pour des régions de mer semblables à des canaux est soulignée et les progrès que l'on a faits en étudiant des océans, des mers et des baies de formes générales sont exposés à l'aide de quelques exemples manifestant l'exactitude de ces méthodes.

Die Gezeiten des Meeres sind seit jeher nicht nur Gegenstand praktischer Naturbeobachtung gewesen, sondern vor allem seit Newton auch in den Bereich physikalischer Betrachtungen einbezogen.

Veranlaßt durch die Wünsche der Schiffahrt, des Hafenbaues, des Küstenschutzes und anderer Wirtschaftszweige wurden schon frühzeitig Gezeitenwasserstände und Gezeitenströme beobachtet.

Es war nicht allzu schwierig, Zusammenhänge zwischen dem zeitlichen Ablauf der Gezeiten an einem festen Ort, etwa einem Seehafen, wie Cuxhaven, Dover oder Brest, und den Stellungen des Mondes, der Sonne und der Erde zueinander aufzufinden. Das in der Theorie der

kleinen Schwingungen verwendete Prinzip, nach dem die schwingungsfähige Masse mit der Periode der schwingungserzeugenden Kraft schwingt, erlaubt, die Gezeiten als Superposition von Teilschwingungen aufzufassen, deren Perioden mit den Perioden der gezeitenerzeugenden Kräfte übereinstimmen, sofern die gezeitenbedingten Wasserstandsänderungen klein gegenüber der Wassertiefe sind. Das ist in den Ozeanen und in den Randmeeren der Fall: eine Ausnahme bilden die Seichtwassergebiete, wie die Wattenmeere und die Flußmündungen.

Liegen von einem Ort Gezeitenwasserstandsbeobachtungen über einen längeren Zeitraum, etwa ein Jahr, vor, dann können Amplituden und Phasen der Teilschwingungen, deren Perioden mit denen der gezeitenerzeugenden Kräfte übereinstimmen, ermittelt werden und für die Vorausberechnung der Gezeiten Verwendung finden. Die Veröffentlichung erfolgt für alle wichtigeren Häfen in den von den einzelnen Nationen herausgegebenen Gezeitentafeln. Diese Methoden zur Vorausberechnung der Gezeiten sagen nichts über den physikalischen Inhalt des Gezeitenvorganges aus, insbesondere wird nicht erkennbar, in welcher Weise Tiefengestalt und Küstenform auf die regionale Anordnung der Gezeiten Einfluß nehmen oder auf welche Ursachen die auf kurzen Entfernungen gelegentlich beobachteten sehr beträchtlichen Änderungen des Tidenhubs zurückzuführen sind. Während die Amplitude der Hauptmondtide M_2 in Cuxhaven rund doppelt so groß ist wie in Esbjerg, ist diese Amplitude in Cherbourg sogar fünfmal so groß wie an der gegenüberliegenden englischen Südküste in Poole-Hafen oder Swanage.

Es liegen zahlreiche Untersuchungen vor, die Beiträge zur Klärung der Physik der Gezeiten geliefert haben. Es geht hierbei um eine typisch meereskundliche Problemstellung: Welche horizontalen und vertikalen Bewegungen führt eine vollkommen oder teilweise abgeschlossene Wassermasse unter dem Einfluß äußerer Kräfte aus. Handelt es sich um eine vollkommen abgeschlossene Wassermasse, so kann nur dann eine Bewegung dauernd aufrecht erhalten werden, wenn die äußere Kraft von Null verschieden ist. Besitzt die Wassermasse dagegen eine Verbindung mit einem benachbarten Meer oder Ozean, so wird eine hier vorhandene Bewegung die teilweise abgeschlossene Wassermasse auch dann in Bewegung setzen, wenn die äußere Kraft Null ist. Im ersten Fall wird von primären oder selbständigen Bewegungsvorgängen — hier von selbständigen Gezeiten —, im zweiten Fall von Sekundärbewegungsvorgängen, speziell im Hinblick auf die Gezeiten, von Mitschwingungsgezeiten gesprochen.

Die hydrodynamischen Gleichungen verknüpfen alle für die Bewegung wichtigen Faktoren miteinander und liefern Beziehungen zwischen den wirksamen Kräften, den Bewegungsvorgängen und der Tiefenverteilung. In dieses System partieller Differentialgleichungen gehen die Gezeitenstromkomponenten und der Wasserstand sowie deren zeitliche und örtliche Ableitungen als unbekannte Funktionen ein. Aus der erlaubten Annahme, daß die äußeren Kräfte sowohl in ihrer Orts- als auch in ihrer Zeitabhängigkeit bekannt sind und aus der sachgemäßen Forde-

rung, daß auf der Grenzkurve des Meeresgebietes gewisse Randbedingungen erfüllt sind — der Gezeitenstrom muß küstenparallel fließen —, folgt, daß die Lösungen der Differentialgleichungen eindeutig bestimmt sind, d. h. im Innern des betrachteten Meeresgebietes sind Gezeitenstrom und Wasserstand durch die äußeren Kräfte und durch die Randbedingungen festgelegt. Anschaulicher wird dieser Sachverhalt, wenn der Vorgang als Superposition von Teilschwingungen aufgefaßt wird, was, wie oben dargelegt, immer dann gestattet ist, wenn die Amplituden der vertikalen Gezeiten klein gegenüber der Wassertiefe sind. Die Gezeiten in Flußmündungen und in seichten Meeresgebieten werden weiter unten gesondert betrachtet.

Eine der bedeutendsten Teilschwingungen oder Teiltiden stellt die halbtägige Hauptmondtide M_2 dar, daneben spielen die eintägigen und in einigen Meeresgebieten auch die vierteltägigen Tiden eine Rolle. Die Differentialgleichungen werden durch Einführung dieser rein periodischen Zeitfunktionen separiert und vereinfacht. Für den Gezeitenwasserstand läßt sich dann eine elliptische Differentialgleichung zweiter Ordnung ableiten. Lösungen in analytisch geschlossener Form sind nur für Spezialfälle bekannt; wird etwa die ablenkende Kraft der Erdrotation berücksichtigt, dann können zwar die Schwingungen in einem kreisförmigen Becken, dagegen nicht mehr die in einem rechteckigen Becken durch geschlossene Ausdrücke dargestellt werden. Handelt es sich um Meeresgebiete natürlicher Küstenform und Tiefengestalt, dann ist eine Darstellung in analytisch geschlossener Form im allgemeinen gar nicht mehr zu erwarten. Diese letzten Endes in der mathematischen Struktur der Aufgabe gelegenen Schwierigkeiten treten aber nicht nur bei der Behandlung zweidimensionaler Probleme, sondern auch bereits bei der Ermittlung der Schwingungen in einem eindimensionalen Kanal auf, wenn dieser variable Tiefe besitzt.

Bei dieser Sachlage konnten Fragen nach der regionalen Verteilung der Gezeiten und Gezeitenströme nur an Hand stark vereinfachter und weitgehend idealisierter Modelle behandelt werden; dabei war es oft schwierig, die Naturähnlichkeit derartiger Modellösungen richtig abzuschätzen. Mehr als eine qualitative Übereinstimmung war nicht zu erreichen.

Einen wesentlichen Fortschritt konnte A. Defant [*1*] um 1920 dadurch erzielen, daß er das Differentialgleichungssystem des Gezeitenvorganges soweit umformte, bis eine numerische Lösung der Aufgabe erhalten werden konnte. Er hat sich allerdings auf die Bearbeitung solcher Meeresgebiete beschränkt, die kanalartigen Charakter besitzen. Für die Behandlung allgemein gestalteter zweidimensionaler Meeresgebiete standen damals noch nicht die erforderlichen mathematischen Hilfsmittel zur Verfügung. Alle bekannten kanalartigen europäischen, aber auch außereuropäischen Gezeitenmeere hat Defant bearbeitet. Besonders gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie ergab sich für die Adria und das Rote Meer. Diese Resultate haben wesentlich dazu beigetragen, in der Folgezeit meereskundliche Untersuchungen

auf theoretisch-physikalischen, speziell hydrodynamischen Grundlagen aufzubauen, und haben damit mittelbar und unmittelbar die dynamische Ozeanographie gefördert. Für Meeresgebiete, deren Breite von der gleichen Größenordnung ist wie deren Länge — wie etwa in der Nordsee —, liefert die eindimensionale Methode naturgemäß weniger gute Resultate. Das gilt vor allem für die Gezeiten der Ozeane.

Eine Methode — Randwertverfahren genannt —, die auch die Gezeiten in diesen allgemeinen zweidimensional ausgedehnten Meeren und Ozeanen zu ermitteln gestattet, wurde 20 Jahre später ausgearbeitet. Sie benutzt

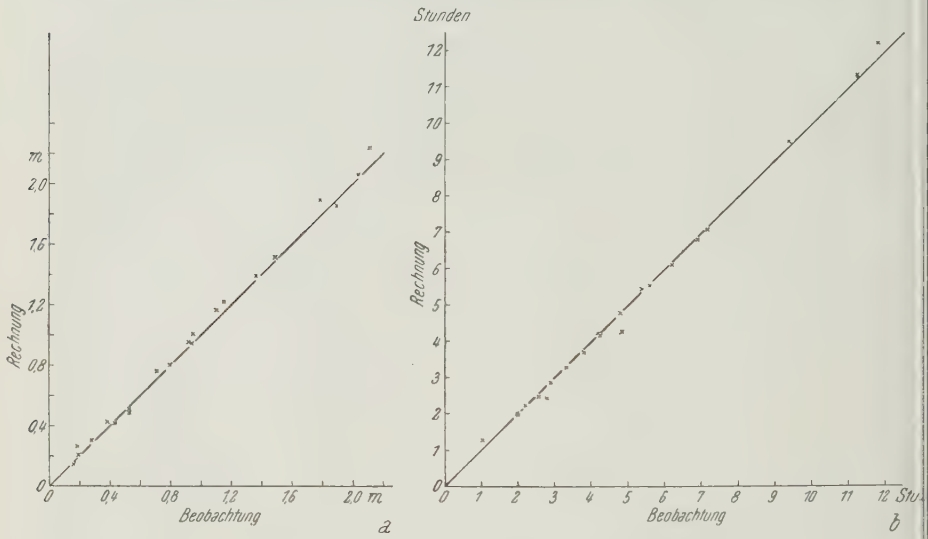


Abb. 1. Vergleich von berechneten und beobachteten Gezeiten der Nordsee. *a* Tidenhub in m, *b* Hochwassereintrittszeit, bezogen auf den Monddurchgang in Greenwich.

wesentlich den Umstand, daß ein System von Differentialgleichungen der oben genannten Art durch ein System von Differenzengleichungen beliebig genau approximiert werden kann. Dabei kommt es praktisch auf die Lösung eines Systems linearer Gleichungen hinaus. Hier sei nur erwähnt, daß die Gezeiten der Nordsee [*2*] und des westlichen Mittelmeeres ermittelt wurden. Außerdem ist es gelungen, quantitative Angaben über die Gezeiten des Atlantischen Ozeans zu machen [*3*]. Die Güte der erzielten Approximation für die Nordsee zeigt Abb. 1. Die Linien gleichen Tidenhubs und gleicher Hochwassereintrittszeit für das westliche Mittelmeer sind in Abb. 2 wiedergegeben.

Nach den in jeder Hinsicht positiven Ergebnissen, die bisher mit dem Randwertverfahren erzielt wurden, ist die Ermittlung der Gezeiten etwa des Indischen oder des Pazifischen Ozeans oder irgendeines anderen Meeres nur noch eine Frage des Rechenaufwandes, zu dessen Bewältigung vielleicht in Zukunft moderne elektronische Rechenanlagen herangezogen werden können.

Wird noch einmal die Entwicklung der Gezeitenforschung rückschauend überblickt, so läßt sich feststellen: Die zentrale Aufgabe, nämlich die Ermittlung der Gezeiten in Ozeanen, Rand- und Nebenmeeren, Kanälen und Binnenseen unter voller Berücksichtigung der Tiefenverteilung, der Küstenkonfiguration und aller sonst wirksamen Einflüsse, unter denen die äußeren Kräfte eine bedeutende Rolle spielen, kann heute im Rahmen einer in sich abgeschlossenen Theorie gelöst werden. Allerdings wird die Lösung nicht in der klassischen, analytisch geschlossenen

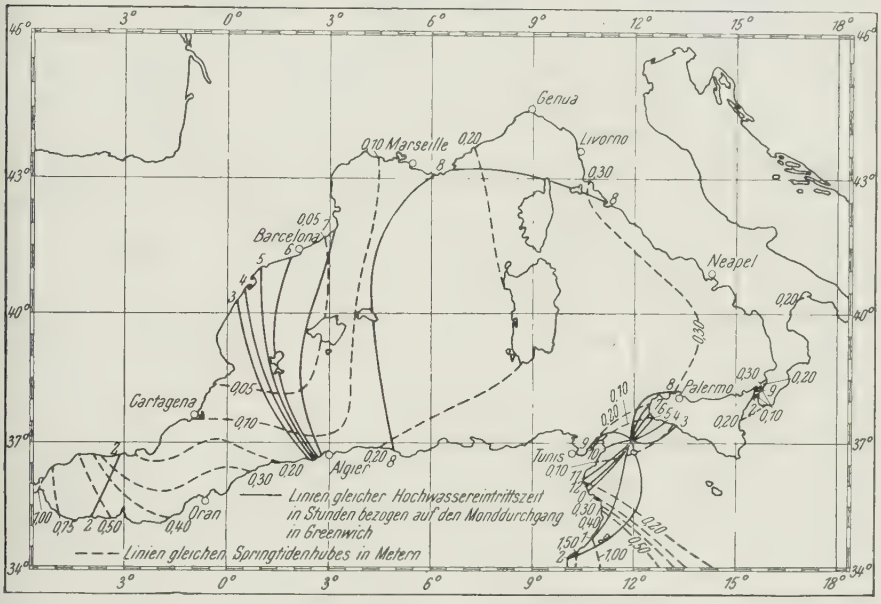


Abb. 2. Gezeiten des westlichen Mittelmeeres. ———— Linien gleichen Springtidenhubs in m, ———— Linien gleicher Hochwassereintrittszeiten in Stunden, bezogen auf den Monddurchgang in Greenwich.

Form, sondern in der durch die Eigenart des Randwertverfahrens bedingten Gestalt, nämlich als Lösungsmannigfaltigkeit eines Systems linearer Gleichungen, erhalten. Die vorstehenden Ausführungen zeigen, daß die Verfahren — hier das Randwertverfahren —, die bewußt auf die Lösungen in analytisch geschlossener Form verzichten, den natürlichen Bedingungen gegenüber weitaus anpassungsfähiger sind und demzufolge auch eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie gewährleisten.

Es hat den Anschein, daß auch in der Meteorologie ähnliche Entwicklungen vor sich gehen, es sei etwa an die Arbeiten zur numerischen Wettervorhersage erinnert. Auch auf dem Gebiet der Physik der festen Erde wäre die Anwendung derartiger Verfahren denkbar. Die guten Ergebnisse, die das Randwertverfahren für alle die Gebiete gebracht hat,

in denen der Tidenhub gering gegenüber der Wassertiefe ist — in diesen Fällen treten in den hydrodynamischen Gleichungen die unbekannten Funktionen nur in linearer Form auf —, sind eng mit dieser Voraussetzung verknüpft, was sofort offenkundig wird, wenn die Gezeiten in seichten Gewässern betrachtet werden, wie sie etwa im Wattenmeer vor der deutschen Nordseeküste und in den Mündungen der Tideflüsse beobachtet werden. Während das Interesse an den Gezeiten der Ozeane und Weltmeere überwiegend wissenschaftlicher Natur ist, wird den Seichtwassergezeiten ein besonderes praktisches Interesse von seiten der See-, Hafen- und Wasserbauingenieure entgegengebracht. Als Beispiel sei folgende Aufgabe genannt: In einem Gezeitenfluß sei an der Mündung der zeitliche Verlauf der Wasserstandskurve und oberhalb der Gezeitengrenze die Oberwassermenge, außerdem die Tiefen- und Breitenverteilung auf dem dazwischenliegenden Teil des Flusses bekannt. Gefragt ist nach den Gezeitenwasserständen und den Gezeitenströmen auf eben diesem Teil des Flusses. Von den Wasserbauingenieuren werden zur Lösung derartiger Aufgaben Modelle der zu untersuchenden Flußstrecken aufgebaut und Modellgezeiten erzeugt, die dann ausgemessen werden und sehr gut brauchbare Ergebnisse liefern. Es hat auch nicht an Versuchen gefehlt, Seichtwassergezeiten unter Benutzung hydrodynamischer Methoden numerisch zu ermitteln. Im folgenden soll ein Verfahren des Verfassers skizziert werden, das sich mehrfach bewährt hat und auch mathematisch einwandfrei begründet ist.

Um ein einfaches anschauliches Beispiel vor Augen zu haben, wird die zu untersuchende Flußstrecke in sechs gleich lange Streckenabschnitte geteilt und die so entstehenden Profile fortlaufend, mit Null beginnend, numeriert. Wasserstände ζ, Stromgeschwindigkeiten u, Breiten B und Querschnitte Q werden durch die Profilnummern, die als Indizes angehängt werden, gekennzeichnet. Die Wasserstände ζ_0 und ζ_6 sind als Funktionen der Zeit bekannt, alle übrigen Wasserstände und Stromgeschwindigkeiten liefert das Verfahren. Dieses wird aus den hydrodynamischen Gleichungen abgeleitet, wobei wiederum eine Umwandlung der Differentialquotienten in Differenzenquotienten vorgenommen wird, was auf mannigfache Weise geschehen kann. Hier soll speziell das folgende Gleichungssystem betrachtet werden:

$$u_1' - u_1 + \Delta t\, \varrho_1\, u_1\, |u_1| + \frac{g\, \Delta t\, (\zeta_2 - \zeta_0)}{2\, \Delta l} = 0,$$

$$\zeta_2' - \zeta_2 + \frac{\Delta t}{2\, \Delta l\, B_2} (Q_3\, u_3 - Q_1\, u_1) = 0,$$

$$u_3' - u_3 + \Delta t\, \varrho_3\, u_3\, |u_3| + \frac{g\, \Delta t\, (\zeta_4 - \zeta_2)}{2\, \Delta l} = 0,$$

$$\zeta_4' - \zeta_4 + \frac{\Delta t}{2\, \Delta l\, B_4} (Q_5\, u_5 - Q_3\, u_3) = 0,$$

$$u_5' - u_5 + \Delta t\, \varrho_5\, u_5\, |u_5| + \frac{g\, \Delta t\, (\zeta_6 - \zeta_4)}{2\, \Delta l} = 0.$$

Es bedeuten: Δl die Entfernung der Profile voneinander, Δt die Schrittlänge in Zeit, ϱ die Reibungsfunktion und g die Erdbeschleunigung. Die

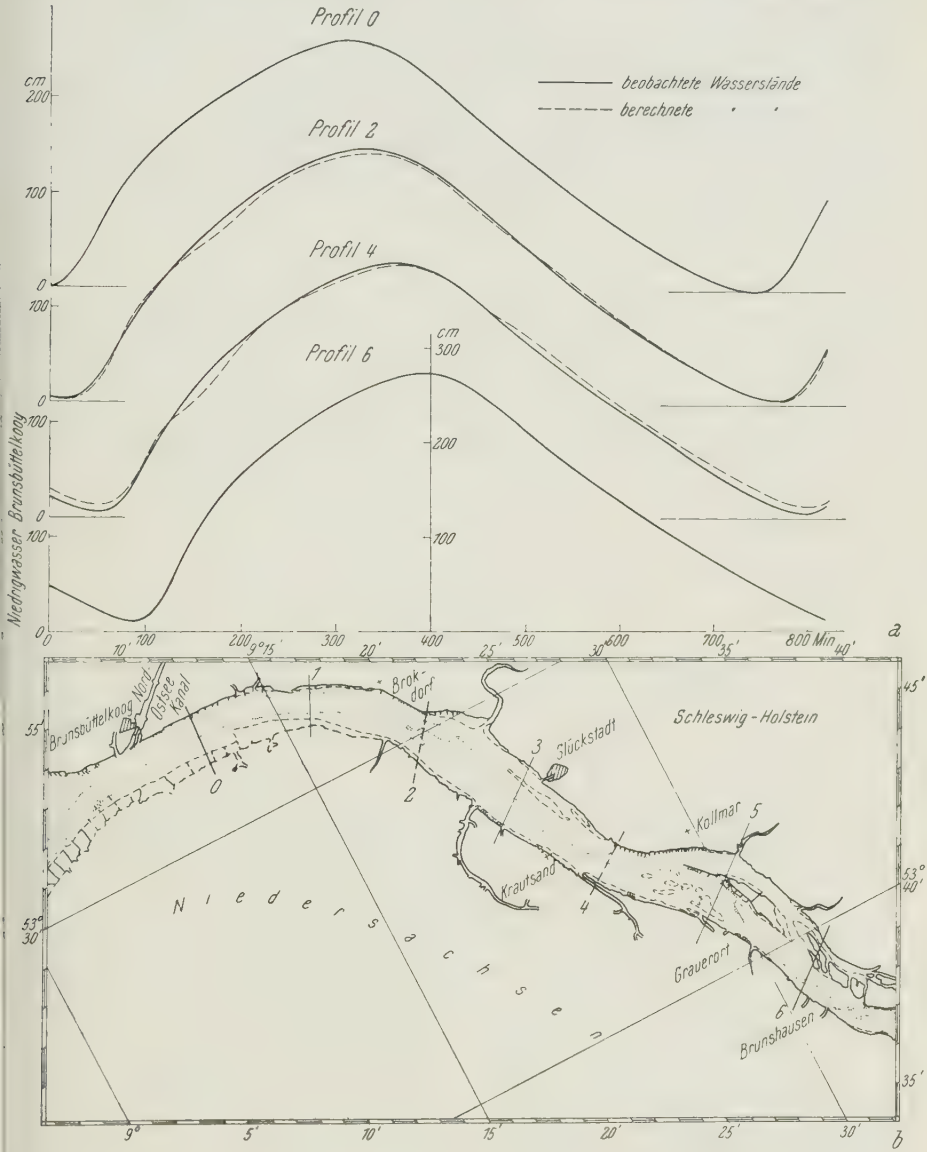


Abb. 3. Beobachtete und berechnete Wasserstände auf der Unter-Elbe (*a*) und Lage der Profile (*b*).

Funktionen ζ und u sind auf den an sich beliebig wählbaren Zeitpunkt t bezogen. ζ' und u' gelten dann für den Zeitpunkt $t + \Delta t$. Wird an-

genommen, daß die ζ und u zur Zeit t bekannt sind, dann liefert das obige Gleichungssystem die entsprechenden Werte zum Zeitpunkt $t + \Delta t$; durch nochmalige Anwendung des durch das Gleichungssystem vorgeschriebenen Operators, der hier in Form einer Matrix $\mathfrak{A}$ auftritt, werden Wasserstände und Geschwindigkeiten zur Zeit $t + 2\,\Delta t$ erhalten. In dieser Weise fortfahrend werden die Funktionen u und ζ in Abhängigkeit von der Zeit ermittelt, wobei vorausgesetzt wird, daß die Potenzen der Matrix $\mathfrak{A}$ gegen die Nullmatrix konvergieren. Außer ζ_0 und ζ_6, die als Randwerte bezeichnet werden und bekannt sein müssen, gehen noch

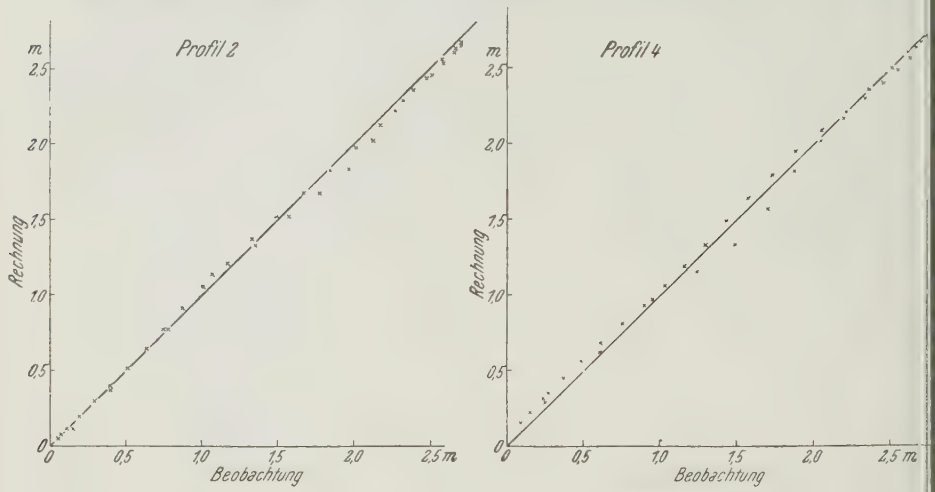


Abb. 4. Beziehungen zwischen beobachteten und berechneten Wasserständen auf der Unter-Elbe.

die u und ζ zum Ausgangszeitpunkt t — die Anfangswerte — in die Rechnung ein, deren Einfluß aber in entsprechender Weise wie die Potenzen der Matrix $\mathfrak{A}$ gegen Null abklingt; das bedeutet, daß die Anfangswerte beliebig — etwa gleich Null — gewählt werden können. Sehr wesentlich für die numerische Behandlung des Systems ist die Tatsache, daß die Konvergenz der Potenzen der Matrix $\mathfrak{A}$ immer erreicht werden kann durch hinreichend kleine Wahl von Δt, der Schrittlänge in Zeit, gegenüber Δl und ϱ, das nicht Null werden darf. Die für Konvergenz zulässige Schrittlänge in Zeit hängt außer von dem Profilabstand und der Reibung noch von der Art des ausgewählten Gleichungssystems ab.

Als numerisches Beispiel sind die Gezeiten auf einer Teilstrecke der Elbe, und zwar von Brunsbüttelkoog bis Brunshausen, ermittelt und in der Abb. 3 dargestellt. Für die Profilnummern 2 und 4 sind die beobachteten und die errechneten Wasserstände in Abb. 4 zueinander in Beziehung gesetzt. Die Übereinstimmung ist recht gut, ein Zeichen dafür, daß die hydrodynamischen Methoden — hier das Differenzenverfahren — hervorragend geeignet sind, die Bewegungen des strömenden Wassers

auch dann quantitativ zu erfassen, wenn es sich um nichtstationäre und nichtlineare Vorgänge handelt.

Die Entwicklung der Gezeitenforschung führt von den grundlegenden A. Defantschen Arbeiten an kanalartigen Meeresgebieten über die Behandlung der Gezeiten in zweidimensional ausgedehnten Meeresgebieten (Atlantischer Ozean, Mittelmeer) mit Hilfe des Randwertverfahrens zu den Untersuchungen über die recht verwickelten Seichtwassergezeiten, wobei das Differenzenverfahren wertvolle Dienste leistet. Die Genauigkeit der erzielten Ergebnisse muß sowohl absolut als auch im Vergleich mit anderen meereskundlichen Resultaten als recht gut bezeichnet werden.

Literatur.

1. Defant, A.: Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittel- und Randmeeren, in Buchten und Kanälen. Denkschr. Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl. **96** (1919).
2. Hansen, W.: Gezeiten und Gezeitenströme der halbtägigen Hauptmondtide M_2 in der Nordsee. Deutsche Hydr. Z., Ergänz. Heft 1 (1952).
3. — Die halbtägigen Gezeiten im Nordatlantischen Ozean. Deutsche Hydr. Z. **2**, 44 (1949).

551.481.18:532.594

(Istituto Nazionale di Geofisica, Roma.)

Oscillazioni libere del Lago di Garda.

Di

P. Caloi.

Con 14 Figure.

Riassunto. Le oscillazioni libere del lago di Garda formarono oggetto di ricerche da parte di A. DEFANT e VERCELLI, fin dal 1908. Il contrasto nei risultati raggiunti da questi Autori fu notevole, specie per ciò che si riferisce alla sessa binodale, cui DEFANT attribuiva un valore di 29^m ca., mentre VERCELLI trovava un valore di 23^m ca. Entrambi citavano testimonianze a favore, nelle registrazioni. Successivamente, A. DEFANT, con un metodo di sua ideazione, pervenne a risultati che confermavano il valore ottenuto da VERCELLI. Attribuiva allora l'errore primitivo al metodo di CHRYSTAL usato. Quì si prova però che tale errore, non al metodo di CHRYSTAL era da attribuire, ma ad un coefficiente errato, sfuggito a CHRYSTAL nella prima stesura delle formule relative al suo metodo.

Si riportano i risultati di una laboriosa, estesa ricerca, avente lo scopo di precisare ancora una volta gli elementi fondamentali caratteristici delle oscillazioni libere interessanti l'intero bacino del Garda. Si passa poi a considerare le oscillazioni dei bacini parziali (bacino occidentale Desenzano-Riva, parte settentrionale del Garda, golfo di Salò, golfo di Desenzano; bacino orientale Peschiera-Garda). Di particolare interesse è la parte della ricerca in cui si prova che l'oscillazione di 29^m ca., che si registra a Riva, interessa la parte del lago che da Riva va alla zona di massima profondità; mentre l'analoga oscillazione che si registra a Peschiera riguarda la porzione di lago che da Peschiera va alla linea (linea di bocca) Sirmione-Lazise. Le registrazioni — a sostegno delle deduzioni analitiche — presentano i caratteri propri delle oscillazioni di bacini aperti.

Oltre che dalle registrazioni ottenute a Desenzano, Salò, Riva e Peschiera, i risultati della ricerca sistematica furono controllati dagli esperimenti condotti con un modello del Garda, espressamente costruito.

Zusammenfassung. Die freien Seespiegelschwankungen des Gardasees haben seit 1908 den Gegenstand von Untersuchungen von A. DEFANT und F. VERCELLI gebildet. Der Unterschied der Resultate beider Forscher war beträchtlich, speziell in bezug auf die zweiknotige Seiche, der DEFANT einen Wert von 29 Minuten, VERCELLI einen solchen von 23 Minuten zuschrieb;

beide konnten sich dabei auf Registrierergebnisse stützen. Später kam Defant auf Grund einer von ihm selbst entwickelten Methode zum gleichen Werte wie Vercelli. In der vorliegenden Arbeit wird nun gezeigt, daß der ursprüngliche Fehler nicht, wie Defant zunächst annahm, auf die Methode von Chrystal zurückzuführen ist, sondern lediglich auf einen falschen Koeffizienten, der Chrystal bei der ersten Fassung seiner Formeln entgangen war.

Es wird über die Resultate einer umfangreichen Untersuchung zur Neubestimmung der charakteristischen Elemente der freien Schwingungen des gesamten Gardasees berichtet. Außerdem werden die Schwingungen der einzelnen Teilbecken untersucht. Besonderes Interesse beansprucht die Untersuchung der Schwingung von zirka 29 Minuten, die in Riva registriert wird und die Seepartie von Riva bis zur Zone größter Tiefe betrifft, während die analoge Schwingung, die in Peschiera registriert wird, im südlichen Seeteil zwischen Peschiera und der Linie Sirmione-Lazise auftritt. Die Registrierungen lassen auf Grund einer Analyse die typischen Eigenschaften der Schwingungen offener Becken erkennen. Außer durch Registrierungen in Desenzano, Salò, Riva und Peschiera wurden die Resultate auch durch experimentelle Versuche an einem Modell des Gardasees geprüft.

Summary. The free oscillations of the lake of Garda (Italy) have been the subject of researches by A. Defant and F. Vercelli since 1908. The differences of the results of the two investigators have been considerable, especially as regards the binodal seiches, to which Defant attributed a value of 29 min. and Vercelli one of 23 min., both values based on records. Lateron, Defant, by a method of his own, came to the same result as Vercelli. It is shown in this paper that the original mistake is not to be ascribed to the method of Chrystal, as Defant presumed, but was due to a wrong coefficient in the first wording of Chrystal's formulae.

The results of an exhaustive investigation of the free oscillations of the lake of Garda as a whole for a new determination of its characteristic elements are given. In addition, the oscillations of the partial basins of the lake are investigated. The oscillation of 29 min. which starts from the basin of Riva and extends to the greatest depth, is of particular interest, whereas the analogous oscillation, recorded at Peschiera, can be observed in the southern part of the lake between Peschiera and the line Sirmione-Lazise. From the analysis of the records the typical properties of the oscillations of open basins can be recognized. Apart from records at Desenzano, Salò, Riva, and Peschiera, the results have been tested also by experiments with a model of the lake of Garda.

Résumé. Les oscillations libres du lac de Garde ont été, dès 1908, l'objet de recherches de la part de A. Defant et F. Vercelli. La différence des résultats obtenus par les deux auteurs était assez grande, surtout en ce qui concerne la seiche binodale, à laquelle Defant attribuait 29 min., Vercelli en revanche seulement 23 min.; les deux pouvaient appuyer leurs valeurs par des résultats enregistrés. Plus tard, Defant appliqua une méthode propre et obtenait les mêmes valeurs que Vercelli. Dans le présent article on démontre que l'erreur initiale n'était pas due, comme Defant le croyait, à la méthode de Chrystal mais à un coéfficient erroné, négligé par Chrystal dans l'élaboration de ses formules.

L'auteur expose ensuite les résultats des longs travaux faits dans le but de préciser une fois de plus les éléments fondamentaux, caractérisant les

oscillations libres intéressant le bassins entier du lac de Garde. On considère en outre les oscillations des bassin partiels. D'un intérêt particulier est l'oscillation de 29 min. enregistrée à Riva et qui s'étend jusque dans la zone des plus grandes profondeurs, tandis que l'oscillation analogue qu'on enregistre à Peschiera, s'étend dans la partie méridionale du lac jusqu'à la ligne Sirmione-Lazise. L'analyse des résultats enregistrés permet de reconnaître les propriétés caractéristiques des oscillations de bassins ouverts. En outre les résultats enregistrés à Desenzano, Salò, Riva et Peschiera ont été contrôlés par des essais expérimentaux faits à l'aide d'un modèle du lac de Garde.

I. Sesse che Interessano l'Intero Lago.

1. Le ipotesi che generalmente si fanno nelle teorie idrodinamiche delle sesse possono così riassumersi: lunghi bacini (canali) di larghezza e profondità variabili; componente laterale del movimento orizzontale, normale alla linea di valle, trascurabile, ciò che presuppone il moto orizzontale verificarsi soltanto parallelamente all'asse x, che, in corrispondenza della linea di valle, sta nel piano orizzontale costituito dalla superficie libera del lago in quiete. Queste ipotesi si ritengono praticamente soddisfatte se non si verificano brusche variazioni nè in larghezza e profondità, nè lungo la linea di valle.

Si ritiene inoltre che lo spostamento verticale η delle particelle d'acqua dipenda soltanto da x e dal tempo t; conseguentemente esso è uguale per tutte le particelle che si trovano, in un dato istante, in una sezione verticale $S(x)$ del lago, normale all'asse x.

Per onde lunghe, rispetto alla lunghezza d'onda delle quali la profondità h del bacino sia piccola, l'accelerazione verticale si ritiene trascurabile. Conseguenza di questa ipotesi è che soltanto la pressione idrostatica risulta dinamicamente efficace; sono quindi da considerare soltanto le variazioni di pressione derivanti dalle variazioni di livello. Naturalmente, anche gli spostamenti orizzontali ξ sono uguali per tutte le particelle di una stessa sezione trasversale $S(x)$.

Infine, la supposizione, generalmente realizzata nei bacini naturali, che ritiene i dislivelli η piccoli rispetto alla profondità h, comporta la soppressione del termine $u_x \frac{\partial u_x}{\partial x}$ nell'equazione idrodinamica fondamentale di Eulero; per cui, l'equazione del movimento in un bacino generico assume la forma

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = - g \frac{\partial u}{\partial x}. \tag{1}$$

L'equazione di continuità esprime che l'eccedenza dell'acqua entrante su quella uscente dallo strato di spessore δx, compreso fra le sezioni $S(x)$ e $S(x + \delta x)$, genera il dislivello alla superficie dello strato stesso. L'equazione di continuità, se $b(x)$ significa la larghezza variabile del bacino, misurata alla superficie libera, diventa

$$\eta = - \frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} [S(x) \cdot \xi]. \tag{2}$$

La soluzione di queste equazioni conduce ad un problema ai limiti del 2. ordine; il quale, notoriamente, ha soluzioni soltanto per determinati autovalori di un parametro. Nel nostro caso, questi valori sono i periodi delle possibili oscillazioni libere.

G. Chrystal [*1*] trasforma le equazioni (1) e (2) mediante l'introduzione delle variabili

$$u = \xi \cdot S(x) \tag{3}$$

e

$$v = \int_0^x b(x)\, dx. \tag{4}$$

u rappresenta il volume del liquido che attraversa la sezione $S(x)$ in forza dello spostamento orizzontale ξ, mentre v esprime l'area, calcolata sulla superficie libera, della superficie limitata da quella sezione e dall'estremo $x = 0$.

Se u é rappresentabile mediante la somma di una serie di semplici funzioni armoniche di t,

$$u = \sum_1^\infty{}_i\, U_i(v) \sin \omega_i (t - t_i), \qquad \omega_i = \frac{2\pi}{T_i}$$

l'equazione di Chrystal assume la forma

$$\sigma(v) \frac{d^2u}{d^2v} + \frac{4\pi^2}{g\,T^2} u = 0. \tag{5}$$

La curva rappresentata dalla funzione $\sigma(v)$ fu detta da Chrystal *curva normale* del bacino d'acqua: essa ha per ordinate i valori di $\sigma(v) = S(x) \cdot b(x)$ e per ascisse i valori di $\int b(x)\, dx$.

La determinazione delle oscillazioni libere nei laghi è quindi ricondotta alla risoluzione di un'equazione differenziale omogenea del secondo ordine, con certe condizioni agli estremi. Chrystal ha risolto la (5) in molti casi particolari, nei quali la curva normale può identificarsi con una curva analitica o tratti raccordati di curve analitiche (curve paraboliche e biparaboliche, concave o convesse, quartiche, tratti rettilinei, ecc.).

Mi limiterò ad accennare al caso in cui la curva è riducibile ad una spezzata, caso che ci interessa nei confronti del lago di Garda.

Le equazioni che danno gli spostamenti orizzontali e verticali sono allora

$$\left.\begin{aligned} \xi\omega &= \{A\, J_1(\omega) + B\, Y_1(\omega)\} \sin n(t - \tau), \\ \zeta &= \frac{h}{2a} \{A\, J_0(\omega) + B\, Y_0(\omega)\} \sin n(t - \tau), \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

dove a, h sono costanti legate dalla relazione $h(x) = h\left(1 - \frac{x}{a}\right)$, relativa al fondo del lago (supposto a tratti rettilinei), A e B costanti che risultano

dall'integrazione dell'equazione di CHRYSTAL, $J_0(\omega)$, $Y_0(\omega)$, ... funzioni di BESSEL e NEUMANN dell'argomento

$$\omega = 2\,n\,a\,\sqrt{1-\frac{x}{a}}\Big/\sqrt{g\,h} \tag{7}$$

essendo $n = 2\,\pi/T$.

Quando la curva normale può essere assimilata ad una figura geometrica del tipo di quella della Fig. 1, allora partendo dalle (6), è possibile arrivare, dopo un procedimento alquanto complesso [2], all'equazione dei periodi. Essa può scriversi

$$\begin{aligned}&\frac{\beta_2}{\alpha_3}\,J_0(n\,\alpha_3)\,\{J_1(n\,\alpha_1)\,[J_0(n\,\beta_2)\,Y_0(n\,\alpha_2) - J_0(n\,\alpha_2)\,Y_0(n\,\beta_2)] + \\ &\quad + J_0(n\,\alpha_1)\,[J_1(n\,\beta_2)\,Y_1(n\,\alpha_2) - J_1(n\,\alpha_2)\,Y_0(n\,\beta_2)]\} + \\ &+\frac{a_2\,h_2}{a_3\,h_1}\,J_0(n\,\alpha_3)\,\{J_1(n\,\alpha_1)\,[J_0(n\,\alpha_2)\,Y_1(n\,\beta_2) - J_1(n\,\beta_2)\,Y_0(n\,\alpha_2)] + \\ &\quad + J_0(n\,\alpha_1)\,[J_1(n\,\alpha_2)\,Y_1(n\,\beta_2) - J_1(n\,\beta_2)\,Y_1(n\,\alpha_2)]\} = 0,\end{aligned} \tag{8}$$

dove le grandezze

$$\left.\begin{aligned}&a_1, a_2, a_3, \qquad \alpha_1 = \frac{2\,a_1}{\sqrt{g\,h_1}},\ \alpha_2 = \frac{2\,a_2}{\sqrt{g\,h_1}},\ \alpha_3 = \frac{2\,a_3}{\sqrt{g\,h_2}},\\ &\beta_2 = \frac{2\,a_2}{\sqrt{g\,h_1}}\sqrt{1-\frac{r}{a_2}},\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

dipendono dalla forma e dalla batimetria del bacino.

Molto spesso però la curva normale è di forma così complicata da non consentire di essere analiticamente rappresentata con sufficiente approssimazione. In questi casi, i metodi di soluzione della [1] proposti da CHRYSTAL non sono più applicabili, conducendo a risultati troppo approssimativi, se non del tutto errati.

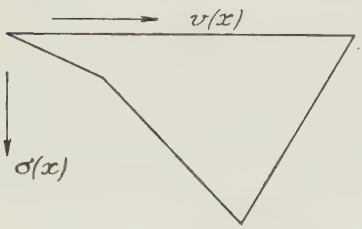


Fig. 1. Schema curva normale a tratti rettilinei, come da prima trattazione DEFANT.

Le soluzioni rigorose della [1], ottenute in seguito, separatamente, da PROUDMAN [3] e da MATTEUZZI [4] conducono a metodi di troppo difficile applicazione. Nel caso di curve normali, non riducibili a forma analitica, è preferibile ricorrere al metodo di HIDAKA [5], da me esposto ed ampliato in precedenti pubblicazioni.

HIDAKA [5] considera l'equazione di CHRYSTAL, con le condizioni ai limiti

$$u(0) = u(a) = 0, \tag{10}$$

dove a è l'area superficiale totale del lago. Sarà quindi

$$0 \leqq v \leqq a.$$

La funzione $\sigma(v)$ ha la proprietà di annularsi agli estremi del lago, così che è

$$\sigma(0) = \sigma(a) = 0. \tag{11}$$

Posto

$$z = \frac{v}{a}$$

ed espresso v in funzione di z, l'equazione (5) si può scrivere

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{\lambda}{\sigma(z)} u = 0, \tag{12}$$

con le condizioni ai limiti

$$u(0) = 0, \; u(1) = 0, \tag{13}$$

e dove

$$\lambda = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{a^2}{g}. \tag{14}$$

La (12), con le condizioni (13), è soddisfatta solo da certi valori del parametro λ. L'integrazione della (12), soggetta alle condizioni (13), per un noto teorema del calcolo delle variazioni, è equivalente alla ricerca del valore stazionario dell'integrale

$$I(u) = \int_0^1 \left\{ \left(\frac{du}{dz} \right)^2 - \frac{\lambda}{\sigma(z)} \cdot u^2 \right\} dz. \tag{15}$$

Poniamo

$$u = \sum_0^m{}_i \, A_i \, z(1-z) z^i, \tag{16}$$

relazione che soddisfa alle (13).

Sostituiamo la (16) nella (15) e determiniamo le $m+1$ costanti $A_0, A_1, \ldots A_m$ in modo che $I(u)$ diventi un minimo. Dovrà essere

$$\frac{\partial I}{\partial A_j} = \sum_0^m{}_i \left[\int_0^1 \{(i+1) z^i - (i+2) z^{i+1}\} \cdot \{(j+1) z^j - (j+2) z^{j+1}\} dz - \right.$$

$$\left. - \lambda \int_0^1 \frac{z(1-z) z^i \cdot z(1-z) z^j}{\sigma(z)} dz \right] \cdot A_i = 0. \qquad (j = 0, 1, 2, \ldots m). \tag{17}$$

Il primo integrale può essere agevolmente valutato. Si ha quindi

$$\sum_0^m{}_i \left\{ \frac{(i+2)(j+2)}{i+j+3} - \frac{(i+2)(j+1) + (i+1)(j+2)}{i+j+2} + \frac{(i+1)(j+1)}{i+j+1} - \right.$$

$$\left. - \lambda \int_0^1 \frac{z^2 (1-z)^2 z^{i+j}}{\sigma(z)} dz \right\} A_i = 0^1. \tag{18}$$

[1] Inspiegabilmente, Hidaka [5] scrive i primi due termini tra parentisi come segue:

$$\frac{ij}{i+j-1} - \frac{i(j+1) + (i+1)j}{i+j}.$$

La stessa forma erronea viene ripresa da G. Neumann [6].

L'integrale

$$\int_0^1 \frac{z^2\,(1-z)^2\,z^{i+j}}{\sigma(z)}\,dz, \tag{19}$$

va calcolato numericamente.

La soluzione del problema per grossi valori di m diventa assai ardua. HIDAKA dà la soluzione per $m = 1$ e $m = 2$. Per $m = 1$ si ha

$$(I_0 I_2 - I_1^2)\,\lambda^2 - \left(\frac{2}{15} I_0 - \frac{1}{3} I_1 + \frac{1}{3} I_2\right)\lambda + \frac{1}{60} = 0, \tag{20}$$

mentre, per $m = 2$ è

$$(I_0 I_2 I_4 - I_0 I_3^2 - I_1^2 I_4 + 2 I_1 I_2 I_3 - I_2^3)\,\lambda^3 - \left[\frac{3}{35}(I_0 I_2 - I_1^2) + \right.$$
$$+ \frac{1}{5}(-I_0 I_3 + I_1 I_2 + I_1 I_3) + \frac{2}{15} I_0 I_4 + \frac{1}{3}(-I_1 I_4 - I_2^2 + I_2 I_3 +$$
$$\left. + I_2 I_4 - I_3^2)\right]\lambda^2 + \left(\frac{1}{700} I_0 - \frac{3}{350} I_1 + \frac{53}{2100} I_2 - \frac{1}{30} I_3 + \frac{1}{60} I_4\right)\lambda -$$
$$- \frac{1}{10\,500} = 0. \tag{21}$$

Calcolati numerivamente gli integrali $I_0, I_1, \ldots I_4$ è facile risolvere la (21) rispetto a λ. Ai tre valori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ che così si ottengono corrispondono, mediante la (14), i periodi delle sesse uni-, bi- e trinodali.

Caso $m = 3$. Come si è detto, HIDAKA si limita a considerare il caso $m = 2$. In pratica, può soddisfare alla precisione richiesta. Però, per curve normali molto complicate, può essere utile ricorrere al caso $m = 3$; oltre ad una maggiore precisione per le sesse di più piccola nodalità, ciò consente pure la determinazione del periodo della sessa quadrinodale.

Per $m = 3$, come si può facilmente verificare [7], l'equazione dei periodi diventa

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} - I_0\lambda, & \frac{1}{6} - I_1\lambda, & \frac{1}{10} - I_2\lambda, & \frac{1}{15} - I_3\lambda, \\ \frac{1}{6} - I_1\lambda, & \frac{2}{15} - I_2\lambda, & \frac{1}{10} - I_3\lambda, & \frac{8}{105} - I_4\lambda, \\ \frac{1}{10} - I_2\lambda, & \frac{1}{10} - I_3\lambda, & \frac{3}{35} - I_4\lambda, & \frac{1}{14} - I_5\lambda, \\ \frac{1}{15} - I_3\lambda, & \frac{8}{105} - I_4\lambda, & \frac{1}{14} - I_5\lambda, & \frac{4}{63} - I_6\lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{22}$$

Lo sviluppo della (22) è dato, in modo esplicito, in un mio precedente lavoro.

Determinate le radici della (22), i valori dei periodi delle sesse si ottengono sostituendo a λ le radici ottenute, nella equazione

$$T = \frac{2\pi a}{\sqrt{\lambda g}}, \tag{23}$$

che deriva dalla (14).

L'ampiezza dello spostamento consegue dalla (2), che può anche essere scritta

$$\eta = -\frac{du}{dz}\, a. \tag{24}$$

Questa esige la determinazione di u espressa dalla (16); e quindi di $A_0, A_1, \ldots$ Queste ultime si possono determinare dalle relative equazioni dei periodi, che variano al variare di m ($m = 0, 1, 2, 3, \ldots$).

La localizzazione dei nodi, si ha invece mediante l'annullamento di η:

$$\frac{du}{dz} = 0. \tag{25}$$

Un altro metodo che consente la determinazione degli elementi fondamentali di una sessa, prescindendo dalla forma della curva normale, è quello di Defant [8].

Partendo dalle equazioni di moto e di continuità dell'idrodinamica, se ξ_0, η_0 esprimono le ampiezze dei moti orizzontali e verticali, espressi da funzioni periodiche del tempo, si ottiene

$$2\,\Delta\eta_0 = \frac{4\,\pi^2}{g\,T^2}\,2\,\xi_0\,\Delta x, \qquad 2\,\xi_0 = -\frac{1}{S\,(x)}\int_0^x 2\,\eta_0\,b\,(\varkappa)\,d\varkappa, \tag{26}$$

dove, nella prima, si sono sostituiti gli incrementi finiti agli infinitesimi.

Nel caso di masse d'acqua chiuse (laghi), per oscillazioni libere gli spostamenti orizzontali devono annullarsi alle estremità, dove dovrà essere $\xi = 0$.

Assegnate le superficie $S\,(x)$ delle sezioni trasversali tracciate, nonchè le superficie parziali del lago fra sezione e sezione, il calcolo delle grandezze $2\,\eta_0$ e $2\,\xi_0$ non presenta difficoltà.

La nota formula di Merian permetterà di calcolare un valore approssimativo del periodo T_1 della sessa uninodale, qualora tale periodo fosse sconosciuto. Ne consegue un valore per $4\,\pi^2/T_1{}^2$. Ad uno degli estremi del lago ($x = 0$, sezione trasversale 0), sia $2\,\eta_0 = +\,100$ cm ($\xi_0 = 0$). Quando il lago è stato diviso in un numero sufficentemente grande di sezioni, si può supporre che dalla estremità del lago, fino alla prima sezione trasversale, l'entità dello spostamento resti immutata. In tal caso, la grandezza

$$q_1 = \int_0^{x_1} 2\,\eta_0\,b\,(\varkappa)\,d\varkappa = 2\,\eta_0\,v\,(\varkappa_1)$$

può essere calcolata, essendo nota la superficie $v\,(\varkappa_1)$, dalla sezione o alla sezione $1 \cdot q$ esprime il volume d'acqua che nel tempo $T_1/4$ fra la quiete e l'estremo spostamento della particella, passa attraverso la sezione $S\,(x_1)$. Dalla seconda delle (26) consegue il valore di $2\,\xi_0$, mentre la prima dà il valore di $\Delta 2\,\eta_0$, variazione dell'altezza da o alla prima sezione, in corrispondenza della quale l'altezza dell'acqua sarà ora $100 + 2\,\Delta\eta_0$. Si procede in tal modo di sezione in sezione, fino all'ultima, considerata di area nulla, in corrispondenza della quale, se il valore di

T_1 prescelto coinciderà con l'esatto periodo della sessa uninodale del lago, dovrà aversi $q = 0$. Quando ciò non si verifica, si ripeteranno i calcoli con un nuovo valore di T_1, che sarà maggiore o minore del precedente a seconda che l'ultimo valore di q è negativo o positivo. Analogo è il procedimento per le sesse multinodali.

Il metodo consente, assieme a quello del periodo, la determinazione degli spostamenti orizzontali lungo il lago da sezione a sezione, la posizione delle linee nodali, nonchè la grandezza degli spostamenti verticali delle particelle d'acqua nelle singole sezioni trasversali.

2. Nel 1909 F. VERCELLI [*9*] applicò al lago di Garda il metodo DU BOYS e uno dei metodi CHRYSTAL (quello relativo alla curva normale biparabolica). Poco prima, A. DEFANT [*10*] applicava al lago di Garda un altro metodo proposto da CHRYSTAL, quello che considera la curva normale come risultante dal raccordo di tratti rettilinei. Per le prime quattro sesse VERCELLI ottenne i periodi 41,3^m; 22,97^m; 16,13^m; 12,51^m. DEFANT invece pervenne ai seguenti valori per le prime cinque sesse: 42,28^m; 28,00^m; 20,13^m; 14,83^m; 11,9^m. Il disaccordo era particolarmente sensibile nella sessa binodale, che DEFANT aveva calcolato in 28,00, conforme, secondo lui, alle osservazioni che davano una media di 28,5^m. Gli autori sostennero i propri punti di vista [*11, 12*], finchè nel 1918, applicando al Garda il metodo di sua ideazione (quello sopra esposto) DEFANT [*8*] ottenne per le sesse uninodale e binodale i valori 39,8^m e 22,65^m rispettivamente; e fu quindi costretto a constatare che l'onda di 28,6^m non poteva essere la binodale. Egli attribuì il risultato erroneo della sua prima ricerca al metodo di CHRYSTAL, di cui si era valso. Ho provato [*13*] che l'errore non era da attribuirsi al metodo ma ad un coefficiente sbagliato sfuggito a CHRYSTAL nello sviluppo della sua teoria relativa a laghi con curve normali rettilinee; fu tale svista che condusse DEFANT a quei valori errati. Nello stesso errore incapparono anche i giapponesi NAKAMURA e HONDA, nello studio delle sesse del lago Hakoné (Giappone).

Le osservazioni fatte da VALENTIN e TEGLIO [*14*] attribuiscono alla sessa uninodale del lago di Garda il periodo medio di 43^m. La media dei valori osservati da VERCELLI è di 42,3^m, mentre DEFANT nello spoglio di 222 serie, consistenti in 5494 oscillazioni complete, ottene un valore medio di 42,92^m, avendo osservato anche molti valori intorno ai 44^m. Possiamo quindi ritenere come eguale a 43^m il valore più probabile osservato per la sessa uninodale del Garda. I valori del periodo della sessa binodale presentano una estesa gamma fra i 20^m e i 25^m. La giustificazione di questa variazione piuttosto ampia sarà data nella II parte di questo lavoro.

Poichè il valore del periodo della sessa uninodale ottenuto da VERCELLI (41,3^m) e, più ancora, quello trovato da DEFANT con il suo metodo (39,8^m) risultano sensibilmente inferiori a quello osservato, ho ritenuto non inutile applicare il metodo di HIDAKA al lago di Garda. Data la complessità della curva normale relativa a questo lago, solo un metodo che prescinda dalla forma di tale curva può infatti consentire di ottenere valori maggior-

mente approssimati. Oltre ai periodi e alla posizione dei nodi, avremo modo di calcolare anche la suddivisione delle ampiezze per tutta la lunghezza del lago, in corrispondenza delle prime quattro sesse.

Resta poi la questione relativa all'oscillazione di 30 m ca., che viene registrata nella parte settentrionale del lago e a Peschiera; ma di essa ci occuperemo in seguito.

In questa prima parte del lavoro mi sono valso, per i calcoli, dei dati ottenuti da VERCELLI suddividendo il lago in 65 sezioni trasversali sopra una carta batimetrica al 50000. La linea di valle nella parte meridionale del lago fu da VERCELLI ritenuta media fra le linee di fondo massimo dei bacini di Desenzano e di Peschiera.

I dati tratti dal lavoro di VERCELLI sono contenuti nelle colonne seconda e terza della tabella prima di una mia precedente pubblicazione [7], e si riferiscono alle grandezze x (ascisse) e v (superficie parziali).

Per il calcolo dell'integrale (19) HIDAKA dà un procedimento che, consentendo di esprimere analiticamente $\sigma(z)$, permette una rapida integrazione. Nel nostro caso però, tale procedimento non può essere applicato, data la complessità della curva normale del Garda, quale risulta dalle determinazioni di VERCELLI; pertanto, dovremo ricorrere all'integrazione numerica, tenendo presenti le condizioni agli estremi, corrispondenti a $z = 0$, $z = 1$.

Il calcolo ha dato per gli integrali i seguenti risultati:

$$I_0 = 3{,}8697487;\ I_1 = 1{,}7132035;\ I_2 = 0{,}9339320;\ I_3 = 0{,}5782506;$$

$$I_4 = 0{,}3905257;\ I_5 = 0{,}2811714;\ I_6 = 0{,}2126242.$$

Riporto quì i soli risultati corrispondenti al caso $m = 3$. Dalla (24), e ricordando le (28), si ottiene

$$4100\,\lambda^4 - 7907\,\lambda^3 + 4751\,\lambda^2 - 990{,}5\,\lambda + 54 = 0,$$

le cui radici sono

$$\lambda_1 = 0{,}08354,\ \lambda_2 = 0{,}2755,\ \lambda_3 = 0{,}5760,\ \lambda_4 = 0{,}9935.$$

La (25) dà allora per le sesse uninodale, binodale, trinodale e quadrinodale

$$T_1 = 42{,}97^{\text{m}},\ T_2 = 23{,}66^{\text{m}},\ T_3 = 16{,}365^{\text{m}},\ T_4 = 12{,}46^{\text{m}}.$$

Determinare i periodi delle sesse di nodalità più elevata sarebbe praticamente impossibile con il metodo di HIDAKA.

In genere, appare superfluo proseguire la ricerca delle sesse di nodalità superiore a 3 o a 4. Quando lo si ritenga opportuno, può servire molto bene allo scopo il metodo delle approssimazioni quartiche, dovuto a CHRYSTAL. E' quanto è stato da me fatto in un precedente lavoro, pervenendo ai seguenti risultati:

$$T_3 = 16{,}09^{\text{m}};\ T_4 = 12{,}16^{\text{m}};\ T_5 = 9{,}76^{\text{m}};\ T_6 = 8{,}15^{\text{m}};\ T_7 = 6{,}99^{\text{m}};$$

$$T_8 = 6{,}12^{\text{m}},\ \ldots$$

dove i valori di T_3 e T_4, pressochè coincidono con quelli ottenuti con il metodo di HIDAKA (caso $m = 3$).

Nodi.

Per la determinazione delle linee nodali delle oscillazioni libere vale la (25). Occorre quindi determinare prima l'espressione di u. Limitiamoci al caso $m = 3$. In questo caso è

$$u = A_0 \dot{z} (1 - z) \left(1 + \frac{A_1}{A_0} z + \frac{A_2}{A_0} z^2 + \frac{A_3}{A_0} z^3\right),$$

e poichè nei nodi è $du/dz = 0$, si deduce

$$5 \frac{A_3}{A_0} z^4 + 4 \left(\frac{A_2}{A_0} - \frac{A_3}{A_0}\right) z^3 + 3 \left(\frac{A_1}{A_0} - \frac{A_2}{A_0}\right) z^2 + 2 \left(1 - \frac{A_1}{A_0}\right) z - 1 = 0. \tag{27}$$

Per la sessa uninodale è $\lambda = 0{,}08354$. Consegue

$$\frac{A_1}{A_0} = -0{,}19506; \quad \frac{A_2}{A_0} = -0{,}54971; \quad \frac{A_3}{A_0} = +0{,}36062,$$

perciò la (27) diviene

$$1{,}80310\, z^4 - 3{,}64132\, z^3 + 1{,}06395\, z^2 + 2{,}39012\, z - 1 = 0.$$

L'unica radice compresa fra 0 e 1 (le sole che valgano per il nostro problema) è $z_1 = 0{,}43183$.

La sezione trasversale corrispondente all'uninodo è 38,14; la distanza da Riva dello stesso, km 35,534.

Per la sessa binodale è $\lambda = 0{,}2755$. Poiché

$$\frac{A_1}{A_0} = -3{,}4605; \quad \frac{A_2}{A_0} = +2{,}3085; \quad \frac{A_3}{A_0} = -0{,}4247,$$

la (27) diventa

$$2{,}1235\, z^4 - 10{,}9328\, z^3 + 17{,}3070\, z^2 - 8{,}9210\, z + 1 = 0,$$

che ammette le due soluzioni comprese fra 0 e 1

$$z_1 = 0{,}15351, \; z_2 = 0{,}70203.$$

Le sezioni trasversali corrispondenti ai due nodi sono 20,615 per il binodo Nord e 49,58 per il binodo Sud, le distanze da Riva essendo di km 17,508 per il primo e di km 44,890 per il secondo.

La sessa trinodale corrisponde a $\lambda = 0{,}5760$. Si ha

$$\frac{A_1}{A_0} = -6{,}73805; \quad \frac{A_2}{A_0} = +10{,}5504; \quad \frac{A_3}{A_0} = -3{,}7162;$$

e la (27) diviene

$$18{,}5810\, z^4 - 57{,}0664\, z^3 + 51{,}8655\, z^2 - 15{,}4761\, z + 1 = 0,$$

che ha le seguenti tre radici comprese fra 0 e 1:

$$z_1 = 0{,}08826, \quad z_2 = 0{,}42019, \quad z_3 = 0{,}84463.$$

Abbiamo pertanto: trinodo Nord coincidente con la sezione trasversale 13,75 e distante da Riva km 10,526; trinodo medio coincidente con la sezione trasversale 37,71 e distante da Riva km 35,086: trinodo Sud coincidente con la sezione trasversale 56,61 e distante da Riva km 48,400.

Per la sessa quadrinodale si è trovato $\lambda = 0{,}9935$. E' allora

$$\frac{A_1}{A_0} = -9{,}555; \quad \frac{A_2}{A_0} = +23{,}534; \quad \frac{A_3}{A_0} = -16{,}390,$$

mentre la (27) si scrive

$$81{,}950\, z^4 - 159{,}696\, z^3 + 99{,}267\, z^2 - 21{,}110\, z + 1 = 0,$$

le cui radici sono

$$z_1 = 0{,}06548; \; z_2 = 0{,}31126; \; z_3 = 0{,}64798; \; z_4 = 0{,}92398.$$

Consegue: quadrinodo Nord coincidente con la sezione trasversale 11,36 e distante da Riva km 8,165; quadrinodo medio Nord coincidente con la sezione trasversale 32,1 e distante da Riva km 29,310; quadrinodo medio Sud coincidente con la sezione trasversale 46,73 e distante da Riva km 43,441; quadrinodo Sud coincidente con la sezione trasversale 60,42 e distante da Riva km 50,423.

Distribuzione delle ampiezze.

Le ampiezze sono date dalla (24). Ci limiteremo al caso $m = 3$. Si ha allora senz'altro

$$\eta = a A_0 \left\{ 5 \frac{A_3}{A_0} z^4 + 4 \left(\frac{A_2}{A_0} - \frac{A_3}{A_0} \right) z^3 + 3 \left(\frac{A_1}{A_0} - \frac{A_2}{A_0} \right) z^2 + \right.$$
$$\left. + 2 \left(1 - \frac{A_1}{A_0} \right) z - 1 \right\}.$$

Per la sessa uninodale del Garda avremo

$$\eta = a A_0 \{1{,}80310\, z^4 - 3{,}64132\, z^3 + 1{,}06395\, z^2 + 2{,}39012\, z - 1\},$$

per la binodale

$$\eta = -a A_0 \{2{,}1235\, z^4 - 10{,}9328\, z^3 + 17{,}3070\, z^2 - 8{,}9210\, z + 1\},$$

per la trinodale

$$\eta = -a A_0 \{18{,}5810\, z^4 - 57{,}0664\, z^3 + 51{,}8655\, z^2 - 15{,}4763\, z + 1\},$$

e, infine, per la quadrinodale

$$\eta = -a A_0 \{81{,}950\, z^4 - 159{,}696\, z^3 + 99{,}267\, z^2 - 21{,}110\, z + 1\}.$$

Facendo variare z nelle quattro precedenti equazioni, si ha l'andamento dell'ampiezza per le quattro sesse considerate.

Le Figg. 2 e 3 danno una rappresentazione grafica dello andamento dell'ampiezza delle prime quattro sesse.

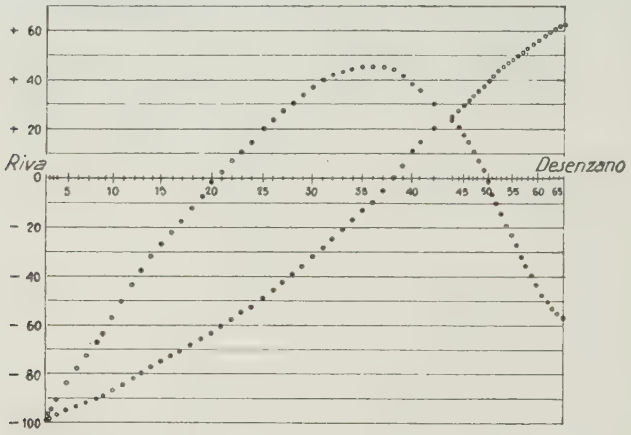


Fig. 2. Andamento degli spostamenti verticali delle sesse uninodale e binodale lungo il Garda, fatto uguale a 100 lo spostamento iniziale.

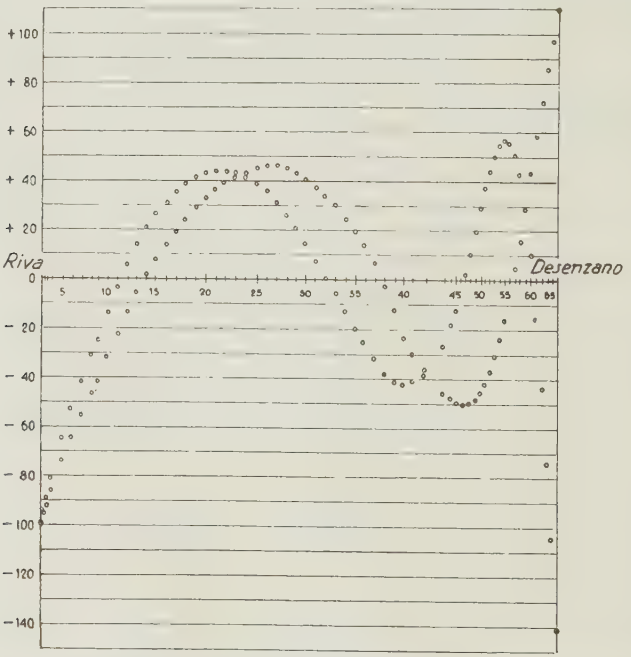


Fig. 3. Andamento degli spostamenti verticali delle sesse trinodale e quadrinodale lungo il Garda, fatto uguale a 100 lo spostamento iniziale.

Si noterà che, nella parte Sud del lago, le sesse uninodale e binodale presentano un'ampiezza che è circa i 6/10 di quella che si verifica nella parte Nord dove il lago, anche se più profondo, è però in compenso molto stretto. La sessa trinodale si presenta agli estremi pressochè con la stessa ampiezza, mentre la quadrinodale ha a Sud un'ampiezza che è circa una volta e mezza quella che si verifica a Nord; e ciò si spiega con il notevole spostamento verso Sud dei nodi di questa sessa, superiore a quello delle altre sesse, già molto accentuato.

3. Considerazioni riassuntive sulle sesse interessanti l'intero lago. Sessa uninodale.

Ben poco da osservare sulla oscillazione libera fondamentale del Garda. I calcoli conducono a valori in sufficiente accordo con quelli osservati. Le registrazioni ottenute a Riva (estremo Nord) e a Desenzano e a Peschiera (estremi meridionali) negli ultimi decenni, conducono concordemente ad un periodo medio di 43^{m}, che coincide con quello ottenuto in quest'ultimo lavoro.

Una riprova di questo valore, si è pure ottenuta per via sperimentale. E' stato costruito un modello del lago di Garda, in cui il rapporto di similitudine di Harris è dell'ordine di 850. Per quanto si riferisce all'uninodale, fatta la media di un gran numero di oscillazioni delle acque del modello, si è ottenuto $T_{M_1} = 3{,}06^{s}$.

In base al rapporto di similitudine, si ottiene per l'oscillazione uninodale del Garda il valore $T = 43{,}3^{m}$ a conferma dei valori tratti dalla teoria e dall'osservazione.

Sessa binodale.

L'oscillazione libera binodale, come si è già osservato, ha dato origine ha risultati molto contrastanti.

Il valore erroneo conseguito da Defant [*10*] applicando alle sesse del lago di Garda un metodo di Chrystal, non era da attribuirsi, come successivamente ritenne l'Autore [*8*], all'inefficacia del metodo, ma ad un errore sfuggito a Chrystal nella redazione prima della sua memoria, e ripreso poi da Defant nella sua applicazione.

Nel suo primo studio sulle sesse del Garda, Defant aveva approssimato la curva normale del lago ad una combinazione di tratti rettilinei (Fig. 1).

Nel caso di lago a fondo rettilineo, Chrystal sviluppò la seguente teoria. Se prendiamo l'origine della x in un punto dove la profondità è h, allora la legge della profondità è $h(x) = h\left(1 - \frac{x}{a}\right)$, dove a è una costante, positiva o negativa a seconda che il fondo del lago è inclinato verso l'alto o verso il basso nella direzione delle x crescenti.

Con le notazioni consuete, avremo pertanto

$$\xi h\left(1 - \frac{x}{a}\right) = u = P \sin n(t - \tau), \qquad \zeta = -\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{28}$$

dove P è determinato dalla

$$\frac{d^2P}{dx^2} + \frac{n^2 P}{g h \left(1 - \frac{x}{a}\right)} = 0. \tag{29}$$

Se si trasforma la (29) ponendo

$$\omega = 2 n a \sqrt{1 - \frac{x}{a}} \Big/ \sqrt{g h}, \qquad P = R \omega, \tag{30}$$

otteniamo

$$\frac{d^2R}{d\omega^2} + \frac{1}{\omega}\frac{dR}{d\omega} + \left(1 - \frac{1}{\omega^2}\right) R = 0, \tag{31}$$

che è un caso particolare dell'equazione di Bessel.

Se $J_n(\omega)$ e $Y_n(\omega)$ indicano le funzioni di Bessel e di Neumann, la soluzione generale della (31) è

$$R = A J_1(\omega) + B Y_1(\omega).$$

Consegue

$$\xi \omega = \{A J_1(\omega) + B Y_1(\omega)\} \sin n (t - \tau). \tag{32}$$

Chrystal dà poi

$$\zeta = \frac{2a}{h} \{A J_0(\omega) + B Y_0(\omega)\} \sin n (t - \tau). \tag{33}$$

Ma il coefficiente della (33) va invertito[1].

Per la prima delle (30) si ha infatti

$$\xi = -\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2 n^2 a}{g h \omega} \frac{\partial u}{\partial \omega}.$$

D'altronde per la 1ª delle (28) e per la (32)

$$n = \xi \omega \frac{\omega h^2 g}{4 n^2 a^2} = \omega \frac{h^2 g}{4 n^2 a^2} [A J_1(\omega) + B Y_1(\omega)] \sin n (t - \tau);$$

per cui

$$\zeta = \frac{h}{2a} \left[\frac{A}{\omega}\frac{d}{d\omega}\{\omega J_1(\omega)\} + \frac{B}{\omega}\frac{d}{d\omega}\{\omega Y_1(\omega)\}\right] \sin n (t - \tau).$$

Ma per una proprietà fondamentale delle funzioni $J_1(\omega)$, $Y_1(\omega)$ è

$$\frac{1}{\omega}\frac{d}{d\omega}[\omega J_1(\omega)] = J_0(\omega), \qquad \frac{1}{\omega}\frac{d}{d\omega}[\omega Y_1(\omega)] = Y_0(\omega).$$

Perciò

$$\zeta = \frac{h}{2a} \{A J_0(\omega) + B Y_0(\omega)\} \sin n (t - \tau). \tag{34}$$

Chrystal si servì della (33) per sviluppare alcuni casi particolari (curva normale a forma di triangolo isoscele, inclinazione secondo una sola direzione, curva normale a forma di triangolo scaleno, ecc.), introducendo nuovi errori nei coefficienti.

---

[1] Di ciò, del resto, ebbe ad accorgersi lo stesso Chrystal che, in una successiva enrata-corrige [*16*], diede l'espressione esatta.

Defant si valse pure della (33) nello sviluppo del caso da lui considerato, relativo al lago di Garda, anch'egli giungendo, naturalmente, a formule con i coefficienti più o meno alterati. Poichè egli assimilò la curva normale a tratti rettilinei raccordati, come da Fig. 1, la formula corretta per i periodi [(30) nella trattazione di Defant] doveva essere come la (8).

Nel caso del Garda, Defant aveva ottenuto

$$a_1 = 178,\ a_2 = 64,\ a_3 = 145,\ h_1 = 23500,\ h_2 = 8490,\ r = 37.$$

Con questi dati, ho voluto risolvere la (8), tenendo conto delle (9), con il metodo delle approssimazioni successive e valendomi di tabelle delle funzioni di Bessel e Neumann. I primi tre valori di n, che annullano la (8), sono:

$$n_1 = 0{,}00253,\ n_2 = 0{,}0043,\ n_3 = 0{,}00586,$$

a cui corrispondono i periodi

$$T_1 = 41{,}39^{\text{m}},\ T_2 = 24{,}35^{\text{m}},\ T_3 = 17{,}87^{\text{m}},$$

che costituiscono i periodi delle sesse uninodale, binodale e trinodale del lago di Garda. Questi valori sono in buon accordo con quelli ottenuti da Vercelli e da me con altri metodi. Defant invece era pervenuto, a causa dei coefficienti sbagliati, ai valori $42{,}8^{\text{m}}$; $28{,}00^{\text{m}}$; $20{,}13^{\text{m}}$.

Resta comunque provato, anche per questa via, che la sessa osservata a Riva, con periodo fra 28^{m} e 30^{m} (circa 30^{m} secondo Valentin e Teglio: $28{,}58^{\text{m}}$ valore medio di 62 serie osservate da Defant), non interessa l'intero lago. Del resto, lo stesso Defant, come si è già osservato, applicando il suo metodo al Garda, ottenne per la binodale il valore di $22{,}65^{\text{m}}$. Convinto ormai che l'oscillazione di $28{,}6^{\text{m}}$ non interessava l'intero lago, emise l'ipotesi che essa fosse relativa alla parte settentrionale, più stretta, del lago stesso, da Toscolano a Riva. Vedremo che ciò risponde a verità.

Una definitiva conferma sul valore di 23^{m}—24^{m} per la binodale dell'intero lago, si ottenne con l'uso del modello sopra citato. Come media di molte oscillazioni binodali delle acque del modello, si ottenne infatti $T_{M_2} = 1{,}64^{\text{s}}$, cui corrisponde per le sesse binodali del Garda, tenendo conto del fattore di similitudine, il periodo $T_{G_2} = 23^{\text{m}},2$. Ogni dubbio residuo era pertanto fugato[1].

II. Oscillazioni libere interessanti parti del Garda.

Un bacino esteso, e della forma complessa, come quello del lago di Garda, non può evidentemente esaurire le proprie libere oscillazioni a quelle che lo interessano nella sua totalità. Anche i suoi golfi, e parti determinate comunque limitate dalle sponde, possono essere sede di oscillazioni proprie.

[1] E' strano che, non ostante quanto è stato sopra riportato, nei testi di oceanografia venga ancora riportato, come valore della binodale del Garda, il periodo di $28{,}6^{\text{m}}$; questo, tanto in Thorade [*17*], quanto in Defant [*18*].

Sulla base di queste considerazioni, mi sono proposto di ricercare quali parti del lago di Garda potevano essere animate da sesse.

Ho cominciato con il bacino occidentale Desenzano—Riva.

1. a) Sesse del bacino occidentale.

Il lago di Garda non presenta una linea di valle unica, attorno alla quale si verifichi la distribuzione più o meno simmetrica delle acque. La linea di valle, che in effetti appare singola nella parte settentrionale del Garda fino all'altezza di Toscolano, ivi presenta una ramificazione secondaria verso il golfo di Salò e il fondo si appiattisce, sollevandosi a piano lievemente inclinato, dando luogo ad un canale più profondo a ridosso della linea Punta S. Vigilio—Sirmione.

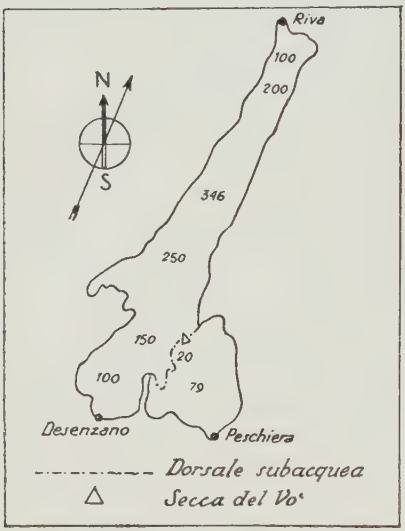


Fig. 4.

In questa zona si osserva poi la caratteristica precipua del lago di Garda: l'esistenza cioè di una dorsale subacquea che, con andamento più o meno contorto e continuo, collega la penisola di Sirmione a Punta S.Vigilio (Fig. 4): tale dorsale, che, in più punti, si solleva a 20 m dalla superficie delle acque (Monte Cor, M. Saol, M. Croce, M. Costiol, M. S. Procol, ecc.), e, in un punto, — Monte Vò — quasi affiora (2—4 m dal livello esterno), divide praticamente il lago in due bacini, che presentano la comunicazione più profonda (60 m) attraverso uno stretto canale fra la secca del Vò e il Monte Merlo (Fig. 4). Il bacino occidentale, molto più lungo e profondo, va da Desenzano a Riva; quello orientale, che diremo di Peschiera-Garda, presenta la massima profondità di 79 metri in un punto del canale subacqueo che, con quelche soluzione di continuità, collega la secca del Vò con Peschiera, mentre in una vasta zona fra la penisola di Sermione e Peschiera lo strato di acqua è molto sottile.

Questi bacini possono presentare le condizioni per la coesistenza di moti liberi indipendenti. In questa parte del lavoro, mi sono proposto di ricercare dette condizioni per quanto riguarda il bacino occidentale.

Gli elementi necessari al calcolo sono stati dedotti da una carta del Garda al 25000 (Ist. Geogr. Militare), contenente le linee isobate di 25 in 25 m (esclusa l'estremità superiore del lago, per la quale supplii con una carta a scala più piccola). La parte occidentale del lago, limitata ad oriente, da Punta S. Vigilio a Sirmione, dalla così detta linea dei

monti subacquei (vedi Fig. 5), è stata suddivisa in 67 sezioni trasversali, perpendicolarmente alla linea di valle Riva—Desenzano. Fu escluso dal computo il piccolo bacino compreso fra l'Isola del Garda, gli Scogli dell'Altare, l'Isola di S. Biagio e Punta S. Fedele, e da qui lungo la costa occidentale, fino a Punta S. Fermo, di fronte all'Isola del Garda: il fondo di tale bacino, della profondità di ca. 50 m, nella parte orientale si solleva fino ad affiorare in superficie nelle scogliere fra l'Isola di S. Biagio e l'Isola del Garda (che lo limita a Nord), formando praticamente un laghetto a sè. L'area delle sezioni trasversali $S(x)$ e delle superficie parziali $v(x)$ furono determinate con un planimetro. I risultati delle misure sono riportati nella Tabella I di un mio precedente lavoro [*13*].

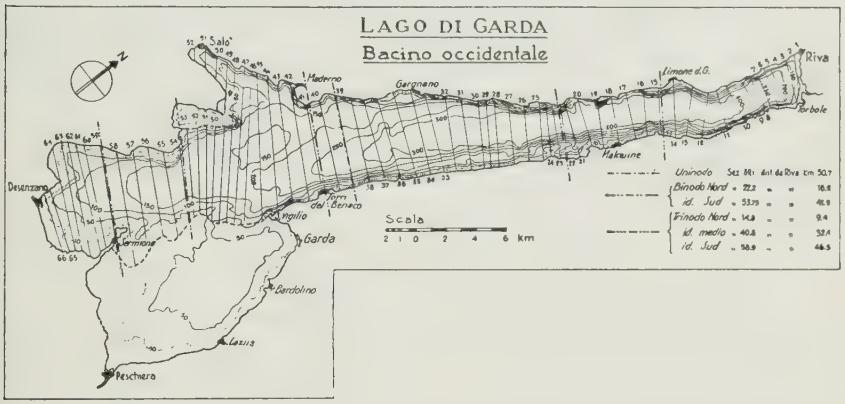


Fig. 5. Dalla figura (che riporta soltanto alcune linee isobate), data la posizione dell'uninodo, appare chiara l'impossibilità della realizzazione della sessa uninodale del bacino occidentale, mentre tale possibilità si realizza per la sessa binodale.

L'applicazione del metodo di Hidaka fu limitata al caso $m = 2$; si ritenne superflua l'estensione $m = 3$. Anche in questo caso, si è dovuto ricorrere all'integrazione numerica, data la complessità della curva normale relativa al bacino occidentale del Garda. Gli integrali risultano avere i seguenti valori:

$$I_0 = 4{,}9530903;\ I_1 = 2{,}3203469;\ I_2 = 1{,}3566569;\ I_3 = 0{,}9027715;$$
$$I_4 = 0{,}6502238.$$

Per $m = 2$, si ha (con riferimento alla [*21*])

$$184545\,\lambda^3 - 123359\,\lambda^2 + 21712\,\lambda - 952{,}38 = 0,$$

da cui

$$\lambda_1 = 0{,}0664723,\ \lambda_2 = 0{,}18716,\ \lambda_3 = 0{,}41482$$

e quindi per la [*23*], ed essendo $a = 274406250\ \mathrm{m}^2$ (escluso il bacino S. Biagio—Isola del Garda),

$$T_1 = 35{,}38^{\mathrm{m}},\ T_2 = 21{,}21^{\mathrm{m}},\ T_3 = 14{,}25^{\mathrm{m}},$$

che sarebbero i valori relativi alle prime tre sesse del bacino occidentale del Garda. L'esame dei nodi ci permetterà di stabilire quali di queste sesse sono dinamicamente possibili.

Nodi.

Nel caso $m = 2$, per l'onda uninodale si ha l'equazione

$$1{,}2356\, z^3 - 2{,}6484\, z^2 + 3{,}1478\, z - 1 = 0,$$

essendo $z = \frac{v}{a}$. L'unica soluzione minore dell'unità (come il problema esige) di questa equazione è $z_1 = 0{,}45476$. La sezione dell'uninodo è quindi 39,084; e l'uninodo dista da Riva km 30,684.

L'onda uninodale del bacino occidentale del Garda verrebbe ad avere la linea nodale nella parte settentrionale del lago, al di fuori dell'apertura Sirmione—S. Vigilio, che unisce i due bacini fra loro: *la sessa uninodale del bacino occidentale del Garda non è quindi fisicamente possibile.* Difatti, le osservazioni non hanno mai fornito esempi di onde aventi tale periodo.

Il valore di λ corrispondente all'onda binodale è, per $m = 2$, $\lambda = 0{,}18716$. Si ha allora

$$0{,}9980\, z^3 - 7{,}8345\, z^2 + 6{,}7240\, z - 1 = 0,$$

che ammette le soluzioni minori di 1

$$z_1 = 0{,}18959,\ z_2 = 0{,}76662.$$

La sezione del binodo Nord è pertanto 22,176, distante da Riva km 16,188: la sezione del binodo Sud è 53,75, distante da Riva km 41,475.

Il nodo meridionale della sessa binodale cade quindi (v. Fig. 5) in piena zona di comunicazione dei due bacini del Garda: *la sessa binodale del bacino occidentale è perciò fisicamente possibile.* Il suo periodo teorico risulta di 21,2 m mentre il periodo calcolato per l'intero lago era di 23,66 m. Resta così chiaramente spiegata la gamma piuttosto estesa dei valori osservati per la sessa binodale del Garda, ritenuta unica, valori che vanno da 20 m a 24 m: si tratta in realtà di due sesse binodali, con periodo diverso: ecco perchè considerata come sessa unica, la media dei valori osservati risulta leggermente inferiore alla sessa interessante l'intero lago e leggermente superiore a quella relativa al bacino occidentale.

Per la sessa trinodale, corrispondente a $\lambda = 0{,}41482$, si ha l'equazione dei nodi

$$21{,}452\, z^3 - 31{,}933\, z^2 + 12{,}562\, z - 1 = 0,$$

che ammette le soluzioni

$$z_1 = 0{,}10625,\ z_2 = 0{,}49370,\ z_3 = 0{,}88863.$$

I nodi della sessa trinodale del bacino occidentale del Garda corrispondono quindi alle sezioni 14,787; 40,765; 58,883 e distano da Riva km 9,39; 32,365; 46,48 rispettivamente.

La sessa trinodale ha quindi qualche probabilità di effettiva realizzazione.

b) La sessa di 30^{m} circa.

Questa oscillazione registrata solo a Riva (limitatamente alla parte occidentale), non può interessare che la parte settentrionale del Garda. Defant, nel suo secondo lavoro sulle sesse del Benaco, ritiene che essa riguardi il tratto Riva—Toscolano, presentando in corrispondenza di quest'ultima località la sua linea nodale, il che equivale a considerare l'intera parte settentrionale del Garda come una baia.

E' noto che l'oscillazione libera dell'acqua in una baia è uguale a quella di un lago di lunghezza doppia, tenuto conto della correzione di bocca. Perciò se l ed h denotano rispettivamente la lunghezza e la profondità di una baia rettangolare di profondità costante, il periodo T dell'oscillazione libera nella baia, avente il nodo alla sua bocca e il ventre al suo estremo, sarà dato dalla formula

$$T = \frac{4\,l}{\sqrt{g\,h}},$$

quando si trascuri la correzione dovuta alla bocca.

Una formula che dà un valore approssimato di detta correzione fu trovata da geofisici giapponesi [*19*], che si valsero negli sviluppi analitici delle conclusioni raggiunte da Rayleigh nello studio della reazione dell'aria sopra un pistone rettangolare vibrante, di lunghezza molto grande rispetto alla larghezza. Fatto

$$P = \frac{1}{2\,\pi}\left(\frac{3}{2} - \gamma - \lg_e \frac{\pi\,b}{4\,l}\right),$$

dove γ è la costante di Mascheroni ($\gamma = 0{,}5772\ldots$) e b la larghezza della bocca, la correzione di bocca è data dall'espressione

$$\left(1 + 4\,P\,\frac{b}{l}\right)^{1/2}, \tag{35}$$

per la quale il periodo va moltiplicato.

Il problema di cercare il periodo d'oscillazione in baie di forma irregolare è riducibile a quello delle sesse in un lago a forma irregolare. Per un lago la cui forma non differisca molto da quella di un bacino rettangolare, i citati scienziati giapponesi hanno svolto una teoria che conduce alla formula

$$T_i = \frac{2\,l}{i\sqrt{g\,h_0}}\left\{1 + \frac{1}{2\,l\,b_0}\int_0^l \Delta b\,(x)\cos\frac{2\,i\,\pi\,x}{l}\,dx + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2\,l\,S_0}\int_0^l \Delta S\,(x)\cos\frac{2\,i\,\pi\,x}{l}\,dx\right\}, \tag{36}$$

dove l indica la lunghezza dell'intero bacino, misurata lungo una linea parallela alla linea di valle; x la distanza da uno degli estremi del bacino; $b\,(x)$ la larghezza e $S\,(x)$ la superficie della sezione trasversale condotta normalmente alla linea di valle alla distanza x; b_0 la larghezza media, S_0 la sezione media e h_0 la profondità media dell'intero bacino: infine è

$$\Delta b\,(x) = b\,(x) - b_0,\ \Delta S\,(x) = S\,(x) - S_0.$$

Nella parentesi, la prima espressione seguente l'unità indica la correzione per la larghezza, la seconda la correzione per il volume; nell'insieme, costituiscono la correzione totale della semplice formula, detta di Merian,

$$T_i = \frac{2\,l}{i\sqrt{g\,h_0}}.$$

Applicando la (36) al caso di una baia, basta considerare un lago la cui forma sia simmetrica rispetto al piano verticale attraverso la linea di bocca, e cercare il periodo delle sesse di tale lago. Questo periodo, corretto dall'azione della bocca, è il richiesto periodo d'oscillazione della baia.

Feci in questo senso, una prima applicazione dell'equazione (36) nella validità dell'ipotesi di Defant, considerando come bocca della baia la sezione all'altezza di Toscolano. I calcoli però, tenuto conto della correzione di bocca, portarono com'era da prevedere, ad una valore del periodo troppo elevato, dell'ordine di 45 m. La sessa di 30 m non interessa quindi l'intera parte settentrionale del lago.

Riapplicai la (36) e la (35) al tratto che da Riva va alla sezione distante 21,1 km, corrispondente alla zona più profonda del lago.

I dati per il calcolo della sessa uninodale ($i = 1$) sono contenuti nella Tabella N. 2 di un mio lavoro, già citato [*13*].

La correzione di bocca essendo dell'ordine di 1,17, ottenni per il periodo covretto $T = 29{,}7$ m. La sessa di circa 30 m, osservata talvolta a Riva, interessa quindi la parte settentrionale del Garda, limitata a Sud dalla zona profonda del lago.

c) Golfo di Desenzano.

Nel golfo di Desenzano possono presentarsi almeno due tipi di movimenti: sesse dovute allo zoccolo subacqueo prossimo alla costa e sesse dovute al golfo preso nel suo complesso, limitato a nord dalla linea Punta di Sermione—Punta S. Sevino (Fig. 6).

Per quanto riguarda il primo tipo di sesse („shelf-seiches" dei Giapponesi) valgono i profili da *a* a *p* della Fig. 6. La media dei primi sette profili (Fig. 6) dà una distanza dello zoccolo dalla riva di $l = 500$ m, con una profondità media di $h = 4$ m. Il periodo della sessa corrispondente sarà pertanto $T = 5{,}3$ m. La media dei profili da *h* a *p* (Fig. 6) dà una distanza dello zoccolo dalla riva di 2000 m, con una profondità media di m 16; è allora $T = 10{,}65$ m. I profili da *d* a *o* danno in media i seguenti valori: $l =$ m 550, $h = 4{,}4$. Consegue $T = 5{,}6$ m.

Le sesse dovute allo zoccolo del lago, registrate a Desenzano, dovrebbero avere quindi un periodo di ca. 6 m. Le sesse di questo periodo effettivamente registrate a Desenzano sono quindi da attribuirsi, più che a sesse multinodali interessanti l'intero lago (cosa molto improbabile), allo zoccolo del golfo. A Rivoltella, che trovasi proprio alla base del golfo stesso, le sesse dovute allo zoccolo dovrebbero avere periodi dell'ordine di 11 m.

Veniamo ora alle sesse interessanti l'intero golfo. Data l'irregolarità del bacino, ritenni troppo approssimativo il metodo sintetizzato nella (36).

Un altro metodo relativo alle oscillazioni libere nei golfi è quello di Goldberg e Kempni [20], il quale prende le mosse dalla bocca del golfo ($\eta_0 = 0$), supponendo arbitraria la massa d'acqua m_0 che attraversa la sezione di bocca S_0 nel tempo $T/4$.

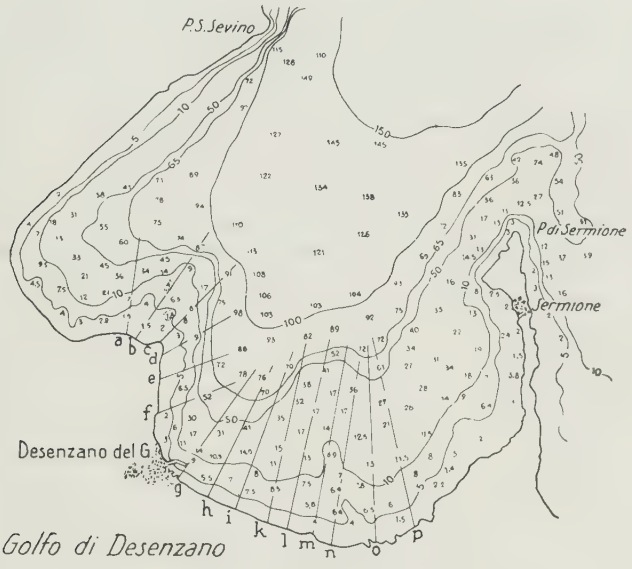


Fig. 6.

La massa d'acqua m_0 determina i massimi spostamenti orizzontali ξ_ν e dislivelli η_ν nell'interno del golfo. La prima parte delle (26), scritta nella forma

$$\frac{d\eta_\nu}{dx} = \frac{4\pi^2}{gT^2}\xi_\nu,$$

dà l'inclinazione della tangente al profilo longitudinale della superficie libera oscillante del golfo. Poichè questa inclinazione viene supposta costante per ogni suddivisione, ciò che equivale a ritenere trascurabile il piccolissimo ammontare di $\frac{d^2\eta}{dx^2}$ in tutti i casi di bacini naturali, il profilo longitudinale del golfo in oscillazione viene approssimato in una linea spezzata, i cui tratti corrono parallelamente alla tangente di profilo. Ora è

$$\Delta\eta_{\nu+1} = \frac{d\eta_\nu}{dx}\Delta x_{\nu+1}$$

e lo schema di calcolo per l'integrazione numerica diviene:

$$\xi_\nu = \frac{m_\nu}{S_\nu}, \qquad \frac{d\eta_\nu}{dx} = \frac{4\,\pi^2}{g\,T^2}\,\xi_\nu,$$

$$\eta_{\nu+1} = \eta_\nu + \frac{d\eta_\nu}{dx}\,\Delta x_{\nu+1}, \qquad m_{\nu+1} = m_\nu - \frac{\eta_\nu + \eta_{\nu+1}}{2}\,\Delta v_{\nu+1}. \tag{37}$$

L'ultima delle (37) esprime che l'eccedenza dell'acqua entrante da S_ν su quella uscente da $S_{\nu+1}$ determina il dislivello sulla superficie $\Delta v_{\nu+1}$ che intercede fra queste sezioni.

La relazione sul contorno per l'estremo chiuso del golfo dà ora nuovamente

$$m_n = m_0 - \sum_{1}^{n-1}{}_{n} \frac{\eta_\nu + \eta_{\nu+1}}{2}\,\Delta v_{\nu+1} = 0. \tag{38}$$

L'applicazione del metodo di Goldberg e Kempni [*20*] al golfo di Desenzano, con i periodi 14^m; 15,0^m; 15,2^m ha dato per m_n i valori $-0{,}081$, $-0{,}049$, $-0{,}031$ rispettivamente, che non soddisfano la (38). Il valore $T = 15{,}5^m$ portò invece ad un m_n pressochè nullo.

Fig. 7. Andamento ampiezza verticale sesse golfo di Desenzano dalla bocca (0) alla base (12).

Corretto il periodo dall'effetto di bocca, si ottiene in definitiva $T = 20{,}2^m$. La Fig. 7 dà l'andamento degli spostamenti verticali provocati dalla sessa.

Il periodo della sessa del golfo di Desenzano risulta quindi prossimo a quello della sessa binodale del bacino occidentale del Garda; nelle registrazioni però dovrebbe essere facilmente individuabile poichè, com'è noto, le sesse dei golfi o delle baie sono notevolmente smorzate. In forza di questo smorzamento, anzi, il periodo della sessa del golfo potrebbe risultare lievemente maggiore; l'azione prolungatrice dello smorzamento potrà però essere dedotta solo dalle osservazioni.

d) Golfo di Salò.

Il golfo di Salò presenta caratteristiche morfologiche adatte all'amplificazione dei moti liberi e forzati delle sue acque. La bocca del golfo può pensarsi costituita dalla sezione verticale che dalla punta orientale

dell'isola di Garda va alla punta di Fasano. Il golfo (Fig. 8) è stato suddiviso in 15 sezioni mediante piani trasversali, normali alla linea di valle [*13*].

Si è applicato il metodo di Goldberg. Il valore $T = 9^m$ essendo risultato troppo piccolo, furono fatte ulteriori applicazioni con i valori $T = 10^m$ e $T = 10{,}4^m$. Quest'ultimo soddisfa pienamente alle condizioni del metodo. Ricordando la correzione di bocca, consegue per il periodo della sessa uninodale del golfo di Salò il valore $T = 13{,}37^m$.

Fig. 8.

La Fig. 9 dà l'andamento della componente verticale della sessa lungo tutto il golfo. Riesce interessante il suo confronto con l'analogo andamento per la sessa del golfo di Desenzano. Dalle tabelle risulta che la sezione di bocca del golfo di Salò è circa 0,76 volte quella del golfo di Desenzano; dagli spostamenti massimi calcolati per gli estremi dei due golfi si deduce che l'ampiezza della sessa a Salò è circa tre volte quella della analoga a Desenzano.

Il golfo di Salò all'altezza di Barbarano si restringe bruscamente e sensibilmente, dando luogo ad un golfo meno esteso, che può essere, a sua volta, sede di moti stazionari liberi. Ho determinato pertanto il periodo della sessa uninodale relativa a questo golfo ristretto. Mi sono valso di 9 sezioni, dalla bocca al fondo del golfo. Ho ottenuto un periodo, non corretto, di $7{,}8^m$.

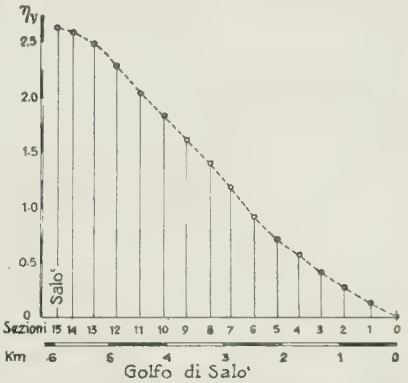


Fig. 9. Andamento ampiezza verticale oscillazione golfo di Salò, dalla bocca (0) alla base (15).

In questo caso, il fattore della correzione di bocca risulta pari a 1,2724, per cui il periodo corretto è $T = 9{,}7^m$.

Terminati i calcoli, ho avuto a disposizione le registrazioni di Salò, dalle quali risulta che, in effetti, a Salò vengono registrate esclusivamente (almeno nei due anni 1940—41 dei quali ho potuto usufruire) le due sesse sopra calcolate, con prevalenza del tipo relativo al golfo ridotto. Riporto quì alcuni esempi di registrazione (Fig. 13).

2. Sesse del bacino orientale (Peschiera—Garda).

Una trattazione a parte meritava il bacino orientale del Garda (bacino Peschiera—Garda), che, sotto certi aspetti, forma un bacino a sè. Infatti, l'esistenza di una dorsale subacquea (dai pescatori chiamata linea dei Monti) che da Punta Sirmione porta a Punta S. Vigilio, viene a fare del bacino Peschiera—Garda un bacino con caratteristiche proprie, con propri movimenti. Osserviamo ancora che tale bacino ha una profondità media molto piccola e che pertanto sarebbe capace, qualora le condizioni idrodinamiche lo consentissero, di lunghissime oscillazioni proprie.

Lo studio delle oscillazioni di questo bacino si presentava pertanto, tutt'altro che agevole. Le osservazioni mostravano l'esistenza di tutta una serie di oscillazioni, registrate a Peschiera, che da periodi di 30 m ca. vanno a periodi di pochi minuti.

In questo lavoro, mi sono proposto di giustificare tali oscillazioni nel senso fisico e di spiegare le loro principali caratteristiche, intimamente legate alla forma del bacino stesso, alla sua piccola profondità ed al fatto di essere esso collegato con un bacino molto più esteso, ma nello stesso tempo notevolmente più profondo.

Il primo grosso problema da risolvere consisteva nel rispondere alla seguente domanda: l'oscillazione di 30 m interessa l'intero bacino Peschiera—Garda considerato come golfo aperto sul restante bacino occidentale?

E' già stato risposto negativamente a questa domanda [*21*].

Furono fatte due ipotesi. La prima contempla l'oscillazione del bacino come golfo aperto sulla bocca punta S. Vigilio—Sirmione, oscillante in media direzione Est-Ovest e quindi con andamento pressochè parallelo alla costa Peschiera—Lazise—Garda. Furono allora tracciate tredici sezioni del bacino stesso con l'andamento dianzi accennato. Fu applicato il metodo di Hidaka nel caso $m = 2$; si ottennero i seguenti risultati:

$$\text{periodo oscillazione uninodale} = 56^{\text{m}},$$

$$\text{periodo oscillazione binodale} = 29{,}5^{\text{m}}.$$

Tali risultati sono evidentemente negativi ai fini della nostra ricerca. Va osservato infatti che essi risulterebbero anche maggiori di quelli ottenuti, in quanto andrebbero moltiplicati per il fattore di correzione di bocca, nel caso in esame piuttosto sensibile. Un'oscillazione uninodale, di certo superiore all'ora, sarebbe possibile solo se il golfo Peschiera—Garda fosse aperto su un bacino con periodo di oscillazione uninodale per lo meno uguale. Sappiamo invece che il Garda, nel suo complesso, ha un'oscillazione di 43 m. Il valore ottenuto per questa via è quindi da scartare. Lo stesso dicasi per l'oscillazione binodale, che risulterebbe notevolmente superiore alla oscillazione binodale dell'intero lago (24 m ca.).

Le oscillazioni con le caratteristiche sopraddette potrebbero aver luogo eventualmente solo come oscillazioni forzate.

Si è allora passati ad una seconda ipotesi, che considera l'intero bacino orientale come oscillante a sè in direzione Nord-Sud.

Il bacino Peschiera—Garda fu suddiviso in 33 sezioni, normali alla linea di valle, con generale andamento Est-Ovest (Fig. 10). La linea di valle è costituita dal canale subacqueo che dalla secca del Vò — e sul lato occidentale di questa — conduce a Peschiera, di dove esce con il nome di Mincio.

I dati in dettaglio sono riportati in un precedente lavoro. Basti dire che l'applicazione del metodo di HIDAKA ha portato, per l'uninodale, al valore effettivo di $T = 29^{m}$ ca.

Questo risultato poteva essere ritenuto soddisfacente. Esso consentiva infatti di poter concludere che l'oscillazione di 30^{m} ca. registrata a Peschiera interessava il bacino Peschiera—Garda solo parzialmente: in

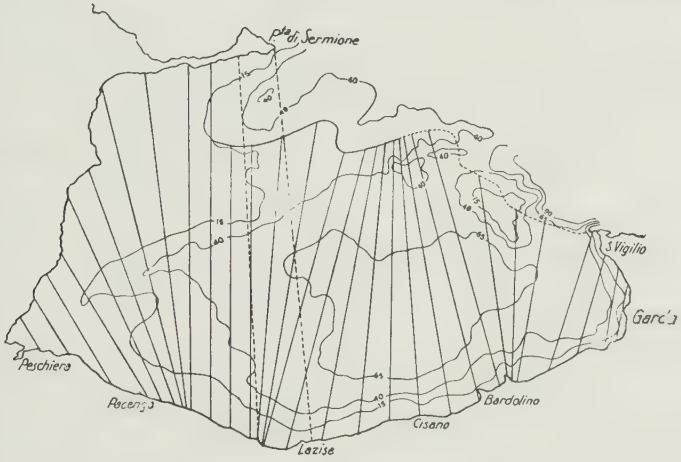


Fig. 10. Bacino orientale Peschiera—Garda. La linea punta di Sermione—Lazise costituisce la bocca (uninodo) della oscillazione fondamentale.

altri termini l'oscillazione stessa non aveva la linea nodale in corrispondenza del tratto punta Sirmione—punta S. Vigilio, bensì un uninodo interno al bacino stesso. Si poteva quindi arguire che tale uninodo doveva limitare, verso Nord, la parte del bacino Peschiera—Garda oscillante come golfo con il periodo suddetto.

Restava da trovare una conferma sperimentale a questo risultato, conferma che avrebbe servito poi per l'applicazione di un metodo analitico, atto a precisare il valore dell'uninodale del golfo ridotto.

Mi sono servito a questo scopo di un modello del lago di Garda, espressamente costruito per lo studio particolareggiato delle oscillazioni libere dell'intero lago e di sue singole parti.

Il modello in parola, come si è detto, è stato costruito in modo da far assumere al rapporto di similitudine di HARRIS il valore di 850.

Per quanto si riferisce al bacino Peschiera—Garda, furono seguiti accorgimenti opportuni che hanno consentito di ottenere, come periodo dell'oscillazione fondamentale del relativo modello, il valore $T = 2{,}05^{s}$.

Che questo sia il periodo della fondamentale del golfo ridotto Peschiera—Garda, è provato dal fatto che, con tale ritmo, l'oscillazione del modello persiste a lungo, presentando la linea nodale in corrispondenza del tratto punta Sirmione—Lazise.

Tenuto conto del rapporto di riduzione con cui è stato costruito il modello, ne consegue che il periodo della fondamentale del bacino Peschiera—Garda deve essere dell'ordine di 29 m ca. Questo valore è assai prossimo alla media dei periodi di detta oscillazione, quali vengono osservati a Peschiera.

Si aveva così la prova sperimentale sull'esistenza di una oscillazione che interessava solo parzialmente il bacino Peschiera—Garda, nel senso che la sua linea nodale può essere senz' altro ritenuta come limite della parte del bacino che entra in oscillazione con quel periodo.

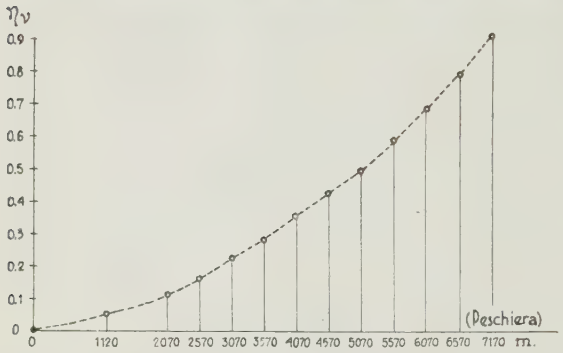


Fig. 11. Andamento ampiezza verticale sessa fondamentale bacino di Peschiera.

Una ulteriore conferma di questo risultato poteva aversi applicando al golfo ridotto uno dei metodi analitici che valgono appunto per i bacini aperti. Ed è quello che è stato fatto con l'applicazione del metodo di Goldberg.

Per quanto riguarda il caso in esame, furono praticate al golfo ridotto, a partire dalla linea nodale, considerata come linea di bocca, dodici sezioni (Fig. 10).

Furono fatte applicazioni del metodo partendo da un valore di 22 m, valore che si è dimostrato troppo piccolo.

Per un periodo di 25 m veniva invece un piccolo eccesso, nella condizione di azzeramento contenuta nella (38). Una ulteriore applicazione fatta per $T = 23{,}8$ m ha portato a soddisfare in pieno la (38) (Fig. 11).

Restava ora da stabilire la correzione di bocca. Si è applicato il fattore correttivo (35).

Nel nostro caso, il rapporto b/l vale 0,8. Per un tale rapporto, si ottiene un fattore di correzione pari ad 1,3. Pertanto il periodo dell'oscillazione fondamentale del golfo ridotto risulta, in definitiva, pari a $T = 30{,}9$ m.

Si sa però che la formula ottenuta dai giapponesi non è da tutti accettata come rispondente alla realtà dei fatti. Comunque, essa vale per bacini aperti di forma rettangolare e con profondità uniforme. Di recente la questione è stata ripresa da G. Neumann [*22*] il quale ha concluso che risponde molto meglio all'esperienza il considerare un fattore correttivo crescente linearmente al crescere del rapporto b/l.

Nella Fig. 12 sono riportati i risultati ottenuti sperimentalmente da NEUMANN, nonchè la curva corrispondente alla formula giapponese. Da detta figura risulta che il divario è particolarmente notevole per valori del rapporto b/l minori di 0,5 e maggiori di 1. Per quanto si riferisce al caso in esame, sia la formula giapponese, sia la relazione di NEUMANN conducono allo stesso risultato, come appare chiaro dalla figura citata. Pertanto, possiamo concludere assegnando al valore ottenuto per il periodo una buona attendibilità.

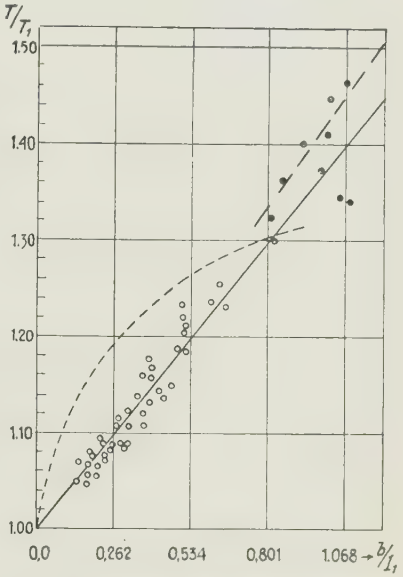


Fig. 12. Dipendenza del fattore di correzione T/T_1 dalle dimensioni della bocca (b = Largh. bocca; l_1 = lungh. effettiva bacino). La linea curva rappresenta la „teoria giapponese"; i punti e i tratti rettilinei rappresentano i risultati delle esperienze di NEUMANN.

Registrazioni sistematiche dei movimenti liberi del bacino Peschiera—Garda non sono ancora state compiute. Però a Peschiera, da qualche decennio, funziona un idrometrografo, il cui scopo specifico è quello di rivelare le variazioni di livello del lago. Lo strumento ha una sensibilità sufficiente per consentirgli altresì la registrazione delle sesse. Esso infatti dà, quasi di continuo, notevoli esempi di registrazione delle sesse uninodali interessanti l'intero lago, nonchè di altri movimenti liberi che riguardano sia il lago nella sua totalità sia il bacino Peschiera—Garda o parti di esso.

Fra queste registrazioni non mancano naturalmente quelle oggetto di questo studio. Nello spoglio dei limnogrammi ottenuti nel 1941 abbiamo trovato evidenti esempi di oscillazioni con periodo fra i 30 m e i 31 m. Nelle Fig. 14 b, c, d ne sono riportati alcuni.

Il modo come si verificano, conferma l'origine idrodinamica di dette oscillazioni, le quali, come appare dalle figure vengono registrate singolarmente, separate da intervalli più o meno lunghi. Ciò si spiega, tenendo presente che tali registrazioni interessano solo una parte del golfo, e quindi sono oscillazioni di un bacino aperto sopra altro bacino molto più esteso. In tal modo, quando la causa perturbante agisce, l'oscillazione tornando dalla base del golfo, prosegue oltre l'uninodo come onda progressiva e pertanto si esaurisce in un periodo. L'insorgere di una nuova oscillazione, presuppone la ripresa o la continuità della causa origine. A questo riguardo, gli esempi riportati sono particolarmente significativi.

A Peschiera naturalmente, si ha la registrazione di tutta una serie di oscillazioni che, dall'uninodale interessante l'intero lago (con un periodo di 43 m ca., Fig. 13 b) vanno a quelle riguardanti lo zoccolo che dalla spiaggia di Peschiera si protende verso il largo. La

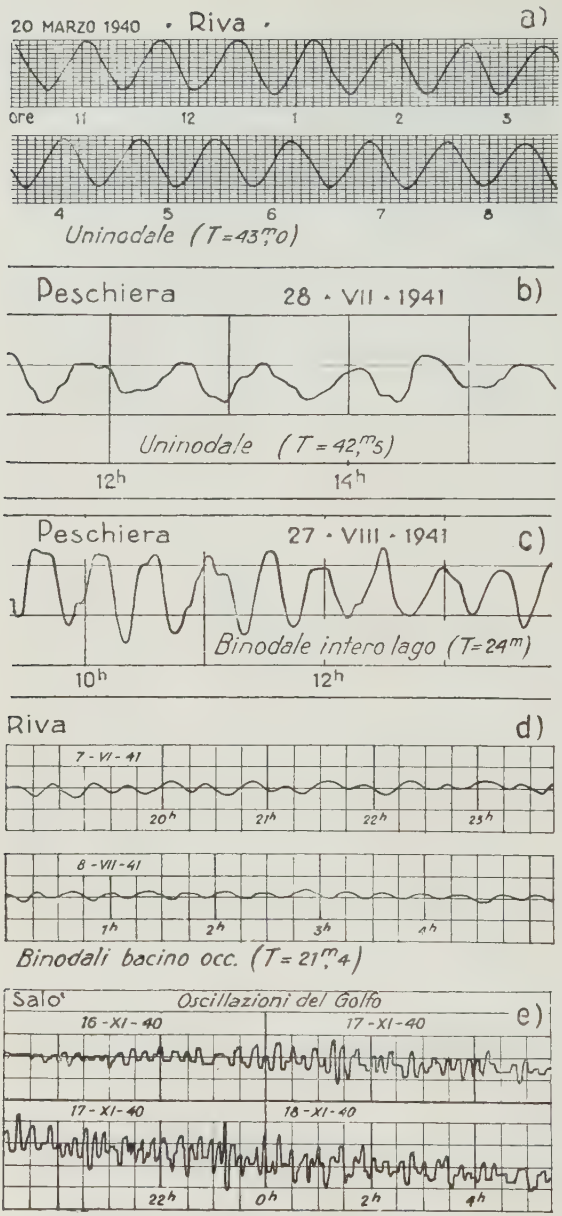


Fig. 13. Esempi di oscillazioni libere uninodali e binodali registrate a Riva e a Peschiera; sesse del golfo di Salò (2/15 delle ampiezze naturali).

Fig. 14 a riporta esempi anche di queste ultime oscillazioni. Particolarmente frequenti, si presentano pure oscillazioni libere con periodi propri dell' ordine di 22—24 m (Fig. 13 c). La loro persistenza lasciava prevedere che tali oscillazioni interessavano l'intero lago. La riprova si è avuta con il modello: sperimentando infatti con periodi dell'ordine di 1,6—1,7 s, si è constatato che le oscillazioni mettevano in moto l'intera massa liquida.

Per quanto concerne le cause, che danno origine ai vari tipi di oscillazione registrati a Peschiera, siamo del parere che la più efficiente sia quella legata al transito di perturbazioni microbariche provenienti da Nord-Ovest. Quando dette perturbazioni si propagano verso Peschiera, con velocità dell'ordine di quelle che caratterizzano le onde libere del lago sottostante, alla base del golfo (cioè a Peschiera) si verificano spostamenti in senso verticale, tanto più ampli quanto più detta condizione viene rispettata. Ciò è stato già rigorosamente verificato con le sesse del golfo di Trieste [23]. Anche negli esempi

riportati, vi sono casi che possono senz'altro essere attribuiti alla suddetta origine (Fig. 14 a).

Ad ogni modo, il risultato più notevole della ricerca è quello di aver provato, ancora una volta, che l'oscillazione di 30^m ca. non è affatto la binodale interessante l'intero lago, bensì un'oscillazione che riguarda, sia a Nord (Riva) che a Sud (Peschiera), porzioni limitate di lago, oscillanti con le caratteristiche proprie dei bacini aperti.

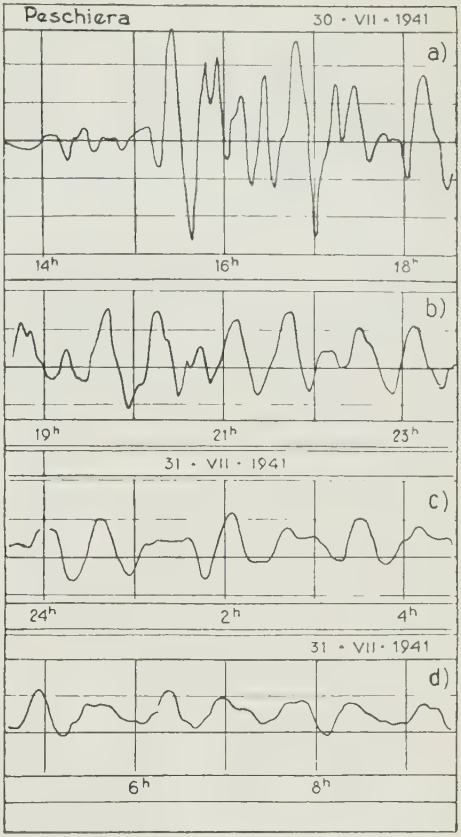


Fig. 14. Oscillazioni libere registrate a Peschiera: a) „shelf-seiches"; b), c), d) oscillazioni del golfo di Peschiera (1/10 delle ampiezze naturali).

III. Valori dei periodi delle oscillazioni libere.

Nel quadro che segue sono riportati i valori dei periodi calcolati ed osservati delle principali oscillazioni libere, interessanti il lago, nella sua interezza o nelle sue parti caratteristiche.

La posizione dei nodi, rispetto a Riva o a Peschiera, è indicata nel testo. Le osservazioni delle sesse del Garda, fatte fino ad oggi, sono numerose, sebbene non abbiano avuto ancora carattere sistematico. Ciò è nel nostro proposito di realizzare, allo scopo di controllare la posizione dei nodi e l'andamento delle ampiezze delle sesse lungo il lago. Ad ogni modo, le osservazioni finora compiute, sono sufficienti a provare l'attendibilità dei valori calcolati per i periodi.

Periodi delle oscillazioni libere del Lago di Garda.

I. Sesse che interessano l'intero lago:

	Valori calcolati				Valori osservati	
	Defant		Vercelli	Caloi		
Uninodale ...	(41,4^m)	39,8^m	41,3^m	43,0^m	43,0^m	(Fig. 13 a, b)
Binodale	(24,3)	21,8	23,0	23,7	23—24	(Fig. 13 c)
Trinodale ...	(17,9)		16,1	16,3	15,7	

II. Sesse che interessano parti del lago:

1. Bacino occidentale (Desenzano—Riva):

		Valori calcolati	Valori osservati	
a)	Binodale (Desenzano-Riva)	$21{,}2^m$	$21{,}4^m$	(Fig. 13d)
b)	Parte settentrionale (Mangugnano-Riva)	29,7	28—30	
c)	Golfo di Desenzano uninodale	20,2		
	Golfo di Desenzano „shelf-seiches“ ...	6—12	6—12	
d)	Golfo di Salò golfo intero	13,4	13 ca.	(Fig. 13e)
	Golfo di Salò golfo ridotto	9,7	8—10	(Fig. 13e)

2. Bacino orientale (Peschiera—Garda):

	Valori calcolati	Valori osservati	
Uninodale (Lazise—Peschiera) .	29—31	29—31	(Fig. 14b, c, d)
„Shelf-seiches“	periodi vari, inferiori a	20	(Fig. 14a)

Bibliografia.

1. Chrystal, G.: On the hydrodynamical Theory of Seiches. Trans. Roy. Soc. Edinburgh **41** (1905), **45** (1906), **46** (1907—08).
2. Caloi, P.: Oscillazioni libere del lago di Levico. Ann. di Geofis. **4**, 195 (1951).
3. Proudman, J.: Free and forced longitudinal Tidal Motion in a Lake. Proc. London Math. Soc. (2), **14** (1915).
4. Matteuzzi, L.: Sulla determinazione delle „seiches“ forzate e delle sesse libere, mediante un'equazione integrale di Volterra di seconda specie. Rend. Acc. Naz. Lincei, cl. sc. fis. mat. e nat. **33**, 5 (1924).
5. Hidaka, K.: Application of Ritz's Variation Method to the Determination of Seiches in a Lake. Mem. Imp. Marine Observ. **6**, 2 (1936).
6. Neumann, G.: Eigenschwingungen der Ostsee. Arch. D. Seewarte **61**, Nr. 4 (1941).
7. Caloi, P.: Le sesse del lago di Garda. Parte I. Ann. di Geofis. I, 9 (1948).
8. Defant, A.: Neue Methode zur Ermittlung der Eigenschwingungen (Seiches) von abgeschlossenen Wassermassen (Seen, Buchten, usw.). Ann. Hydrogr. marit. Met. **46**, 78 (1918).
9. Vercelli, F.: Le teorie idrodinamiche delle sesse... Mem. Ist. Lombardo Sc. e Lett. **21** (1909).
10. Defant, A.: Über die stehenden Seespiegelschwankungen (Seiches) in Riva am Gardasee. Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien, Math.-Naturwiss. Kl. **117**, Abt. IIa (1908).
11. — Le sesse del lago di Garda. Nuovo Cim. **20**, 354 (1910).
12. Vercelli, F.: Risposta alla Nota del Dott. Defant „Sulle sesse del lago di Garda“. Nuovo Cim. **20**, 357 (1910).
13. Caloi, P.: Le sesse del lago di Garda. Parte II. Ann. di Geofis. **1**, 4 (1948).
14. Teglio, A.: Le sesse del lago di Garda. Rend. Acc. naz. Lincei, **14** cl. sc. fis. mat. e nat. (1905).
15. Caloi, P.: Le sesse del lago di Garda. Parte III. Ann. di Geofis. 2, 3 (1949).
16. Chrystal, G.: On the hydrodynamical Theory of Seiches. Trans. R. Soc. Edinburgh **46**, 517 (1907—08).

17. Thorade, H.: Probleme der Wasserwellen. Hamburg 1931, p. 108.
18. Defant, A.: Ebbe und Flut des Meeres, der Atmosphäre und der Erdfeste. Berlin 1953, p. 58.
19. Honda, K., T. Terada, Y. Yoshida and D. Isitani: An Investigation on the secondary Undulations of oceanic Tides. J. Coll. Science **24** (1908).
20. Goldberg, J. und K. Kempni: Über die Schwingungen der Bucht von Bakar und das allgemeine Problem der Seiches von Buchten. Ac. Jougos. Scienc. B.-Ar., Zagreb (1937).
21. Caloi, P. e M. C. Spadea: Su una questione di idrodinamica concernente il lago di Garda. Rend. Acc. Naz. Lincei, cl. Sc. fis. mat. e nat. (8), **14**, 354 (1953).
22. Neumann, G.: Über Resonanzschwingungen von Meeresbuchten und die Mündungskorrektur bei Seiches. Deutsch. Hydrograph. Z. **1**, 2/3 (1948).
23. Caloi, P.: Sesse dell'alto Adriatico, con particolare riguardo al Golfo di Trieste. Com. Talass. It., Mem. **257**, 20 (1938).

551.46

(Istituto Talassografico, Trieste.)

Physikalisch-chemische Verhältnisse in der Nord-Adria längs des 45. Breitenkreises.

Von

M. Picotti.

Mit 4 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Die physikalischen und chemischen Verhältnisse der Gewässer der oberen Adria wurden während einer Frühlings- und einer Sommerperiode längs des 45. Breitenkreises beobachtet. Die Gleichzeitigkeit der Messungen wurde mit Hilfe dreier funkkommandierter Schiffe erreicht. Dabei zeigten sich folgende Unterschiede der Umwelteinflüsse: Die Gewässer der östlichen und der mittleren Zone gleichen dem reinen Meerwasser aus dem Süden, während die der westlichen Zone von den Zuflüssen der Flüsse beeinflußt sind.

Summary. An investigation of the physico-chemical conditions of the waters of the upper Adriatic has been carried out during a spring and a summer period along the 45th parallel. Due to the measurements being taken by three radio-commanded ships it was possible to effect them at exactly the same time. Water-conditions differ according to location: In the eastern and central zone the water corresponds to the pure sea-water coming from the south, while in the western zone the water is influenced by fluvial affluents.

Résumé. Les conditions physiques et chimiques des eaux de la Haute-Adriatique ont été observées pendant une période de printemps et une période d'été, le long d'une section à la hauteur du 45ème parallèle; la simultanéité des recherches était assurée, car les mesures furent effectuées par trois navires radiocommandés. Les états du milieu des eaux sont différents: celles des zones orientale et centrale correspondent aux eaux marines pures venant du sud tandis que dans la zone occidentale elles sont influencées par des affluents fluviaux.

Riassunto. Le condizioni fisico-chimiche delle acque dell'Alto Adriatico sono state osservate in un periodo primaverile ed in uno estivo lungo una sezione al 45° parallelo; la contemporaneità delle misure è stata assicurata a mezzo di misure effettuate con tre navi radiocomandate. Le condizioni ambientali delle acque sono diverse: quelle della zona orientale e centrale corrispondono alle acque marine pure provenienti dal sud, mentre nella zona occidentale le acque sono influenzate dal deflusso fluviale.

Im Auftrage der italienischen Delegation der internationalen Kommission für die wissenschaftliche Erforschung des Mittelmeeres wurde vor dem Kriege eine monographische Untersuchung der Lagune von Venedig unternommen. Eine Teilaufgabe galt den physikalischen und chemischen Verhältnissen der Lagunengewässer; diese sind das Resultat einer gegenseitigen Beeinflussung des Meerwassers, die durch Gezeitenströmungen und die von allen Seiten einmündenden Flußwasser hervorgerufen wird. Für die Durchführung einer solchen Untersuchung war es daher unbedingt notwendig, die Verhältnisse des offenen Meeres einerseits und die der gleichzeitig zufließenden Flußwasser anderseits zu kennen.

Zu diesem Zwecke wurden während zwei Untersuchungsperioden im Frühling und im Sommer physikalisch-chemische Untersuchungen und gleichzeitig Strömungsmessungen und Registrierungen der Gezeitenschwankungen angestellt; diese Beobachtungen wurden längs des 45. Breitenkreises in einem Schnitt von der Punta della Maestra (Po-Mündung) bis zur Küste von Istrien (Monte Mandril, etwas südlich von Rovigno) in einer ungefähren Länge von etwa 100 km durchgeführt. Die Beobachtungen wurden gleichzeitig mit drei Schiffen unternommen, und die Messungen wurden nach einem vorher aufgestellten, nach Länge, Tiefe und Zeit disponierten Programm durchgeführt und die einzelnen, gleichzeitigen Beobachtungen durch den Funkdienst geleitet. In der Adria dürfte ein solcher Versuch mit gleichzeitigen Beobachtungen von mehreren Schiffen aus zum ersten Mal durchgeführt worden sein. Die Gleichzeitigkeit der Beobachtungen ermöglicht es, die Wasserverhältnisse sehr genau zu erfassen, im Gegensatz zu der gewöhnlichen Methode, bei der ein einziges Forschungsschiff nacheinander Beobachtungen sammelt, die nachher ausgewertet werden, wie wenn sie gleichzeitig durchgeführt worden wären. Die Schiffe wurden von der italienischen Kriegsmarine zur Verfügung gestellt, die ununterbrochen seit der Zeit des Hydrographen und Admirals G. B. Magnaghi (1872) sich mit großem Interesse an der ozeanographischen Forschung beteiligt.

Zur Erforschung der Adria wurden frühere Untersuchungen während Terminfahrten der Forschungsschiffe Novara, Hertha, Deli und Nautilus längs der Achse des Adriatischen Meeres durchgeführt; nachher folgten periodische Fahrten des R. Comitato Talassografico Italiano in Verbindung mit der Internationalen ständigen Kommission für die Erforschung der Adria; und später wurden langjährige Küstenbeobachtungen gesammelt, und zwar am Lido von Venedig, in Rovigno (Istrien) und an anderen Orten der Adria.

Das bisherige Beobachtungsmaterial ist somit nicht besonders reichhaltig und es erschien daher zweckmäßig, die nachfolgende Bearbeitung der Beobachtungen zu veröffentlichen, da diese, obwohl sie mit den Lagunenuntersuchungen zusammenhängen, doch zu einer Erweiterung der Kenntnisse über die Wasserverhältnisse der oberen Adria beitragen könnten. Am Ende der Arbeit ist eine Zusammenstellung der wichtigsten Adria-Literatur beigefügt.

In Abb. 1 sind die Beobachtungsstandorte der drei Schiffe während der zwei Untersuchungsperioden wiedergegeben; die genaueren Angaben sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Beobachtungsstandorte.

Strecke	Po-Mündung			Mitte der Adria		
Datum: 1930	Ankerstelle	φ Dauer	λ Tiefe	Ankerstelle	φ Dauer	λ Tiefe
29. III. bis 30. III.	1	45° (23h)	12° 38′ (28—29 m)	4	45° 0,25′ (23h)	12° 59′ (34—35 m)
30. III. bis 31. III.	—	—	—	5	45° 0,5′ (23,5h)	13° 5′ (36 m)
31. III. bis 1. IV.	3	45° 1′ (24h)	12° 50′ (32—34 m)	6	45° 0,75′ (22h)	13° 11′ (36—37 m)
1. IV. bis 2. IV.	2	45° (18h)	12° 44′ (29,5 m)	—	— —	— —

Strecke	Küste von Istrien			Strecke	Mitte der Adria Küste von Istrien		
Datum: 1930	Ankerstelle	φ Dauer	λ Tiefe	Datum: 1931	Ankerstelle	φ Dauer	λ Tiefe
29. III. bis 30. III.	7	45° (22,5h)	13° 21′ (39 m)	26. VII. bis 27. VII.	C	44° 49,5′ (24°)	13° 9′ (38,5 m)
30. III. bis 31. III.	8	45° (22h)	13° 26,75′ (39 m)	27. VII. bis 29. VII.	D	44° 50′ (24h)	13° 30′ (39 m)
31. III. bis 1. IV.	9	45° (23h)	13° 32,75′ (34 m)	29. VII. bis 30. VII.	E	44° 45,5′ (72h)	13° 31,5′ (38,8 m)

Strecke	Po-Mündung		
Datum: 1931	Ankerstelle	φ Dauer	λ Tiefe
27. VII. bis 30. VII.	A	44° 49′ (70h)	12° 50,5′ (32 m)
30. VII. bis 31. VII.	B	44° 50,5′ (24h)	12° 50′ (37 m)

Die einzelnen Beobachtungen haben in Tiefen von 1, 5, 10, 15, 20, 30, 35 und 40 m stattgefunden, und zwar nach der jeweiligen Tiefe des Meeresbodens. Die Beobachtungen beziehen sich auf Temperatur, Salzgehalt,

Dichte, absoluten und relativen Sauerstoffgehalt (Sättigung), Wasserstoff-Ionenkonzentration, Strömungsrichtung und Strömungsgeschwindigkeit.

In Abb. 2*a* und *b* ist die Temperaturschichtung des Frühlings und des Sommers wiedergegeben. Die Isothermen der März-April-Periode liegen in der Gegend des Po-Deltas am Meeresboden nur wenig unter 9° C, an der Meeresoberfläche etwas über 11° mit der Tendenz einer Temperaturabnahme von Osten nach Westen für gleiches Niveau. Der Temperaturunterschied zwischen Boden und Meeresoberfläche beträgt nur etwa 2,5°. Die etwas höhere Temperatur in der Nähe der istrischen Küste ist jeden-

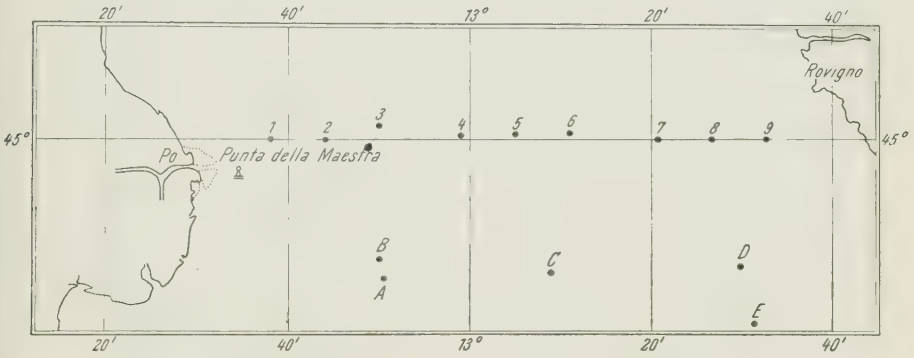


Abb. 1. Beobachtungsstandorte der drei Schiffe.

falls dem von Süden her längs der Ostküste einströmenden wärmeren Meerwasser der Adria zuzuschreiben.

Im Sommer (Abb. 2*b*) variiert die Temperatur zwischen 13,5° am Boden und 24° an der Oberfläche mit einer kugelförmigen Schichtung längs des untersuchten Meeresprofils, der Temperaturunterschied zwischen Boden und Meeresoberfläche ist auf etwa 11° angestiegen. Die im Frühling beobachteten Temperaturen entsprechen ungefähr den Minimaltemperaturen, die in der Adria vorkommen und stimmen mit den fünfjährigen Mittelwerten, die vor der istrischen Küste festgestellt wurden (vgl. Picotti-Vatova 1942) überein; die Sommerbeobachtungen dagegen liegen nahe bei den Maximalwerten, die gewöhnlich im August in der oberen Adria vorkommen.

Gleichzeitig mit den Temperaturmessungen wurden Wasserproben entnommen, die zur Bestimmung des Salzgehaltes dienten; im Laboratorium wurden die Analysen nach der refraktometrischen Methode und gleichzeitig volumetrische Bestimmungen nach der Methode von Mohr-Knudsen durchgeführt.

Die Schichtung des Salzgehaltes ergibt sich aus Abb. 2*a* und *b*. Die Isohalinen verlaufen im Sommer sehr gleichmäßig und ziemlich ähnlich wie die Isothermen; im Frühling macht sich der Einfluß des Wassers der Zuflüsse stärker bemerkbar, besonders an den Stationen in der Nähe

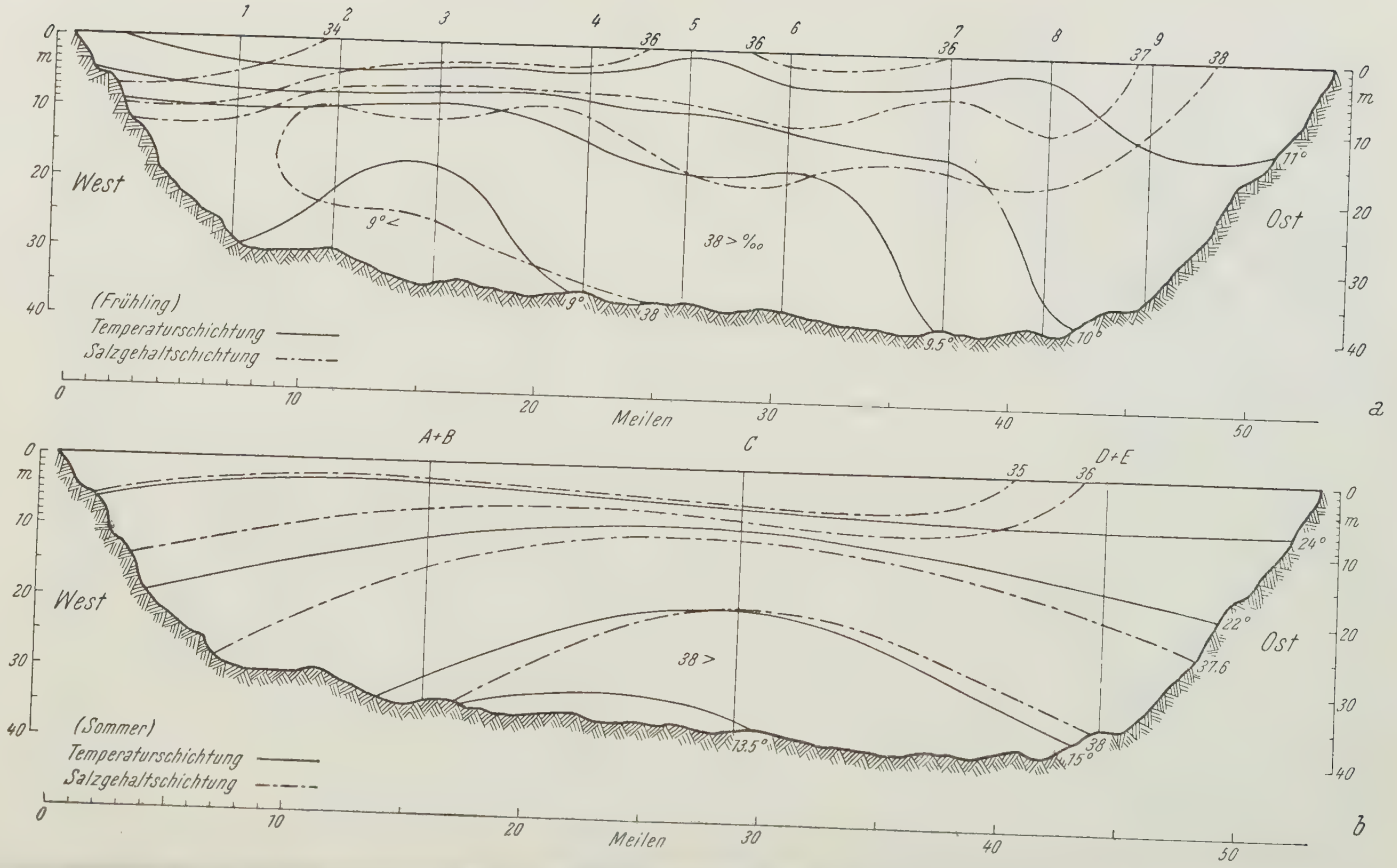


Abb. 2. Querschnitte für das 45°-Profil der Adria.

des Po-Deltas. Längs der Küste von Istrien finden wir einen höheren Salzgehalt, der durch die südliche Strömung und die größere Entfernung von der Po-Mündung hervorgerufen wird. An der Westküste variiert der Salzgehalt zwischen 34‰ an der Oberfläche und 38‰ am Meeresboden,

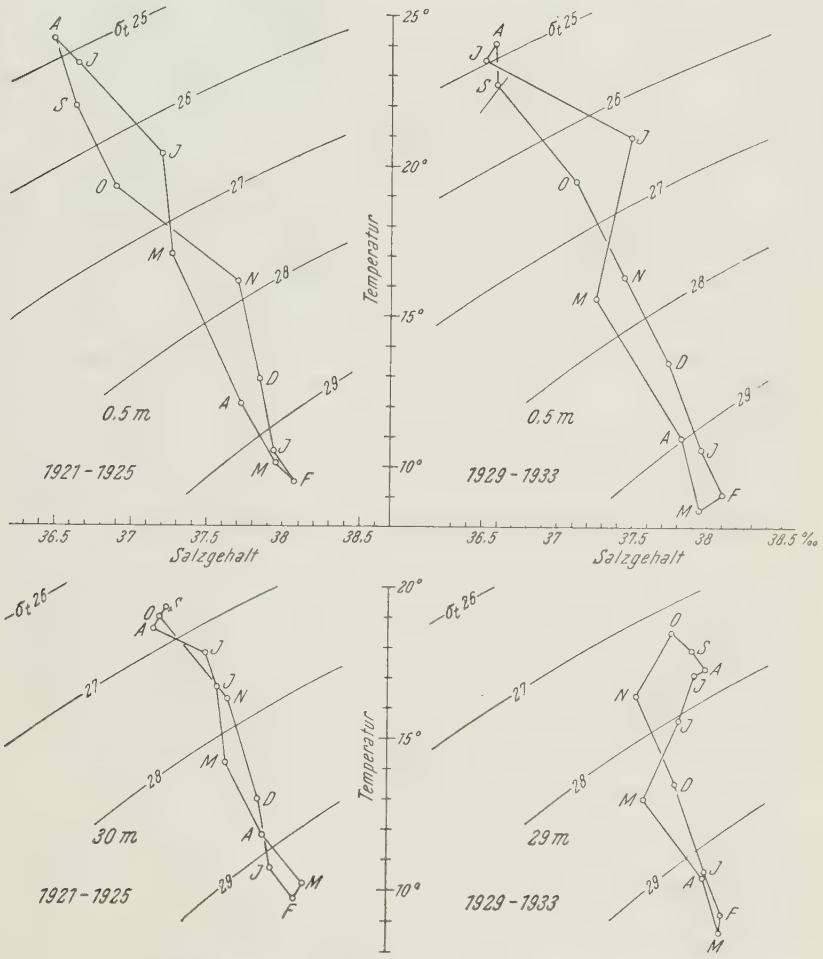


Abb. 3. $T/S/\sigma_t$-Diagramme für die obere Adria nach zwei fünfjährigen Untersuchungsperioden.

während die Schwankung an der Küste von Istrien geringer ist. Im Sommer ist die Salzverteilung etwas gleichmäßiger als im Frühling.

Eine Untersuchung über die Verteilung und die Beständigkeit der einzelnen Wasserkörper, welche sich in einem bestimmten Meeresbecken befinden, kann mit Vorteil durch eine Prüfung der sogenannten $T/S/\sigma_t$-Diagramme stattfinden. In Abb. 3 sind solche Diagramme für die obere Adria

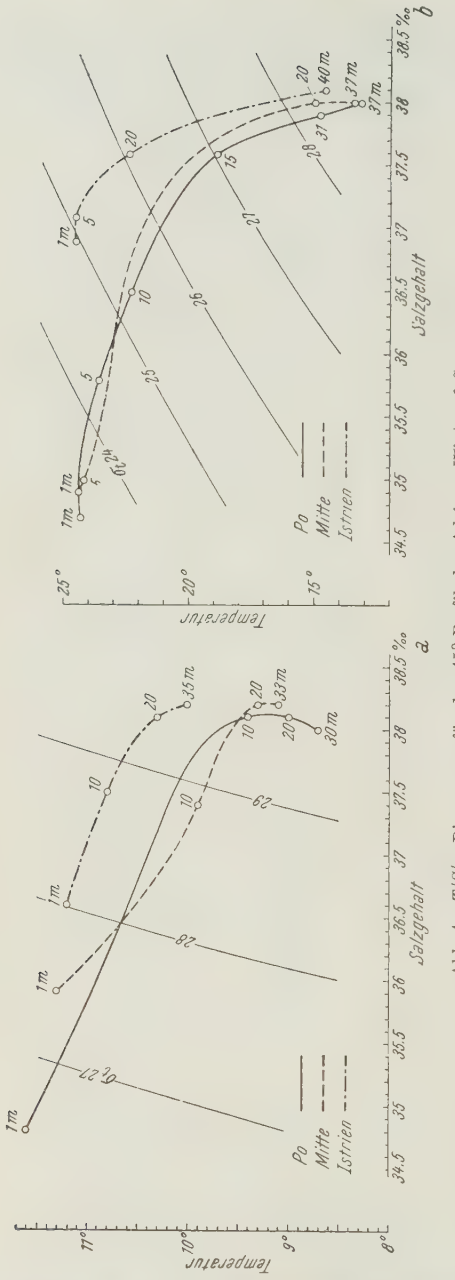


Abb. 4. $T/S/\sigma_t$-Diagramme für das 45°-Profil der Adria. *a* Winter, *b* Sommer.

und für die zwei fünfjährigen Untersuchungsperioden wiedergegeben, und zwar sowohl für die Oberfläche als auch für den Boden. Die Ecken des Linienzuges entsprechen den monatlichen Mittelwerten. Ordinate ist die Temperatur, Abszisse der gemessene Salzgehalt; die Linien gleicher Dichte (Isopyknen) wurden berechnet.

Auf diese Weise entsteht ein Polygonzug in Form einer 8. Dieser Kurvenzug ist für die Adria charakteristisch und kommt dadurch zustande, daß Temperatur und Salzgehalt einen entgegengesetzten Verlauf haben, indem das Temperaturmaximum im Sommer mit niedrigem Salzgehalt und das Minimum der Temperatur im Winter mit hohem Salzgehalt zusammenfällt (vgl. PICOTTI-VATOVA 1942).

Die Längsachse der Kurve verläuft ziemlich senkrecht zu den Dichtekurven, ein Zeichen, daß die verschiedenen Wasserkörper eine genügende Stabilität besitzen. Die Beobachtungen, auf denen diese Diagramme beruhen, wurden vor der Küste von Istrien in einer Lage der Adria angestellt, wo der Einfluß der Flußwasser sich nicht mehr bemerkbar macht. In Abb. 4 sind speziell solche $T/S/\sigma_t$-Diagramme für das 45°-Profil der Adria wiedergegeben. Abb. 4*a* entspricht den Winterverhältnissen, und die Krümmung der Kurven in Richtung der Dichtekurven ist ein Zeichen, daß Mischungen von Wasserkörpern verschiedenen Ursprunges stattfinden, die besonders in der Tiefe intensiv erscheinen; solche Mischungen treten

vor allem bei den Beobachtungsstellen in der Nähe der Po-Mündung auf. Die Kurven der Beobachtungen an der Küste von Istrien verlaufen fast senkrecht zu den Isopyknen; sie ergeben ein homogeneres Medium und entsprechen einer größeren Stabilität und geringerer Mischung von Wasser verschiedener Herkunft.

Abb. 4*b* gibt die $T/S/\sigma_t$-Diagramme der Sommerperiode wieder. Während des Sommers finden wir eine größere Stabilität am Boden und die $T/S/\sigma_t$-Kurven biegen nur an der Oberfläche in Richtung der Isopyknen ab, da sich hier reines Meerwasser und süßes Flußwasser aus der Po-Ebene gegenseitig mischen und beeinflussen.

Die Bestimmung des im Meerwasser gelösten Sauerstoffes hat für beide Perioden ziemlich hohe Werte ergeben. Bekanntlich ist es günstiger, einen Vergleich der relativen Sauerstoffkonzentrationen vorzunehmen, da deren Differenzen oft, besonders in der Mitte der Adria und in der Nähe der Küste Istriens, über 100% betragen können. Ein solcher Übersättigungszustand kommt durch die Aktivität des Phytoplanktons oder durch Algen zustande, also durch Pflanzen, die in der Adria sehr oft am Meeresgrunde üppig wachsen, der in der nördlichen Adria wegen der geringen Tiefe immer in der euphotischen Schicht (100 m Tiefe) liegt. In der Nähe der Po-Mündung ist das Meerwasser weniger reich an gelöstem Sauerstoff, da das Flußwasser wegen seines Reichtums an organischen Substanzen beträchtliche Mengen an Sauerstoff für die Oxydationsprozesse erfordert. Jedenfalls liegen die Mittelwerte nicht unter 80% und entsprechen somit günstigen biologischen Verhältnissen.

Gleichzeitig mit den beschriebenen Untersuchungen wurden auch Messungen der Wasserstoffionenkonzentration p_H vorgenommen. Im allgemeinen finden wir eine leichte Abnahme des p_H-Exponenten von der Oberfläche zum Meeresboden und von Osten nach Westen. In der Nähe der Po-Mündung finden sich p_H-Werte, die nahe bei 8 liegen, während das p_H in der Mitte und in der Nähe der istrischen Küste an der Meeresoberfläche den Wert 8,2 übersteigt.

Aus dem Vergleich der physikalischen und chemischen Verhältnisse, die wir in der Adria in einem Profil längs des 45. Breitenkreises gefunden haben, erkennt man den Unterschied der Wasserverhältnisse zwischen der östlichen und der westlichen Küste. In der Nähe der Küste Istriens findet sich reines Meerwasser, das dem Wasser der mittleren und unteren Adria gleicht; an der westlichen Küste dagegen, wo die morphologischen Verhältnisse wegen Lagunen- und Deltabildung andersartig sind, ist der Einfluß der reichlichen Flußwasser sowohl im Winter wie im Sommer deutlich zu erkennen, und zwar besteht er in einer niedrigeren Temperatur und in der Verminderung von Salzgehalt, Sauerstoffkonzentration und Wasserstoffionenkonzentration.

Diese Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit den gleichzeitigen Strömungsmessungen von Prof. Magrini, durch welche eine Strömung in nördlicher Richtung längs der Küste Istriens und in entgegengesetzter Richtung längs der Westküste nachgewiesen wurde.

Übersicht über die Adria-Literatur.

1862—65 Wüllerstorf-Urbair, Amm.: Reise der Österr. Fregatte Novara. Wien.

1881 Wolf, J. und J. Luksch: Physikalische Untersuchungen im adriatischen und sizilisch-jonischen Meere während des Sommers 1880. Wien.

1881 Tono, M.: Del clima di Venezia. Edit. Municipio di Venezia.

1892—95 Natterer, K.: Berichte für die Erforschung des östl. Mittelmeeres, in: Denkschriften der Kais. Akad. der Wissenschaften, Wien **59—62**.

1897 Gavazzi, A.: La temperatura della superfice del Mare Adriatico, Rivista Geograf. Ital., p. 266.

1911 Marchi, L. de: Risultati fisico-chimici delle prime cinque crociere adriatiche. Memorie R. Comit. Talassogr. Ital. No. 3.

1911 Merz, A.: Hydrographische Untersuchungen im Golfe von Triest. Kais. Akad. der Wissenschaften, LXXXVII. Bd. Wien.

1912—13 Terminfahrten der „Najade" in den Jahren 1911—12, Verein zur Förderung der Naturwissenschaften. Erforschung der Adria, Wien, n. 2—7.

1912 Grund, A.: Die fünfte Terminfahrt S. M. S. „Najade" in der Hochsee der Adria vom 16. Februar bis 11. März 1912. Mitt. geogr. Ges. Bd. 55. Wien.

1912—14 R. Comitato Talassografico Italiano: Bollettino delle crociere periodiche. Commissione Internazionale Permanente per lo studio dell'Adriatico: Ricerche italiane eseguite dal R. Comitato Talassografico, fasc. 1—3.

1914 Grund, A.: Die zehnte, elfte und zwölfte Terminfahrt S. M. S. „Najade" im Adriatischen Meere. Mitt. geogr. Ges. Bd. 57. Wien.

1915 Kesslitz, W.: Kurze Schilderung der achten Terminfahrt. Berichte über die Terminfahrten. Najade Perm. Int. Komm. für die Erforschung der Adria, Österreichischer Teil, Nr. 8—12, p. 2.

1920 Marchi, L. de: Le correnti superficiali dell'Adriatico. Memoria 55 del R. Com. Talass. Ital., Venezia.

1920 Feruglio, G.: Risultati di esperienze con gallegianti per lo studio delle correnti del Mare Adriatico negli anni 1910—1914. Memoria LV. R. Com. Talass. Ital.

1920 Feruglio, G. e L. de Marchi: Le correnti dell'Adriatico secondo la distribuzione superficiale della salsedine e della temperatura. (Appendice.) R. Com. Talassografico Ital. Memoria LV.

1921 Issel, R.: Le variazioni del plancton nelle acque di Rovigno ed i problemi relativi al plancton adriatico, Memoria LXXXVIII del R. Com. Talass., Venezia.

1922 — Nuove indagini sul plancton nelle acque di Rovigno. (1. X. 1920 bis 1931, XII. 1921), Memoria CII del R. Com. Tal. It.

1923 Ceresole, G.: La Plage du Lido et ses caractéristiques particulières, Venise.

1923 Brunelli, G.: Le caratteristiche fisico-biologiche dell'ambiente lagunare, con alcune deduzioni sulla tecnica della vallicoltura. Rivista di Biologia, vol. V, fasc. VI.

1925 Issel, R.: Ricerche sulle variazioni del plancton nelle acque di Rovigno e di Quarto (1922—23), Memoria CXV del R. Com. Tal. It.

1926 Ceresole, G.: Le variazioni di salinità dell'acqua marina della falda litoranea, Rivista di Idrobiologia, Climatologia e Terapia Fisica.

1928 Castiglioni, B.: Sulla circolazione dell'Adriatico, Rendiconti della R. Accademia Naz. dei Lincei, vol. VII serie 6a I Sem. e II Sem.

1929 Picotti, M. e G. Garimberti: Relazione sui rilevamenti talassografici eseguiti nelle valli da pesca della Laguna Veneta e del Polesine nella decorsa stagione invernale, Boll. di Pesca, Piscicoltura e Idrobiologia, Roma.

1929 Vatova, A.: Sui minimi termici verificatisi nell'Alto Adriatico nel febbraio e nel marzo 1929 e loro effetti sull'ittiofauna, Memoria CLVII del R. Com. Tal. It.-Venezia e Congresso Internacional de Oceanografia ecc. Sevilla.

1931 Magrini, G.: Un esperimentum crucis per la conoscenza delle maree in Adriatico, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, 1930—31 Tomo XC—II.

1931 Picotti, M.: Carattestiche termoaline dell'Alto Adriatico ed alcune osservazioni talassografiche della Laguna di Venezia, Boll. della Soc. Adriatica di Scienze Naturali, XXX, Trieste.

1931 — L'Alto Adriatico nelle recenti indagini talassografiche, XX Riunione SIPS Milano, p. 293 v. II.

1932 — L'Alto Adriatico nelle recenti indagini talassografiche, Atti della SIPS, XX Riunione, v. II p. 293, Roma.

1933 Vatova, A.: Osservazioni sul regime termoalino dell'Adriatico presso Rovigno nel 1930—31, Nota dell'Ist. Italo-Germanico di Biol. Mar. Rovigno d'Istria, n. 9.

1934 — L'anormale regime fisico-chimico dell'Alto Adriatico nel 1929 e le sue ripercussioni sulla fauna. Thalassia, vol. I, N. 8, Rovigno d'Istria.

1934 Ercegovic, A.: Investigations into the temperature, salinity, oxygen and phosphates of the Adriatic waters along the Mid-Dalmatian Coast. Natural scientific researches carried out by the Yugoslav Academy of Sciences and Arts, Zagabria.

1934—35 Picotti, M.: Il regime termico nelle acque della laguna veneta, Nota I. Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, XCIV.

1936 — Il regime alino nelle acque lagunari venete, nota 2. Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, XCV.

1937 — Il Mare, grande vivificatore della laguna, Atti della XXVI Riunione della SIPS, Venezia.

1937 Roch, F.: Der Oberflächensalzgehalt des Mittelmeeres und seiner Randgebiete, Notizen des Deutsch-ital. Inst. für Meeresbiologie in Rovigno d'Istria, vol. II n. 3.

1937 Polli, S.: Geotemperature e coefficente di conducibilità termica a Rovigno d'Istria, Thalassia, vol. II, N. 8, Rovigno d'Istria.

1938 Picotti, M.: Densimetria delle acque lagunari venete, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, CXVII, Parte II. Ossigenazione ed alcalinità delle acque lagunari venete, Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, XCVIII, Parte II.

1938 — Le vicende delle acque nella vita di una laguna, Atti XII Congresso Geografico It.

1942 Picotti, M. e A. Vatova: Osservazioni fisiche e chimiche periodiche nell'Alto Adriatico (1929—1938), Serie Thalassia Vol. V, n. 1, Venezia.

1944 Polli, S.: 100 anni di osservazioni meteorologiche eseguite a Trieste (1841—1940). Bollettino Soc. Adriatica di Scienze Naturali, vol. XL, Trieste.

1947 Picotti, M.: L'ambiente geofisico lagunare, Atti del Convegno di Pesca Adriatica, Venezia-Chioggia.

1948 Vatova, A.: Osservazioni idrografiche periodiche nell'Alto Adriatico (1937—1944), Nova Talassia, Vol. I No. 2.

1948 Vatova, A. e P. Millo de Villagrazia: Sulle condizioni chimico-fisiche del Canale di Leme presso Rovigno d'Istria, Boll. pesca, piscicolt. e idrobiol. XXIV. Vol. III, Fasc. 1.

1953 Buljan, M.: Fluctuations of salinity in the Adriatic. Reports Vol. II, No. 2 Spalato.

551.46

(Oceanografiska Institutet, Göteborg.)

Zur Bildung des Roten Tones.

Von

H. Pettersson.

Zusammenfassung. Der Verfasser, der seit mehr als 30 Jahren die Tiefseesedimente und insbesondere den Roten Ton untersucht, ist namentlich auf Grund der Ergebnisse der Schwedischen Tiefsee-Expedition mit der „Albatross" zur Überzeugung gelangt, daß die landläufige Erklärung für das Verschwinden des Kalks, dank dessen es zur Bildung des Roten Tones kommt, nicht genügt. Die Bildung desselben während des Tertiärs darf nicht der Wirkung kalter antarktischer und arktischer Grundströmungen zugeschrieben werden; diese werden im Gegenteil sehr schwach gewesen sein oder gar nicht existiert haben, da es damals keine polaren Eiskappen gab und die Bodentemperatur der Ozeane um 8 bis 10° C höher war als heute. Viel eher kommen für die Bildung des Roten Tones magmatische Gase wie CO_2, HCl usw. als wichtigste Kalklöser in Betracht, die zu der Zeit ausgeworfen wurden, als submarine Vulkanausbrüche oder Extrusionen von Tiefenmaterial zur Bildung des mittelatlantischen Rückens und anderer submariner Gebirgszüge geführt haben.

Summary. The author who for over 30 years has studied deep-sea sediments and especially the Red clay has, especially on basis of results from the Swedish Deep-Sea Expedition with the "Albatross", arrived at the conviction that the current explanation for the disappearance of the lime leading to the formation of Red clay is not sufficient. The formation of Red clay during Tertiary time cannot be ascribed to the action of cold Antarctic and Arctic bottom currents, which must have been very feeble or missing, when there were no polar ice-caps and the bottom temperature of the oceans was about 8° to 10° higher than at present. A principal lime-dissolving agency, responsible for the formation of Red clay are "magmatic volatiles", i. e. carbon dioxide, hydrochloric acid etc., released at submarine volcanic eruptions or at the extrusion of subcrustal matter, leading to the formation of the Midatlantic Ridge and other submarine ridges.

Résumé. L'auteur qui, depuis plus de 30 années, étudie les sédiments abyssaux et, en particulier, les argiles rouges, est convaincu, et cela notamment depuis l'expédition océanographique suédoise de « Albatross », que l'explication courante de la disparition du calcaire qui conduit à la formation de cette argile n'est pas suffisante. Pendant la période tertiaire, on ne peut pas en

attribuer la formation à l'action de courants très froids arctiques et antarctiques parcourant le fonds des océans, car ceux-ci durent être très faibles, voire inexistants si l'on admet que les calottes glaciaires des pôles n'existaient pas et que la température abyssale était supérieure de 8° à 10° C à celle d'aujourd'hui. Le principal agent solvant du calcaire à l'origine des argiles rouges doit être reconnu dans certaines volatilisations du magma, tels le dioxyde de carbone et l'acide chlorhydrique par exemple. Celles-ci doivent avoir été provoquées par des éruptions volcaniques sous-marines ou par des extrusions de matériaux volcaniques qui ont conduit à la formation de nombreuses chaînes de montagnes sous-marines comme par exemple celle du centre de l'Atlantique.

Bekanntlich sind über den Ursprung des echt-abyssalen Sedimentes Roter Ton recht verschiedene Meinungen geäußert worden. Als die Challenger-Expedition zuerst auf dem Wege von Teneriffa nach St. Thomas alle Tiefen von mehr als 4800 m mit einem eigenartigen Ton bedeckt fand, vertrat ihr Leiter Sir Wyville Thomson die Auffassung, daß dieser Ton in Wahrheit ebenfalls organischen Ursprungs sei, nämlich der letzte unlösliche Überrest der kalkhaltigen Ablagerungen, die anderwärts den Globigerinenschlamm liefern und sozusagen die „*Asche des Planktons*", nachdem der Kalk auf irgendeine Weise beseitigt worden ist, darstellt. Thomson knüpfte daran die Vermutung, daß auch gewisse feinste, homogene Tone und Tonschiefer der paläozoischen Formationen, die man bisher als Produkt zersetzter und verschwemmter älterer Gesteine betrachtet hatte, ähnlich entstanden und also im Grunde organischen Ursprungs seien wie alle Kalksteine. Einige Jahre später aber hatte sich Thomson überzeugt, daß die kalkigen Schalen des Globigerinenschlamms Tonerdesilikate nicht enthalten; er schloß sich daher mehr der schon früher (1877) von Sir John Murray vertretenen Meinung an, wonach diese landfernen Tone hauptsächlich von zersetzten Tonerdesilikaten herrühren sollten, die durch oberirdische und submarine Vulkanausbrüche über die Fluren der Ozeane hin verbreitet würden; in zweiter Linie käme daneben noch die in einem kolloidalen Zustande verbreitete feinste tonige Materie terrigenen Ursprungs in Betracht. Daß der Kalk der absterbenden Planktonorganismen in irgendeiner Weise verschwinden muß, um den Ton zum Vorschein und zur Alleinherrschaft gelangen zu lassen, gibt Murray ohne weiteres zu (vgl. [*1*]).

Auf Grund seiner Untersuchungen der Sedimentproben von der Meteorexpedition schrieb W. Correns [*2*]: „Entgegen den Erwartungen zeigte es sich, daß zwischen den Mineralbestandteilen von Roten Tonen, Blauschlicken und den Lösungsrückständen der Globigerinenschlamme keine grundsätzlichen Unterschiede bestehen. Die Annahme, daß die Roten Tone im wesentlichen Zersetzungsprodukte vulkanischen Materials seien, die sich noch bei Behrend-Berg 1927 findet, trifft also nicht zu."

Diese schwerwiegende Bemerkung des Meisters der Tiefseesedimentforschung bezieht sich offenbar auf die Sedimente des äquatorialen Atlantischen Ozeans. Für gewisse Gegenden aber, wie im Golfe von Guinea und in der Nähe der Kanarischen Inseln, erwähnt Correns das

Vorkommen von vulkanischem Material. Im zentralen Teil des Stillen Ozeans scheint dies nach späteren Beobachtungen in noch höherem Grad der Fall zu sein.

Einer der interessantesten Funde der Schwedischen Tiefsee-Expedition mit dem Untersuchungsschiff „Albatross", Juli 1947 bis Oktober 1948, war die Dicke der Sedimentschicht von Rotem Ton in den Tiefen des Atlantischen und des Stillen Ozeans, wie die erhaltenen Lotproben von 10 bis 15 m Länge zeigten. Nimmt man als wahrscheinlichste Werte für die Sedimentationsgeschwindigkeit des Roten Tones im Atlantischen Ozean 3 bis 7 mm in 1000 Jahren an, im zentralen Stillen Ozean etwa 1 mm pro Jahrtausend, so wird die mutmaßliche Zeitspanne, welche die Bildung eines Sedimentlagers von der erwähnten Dicke erfordert, 2 bis 20 Millionen Jahre. Damit ist erwiesen, daß eine Bildung von Rotem Ton schon in der späteren Tertiärzeit stattgefunden hat. Er ist also keinesfalls nur ein Produkt der Quartärzeit allein.

Die charakteristische Eigenschaft des Roten Tones ist der niedrige Kalkgehalt, der Gehalt von Kalziumkarbonat schwankt zwischen nahezu 0% und höchstens 30% [3]. In Anbetracht der Zufuhr von Kalkschalen der Foraminiferen, Coccolithophoriden usw. aus den Oberflächenschichten muß eine kalkauflösende Wirkung des Meerwassers, besonders des Bodenwassers, vorausgesetzt werden, um das primär kalkhaltige Sediment in kalkarmen Ton zu verwandeln. Gestützt auf die grundlegenden Untersuchungen von Wattenberg, Buch u. a. hat vor allem G. Wüst [4, 5] nach der Meteor-Expedition die Hypothese verfochten, daß es Bodenströmungen mit kaltem kohlensäurereichem Wassers sind, welche die Auflösung des Kalkes im Sediment bewirken und da vor allem der Antarktische Bodenstrom, der in allen drei Ozeanen äquatorwärts strömt. Ja, Wüst hat sogar versucht, den Verlauf dieses Stromes aus dem Vorkommen von Rotem Ton am Boden des nördlichen und äquatorialen Atlantiks zu bestimmen. Gegen diese Erklärung sprechen deutlich zwei Einwände:

1. Im Pazifik ist der Rote Ton am weitesten nördlich des Äquators verbreitet, also gerade dort, wo der Antarktische und der entsprechende Arktische Bodenstrom relativ schwach sind.

2. Die Arktischen und Antarktischen Bodenströme von eiskaltem Wasser setzen eine große Temperaturdifferenz zwischen höheren und niederen Breiten voraus, d. h. eine Vergletscherung der Polargebiete.

Gegen die Annahme solcher Verhältnisse während der präquartären Zeit hat man sehr gewichtige Argumente. Paläoklimatologische Daten sprechen entschieden zugunsten einer mehr ausgeglichenen Temperaturverteilung mit einer bedeutend höheren Mitteltemperatur in den ozeanischen Tiefen als gegenwärtig, mehr mit den zur Zeit im Mittelmeer herrschenden Bedingungen übereinstimmend.

Emiliani und Edwards [6] konnten, dank der jüngst in Dr. H. Ureys Laboratorium ausgeführten hervorragenden Arbeiten an Foraminiferenschalen, die von der Schwedischen Expedition aus dem östlichen Pazifik genommen wurden, die Temperatur am Meeresboden zu der in Frage

stehenden Zeit bestimmen. Sie fanden, daß sie anstatt zwischen 1 und 2° C, wie es für die Gegenwart gilt, ungefähr um 10° C gelegen haben muß. Diese Tatsache, zusammen mit dem zuvor erwähnten Fund von Rotem Ton präquartären Alters, erfordert andere kalklösende Agenzien als eiskaltes Wasser.

Vor mehreren Jahren lenkte der Autor die Aufmerksamkeit auf die Tatsache, daß submariner Vulkanismus Mineralsäuren magmatischen Ursprungs freimacht, die für eine Auflösung von Kalk am Boden der Tiefsee verantwortlich gewesen sein könnten.

Erfahrungen von der Schwedischen und von anderen Tiefsee-Expeditionen neueren Datums haben die Bedeutung der submarinen vulkanischen Tätigkeit auf die Ereignisse am Boden der Tiefsee unterstrichen. Zusätzlich liefern die Häufigkeit von vulkanischen Inseln in allen drei Ozeanen und das Vorhandensein von Lavafeldern in großen Tiefen gewichtige Gründe für die Annahme, daß der submarine Vulkanismus von maßgeblichem Einfluß auf den Meeresboden, seine Sedimente und die chemischen Reaktionen der tiefsten Wasserschichten ist, die in unmittelbarem Kontakt mit dem Boden stehen.

Moderne Geochemiker und Geologen vertreten die Ansicht, daß das Wasser der Ozeane hauptsächlich *magmatischen Ursprungs* ist und nicht, wie von älteren Autoren angenommen wurde, das Ergebnis einer sintflutartigen Kondensation enormer Mengen Wasserdampf der Uratmosphäre. Nimmt man diese Anschauung als richtig an, so erscheint es auch folgerichtig, anzunehmen, daß ebenso ein Teil, vielleicht sogar der größere Teil, des Salzgehaltes der Meere magmatischen Ursprungs ist. Die gewaltige vulkanische Tätigkeit, die den Atlantischen Rücken und die Inselketten im Pazifik gebildet hat, kann nämlich sehr wohl für die Zunahme der im Wasser gelösten Anionen und Kationen verantwortlich gemacht werden.

Eine ähnliche Freimachung von größeren Mengen Salz-, Fluß- und Schwefelsäure sowie freien Kohlendioxyds ist von Vulkanen am Kontinent und auf Inseln wohlbekannt; man denke etwa an das „*Valley of the 10000 smokes*" in Alaska. Es kann mit Recht erwartet werden, daß eine ähnliche Befreiung von magmatischen Säuren auch bei submarinen Vulkanausbrüchen vorkommt und vorgekommen ist.

Natürlich ist eine solche Ansäuerung des Bodenwassers vor allem während denjenigen Epochen zu erwarten, die durch erhöhte vulkanische Tätigkeit charakterisiert sind. Der gewaltige Kalkvorrat, der im Sediment vorhanden ist, wird zweifelsohne den größten Teil der freien Säure verbrauchen, während die bei der Reaktion entstehende Kohlensäure die Möglichkeit für die Auflösung neuer Mengen von Kalk liefern wird.

Zweifelsohne werden wir bei Betrachtung der temporären Ansäuerung des Bodenwassers über große Flächen rings um die Zentren von submarinen Vulkanspalten oder Kratern, die Chemie der Bodenablagerungen und ihre Wechselwirkung mit den angrenzenden Wasserschichten leichter verstehen.

Neulich hat an diesem Institut Dr. F. Koczy, der sich auf die Geochemie der Tiefseesedimente und des angrenzenden Bodenwassers speziali-

siert hat, bei sorgfältiger Prüfung der von Albatross im NW-Atlantik gemachten hydrographischen Beobachtungen Fälle gefunden, wo ein Überschuß von HCl von $0{,}1‰$ ganz dicht über dem Meeresboden in einem Gebiet (südöstlich der Bermudas) vorhanden ist, für das die vom Schiff aufgenommenen Echogramme das Vorkommen von submarinem Vulkanismus bestätigen.

Kombiniert man alle diese Überlegungen, so glaubt man mit Berechtigung sagen zu dürfen, daß die *submarine vulkanische Tätigkeit* in den großen Tiefen der Ozeane, ebenso wie die Freimachung von *Säuren magmatischen Ursprungs*, einen bedeutenden Einfluß auf die Chemie des Bodenwassers, die Verwitterung von Gestein und Mineralien in großen Tiefen und auf die Produktion von Rotem Ton auch während solcher Epochen gehabt hat, wo die gewöhnlichen hydrographischen Bedingungen seine Produktion nicht begünstigten. Bedenkt man die gewaltige Ausdehnung von submarinem und Insel-Vulkanismus im zentralen Pazifik, so ist es keinesfalls erstaunlich, daß wir gerade innerhalb dieses gewaltigen Areals die ausgeprägtesten geochemischen Wirkungen der Freimachung der magmatischen Säuren finden. Diese Tatsachen verlangen deutlich nach einer Intensivierung der Untersuchungen dieses Teiles des Meeresbodens, wo die vulkanische Tätigkeit am bedeutendsten war und wo gleichfalls besonders hohe Werte für den geothermischen Gradienten in den Bodensedimenten zu erwarten sind.

Literatur.

1. Krümmel, Otto: Handbuch der Ozeanographie **1**, 192 (1907).
2. Correns, W.: Naturwiss. **25**, 198 (1937).
3. Murray, J. und A. F. Renard: Challenger Repts. 193 (1891).
4. Wüst, G.: Deutsche Atlant. Exped. „Meteor" 1925—1927. Bd. VI, 1. Teil, 59—64.
5. Correns, C. W.: Neues Jahrb. Mineral. A **57**, 1109—1117 (1927).
6. Emiliani C. und G. Edwards: Nature **171**, 887 (1953).

551.465

Die Sinkstoffführung von Gezeitenströmen als Austauschproblem.

Von

J. Joseph, Hamburg.

Mit 12 Textabbildungen.

Zusammenfassung. Auf zwei Ankerstationen des VFS „Gauß" nordwestlich von Texel wurden neben hydrographischen Untersuchungen 25stündige Sinkstoff- und Extinktionsmessungen durchgeführt, die einen guten Einblick in die zeitliche und räumliche Sinkstoffverteilung dieses Seegebietes geben. Nach Beschreibung der Meßmethoden und Beobachtungsergebnisse wird ein Überblick über die allgemeine hydrographische Situation gegeben. Die theoretischen Beziehungen zwischen Sinkstoffverteilung und Austausch werden abgeleitet. Die Beobachtungen lassen sich als eine im Gezeitenstromrhythmus vom Boden zur Oberfläche wandernde Sinkstoffwelle deuten, deren Verlauf wesentlich durch den vertikalen Dichteverlauf beeinflußt wird. Die Austauschwerte werden unter verschiedenen hydrographischen Bedingungen berechnet. Es ergibt sich ein Mittelwert von 115 $cm^2\,sec^{-1}$, und es zeigt sich, daß die Schwankungen dieses Wertes mehr von den hydrographischen Verhältnissen als von der Stromgeschwindigkeit abhängen.

Summary. At two anchoring stations of the survey and research ship "Gauss" northwest of Texel, beside hydrographical investigations, measurements of distribution of sinking particles and extinction measurements were carried out during 25 hours, giving good insight into the timely and spacial distribution of suspensoids in these parts of the North Sea. After describing measuring methods and results of observations Author gives a survey on the general hydrographic situation. Theoretical relations between the distribution of suspensoids and exchange (Austausch) are derived. Observations can be interpreted as a wave of suspensoids, wandering from ground to surface in the tidal rhythm and considerably influenced in its march by the vertical distribution of density. Values of Austausch (eddy diffusivity) are calculated under various hydrographic conditions. A mean value of 115 $cm^2\,sec^{-1}$ has been found, variations of this value depending more on hydrographic conditions than on the velocity of the current.

Résumé. Lors de deux mouillages du vapeur «Gauss» au Nord-Ouest de Texel, on a exécuté pendant 25 heures des mesures de sédimentation et

d'extinction qui fournissent un bon aperçu de la répartition spatio-temporelle des sédiments de cette région marine. Description des méthodes de mesure, résultats et situation hydrographique générale. On établit la relation théorique entre la répartition des matériaux en suspension et l'échange turbulent. Les observations font pressentir une onde de sédimentation se propageant du fond à la surface au rythme des courants de marée et dont l'allure est influencée par la distribution verticale de la densité. On calcule les valeurs de l'échange sous différentes conditions hydrographiques. On obtient une valeur moyenne de 115 $cm^2\ sec^{-1}$ et on constate que les variations de cette valeur dépendent davantage des conditions hydrographiques que de la vitesse des courants.

I. Einleitung.

Über den Austausch als Maß der Turbulenz sind trotz seiner Bedeutung für alle Bewegungsvorgänge im Meere nur verhältnismäßig wenig und teilweise unsichere Zahlenwerte bekannt [*11, 13*]. Die Ursachen dürften zum Teil darin zu suchen sein, daß die Messung der zeitlichen und räumlichen Verteilung quantitativer Eigenschaften des Meerwassers in Gebieten turbulenter Wasserbewegungen mit einer für die Austauschberechnung genügenden Genauigkeit schwierig ist. Besonders die durch Punktmessungen gewonnenen Meßwerte streuen bei starken Gradienten erheblich, anderseits reicht ihre Anzahl selten für statistische Untersuchungen aus. So ist es auch zu erklären, daß Sinkstoffmessungen, die bisher fast ausschließlich an Schöpfproben durchgeführt wurden und infolge des bekannten wolkenförmigen Auftretens des Sinkstoffes besonders stark streuen, nur ganz vereinzelt [*5, 17*] zur Austauschberechnung herangezogen wurden. Wie aus der Meteorologie hinreichend bekannt ist, werden Turbulenzuntersuchungen durch stetig registrierende Meßgeräte wesentlich erleichtert. Es wurde bereits darauf hingewiesen [*7*], daß sich im Meere für diesen Zweck Durchsichtigkeitsregistrierungen besonders gut eignen, weil sie auch in isothermen und isohalinen Wassermassen die in itu-Messung turbulenter Vorgänge durch eine stetige und praktisch trägheitslose Registrierung von Trübungsunterschieden gestatten. Hierfür sind die Messungen, die mit dem Forschungs- und Vermessungsschiff „Gauß" des Deutschen Hydrographischen Instituts im Rahmen der Untersuchungen in der südwestlichen Nordsee auf zwei 25stündigen Ankerstationen im März 1953 ausgeführt wurden, ein gutes Beispiel. Die zeitlich und räumlich engabständigen Trübungsregistrierungen sind im folgenden besonders im Hinblick auf die Berechnung des Austausches bearbeitet worden und geben einen Einblick in die Austauschvorgänge in Gezeitenströmen.

II. Meßmethoden und Beobachtungsergebnisse.

1. Strom-, Salzgehalts- und Temperaturmessungen.

Die Lage der Ankerstationen 1 (14. März 2 Uhr bis 15. März 3 Uhr) und 2 (15. März 5 Uhr bis 16. März 6 Uhr) zeigt Abb. 1. Die Wassertiefe betrug auf beiden Stationen etwa 29 m. Salzgehalt und Temperatur

wurden mit Wasserschöpfern und Kippthermometern in 0, 5, 10, 20 und 25 m Tiefe in einstündigem Abstand gemessen. Stromrichtung und Geschwindigkeit wurden mittels eines an Bord registrierenden Bifilarstrommessers in 5, 10, 20 und 28 m Tiefe etwa 6 Minuten lang in halbstündigem Abstand und in 10 und 27 m Tiefe durch je 2 Schaufelradstrommesser, die in der Nähe der Ankerstationen auslagen, kontinuierlich gemessen. Die beobachteten hydrographischen Verhältnisse an den Ankerstationen sollen im folgenden nur soweit betrachtet werden, wie sie für unsere Problemstellung wichtig sind.

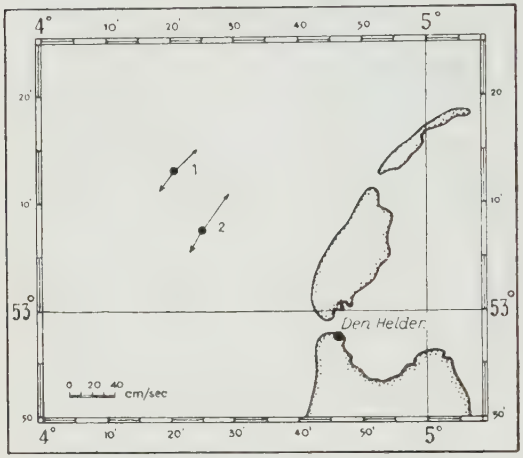


Abb. 1. Lage der Ankerstationen 1 und 2 des VFS „Gauß" vom 14. bis 16. März 1953 mit dem mittleren in Bodennähe beobachteten Flut- (NO) und Ebbstrom (SSW).

Das Seegebiet nordwestlich von Den Helder ist gekennzeichnet als Mischungsgebiet der verschiedenen Wasserarten der südwestlichen Nordsee [*2*, *8*]. Der Mischungsvorgang ist verhältnismäßig kompliziert und von G. Dietrich [*2*] auf Grund einer „Gauß"-Ankerstation im März 1952 ausführlich beschrieben und gedeutet worden. Wir können uns deshalb hier kurz fassen. Die mittleren Werte des Stromes, des Salzgehaltes und der Temperatur zeigt Abb. 2[1]. Die bereits im Vorjahre beobachtete zweifache Stromschichtung tritt erneut auf. Sie erfolgt periodisch im Gezeitenrhythmus mit einer ablandigen Komponente des Reststromes in der Oberschicht und einer auflandigen in der Unterschicht. Der Drehsinn der Gezeitenströme der Ober- und Unterschicht ist auf Station 2 beim Übergang vom Flut- zum Ebbstrom gleich, vom Ebb- zum Flutstrom entgegengesetzt. Der Oberflächenstrom macht also während einer Gezeitenperiode einen vollen Umlauf um 360° im Uhrzeigersinn. Seine Hauptrichtungen liegen bei Flut zwischen 0° und 70°, bei Ebbe zwischen 180° und 270°. Der Bodenstrom pendelt zwischen etwa 40° bei Flut und etwa 210° bei Ebbe über Ost hin und her. Der zeitliche Verlauf der Stromgeschwindigkeiten zeigt die typische Gezeitenform mit einer beachtlichen Phasenverschiebung der Minimalwerte von Oberflächen- und Bodenstrom. Die Stromverhältnisse auf Station 1

[1] Aus Raumgründen können nur die Meßergebnisse jeweils einer Ankerstation in graphischer Form wiedergegeben werden. Wir beschränken uns hier wie im folgenden vorwiegend auf die Ergebnisse auf Station 2.

sind einheitlicher. Stromrichtung und Drehsinn unterscheiden sich in Oberflächen- und Bodennähe nur wenig. Beide Ströme drehen im Verlauf einer Gezeitenperiode um 360° nach rechts mit überwiegenden Richtungen zwischen 0° und 50° bei Flutstrom und zwischen 200° und 240° bei Ebbstrom. Die mittleren Richtungen und Geschwindigkeiten der beobachteten Flut- und Ebbströme in Bodennähe sind in Abb. 1 als Pfeile eingetragen.

Der Salzgehalt zeigt auf Station 2 während der ersten 12 Stunden eine starke, während der restlichen 13 Stunden eine wesentlich schwächere vertikale Schichtung. Der maximale Unterschied von über $1‰$ wird gegen 16 Uhr erreicht. Im Gegensatz zum Vorjahre sind die Gezeiten im Gang des Salzgehaltes der Station 2 nur in der Bodenschicht erkennbar. Der Temperaturgang zeigt ähnlich dem Salzgehaltsgang eine deutliche Trennung zwischen Ober- und Unterschicht in den ersten 12 Stunden und teilweise Isothermie während der restlichen 13 Stunden. Auf Station 1 zeigt der Salzgehalt nur während der ersten 6 Stunden eine starke Schichtung, die Temperatur nur unwesentliche zeitliche und vertikale Unterschiede.

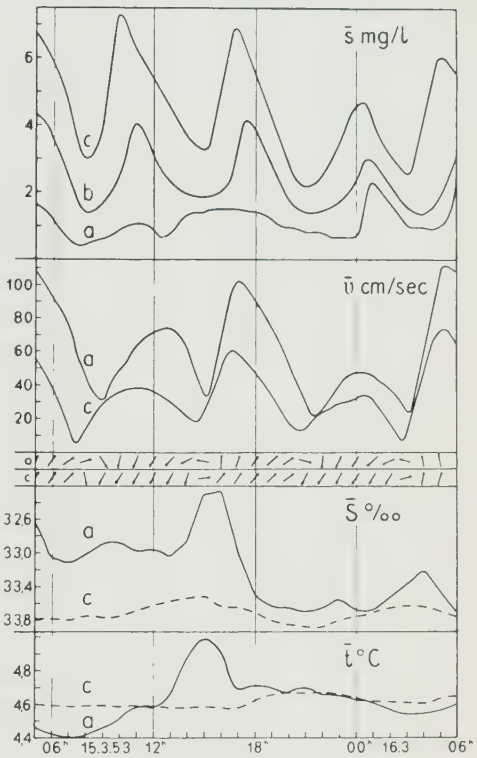


Abb. 2. Zeitliche Änderungen der Mittelwerte des Sinkstoffgehaltes ($\bar{s}$), der Geschwindigkeit ($\bar{v}$), des Salzgehaltes (S) und der Temperatur (t) in den Schichten 0 bis 10 m (a), 10 bis 20 m (b) und 20 bis 29 m (c) auf Station 2.

Die hydrographische Situation auf beiden Ankerstationen ist also dadurch gekennzeichnet, daß zeitweise eine Oberschicht salzarmen, leichten Wassers vom Typ des festländischen Küstenwassers über einer Unterschicht salzreichen schweren Wassers vom Typ des Englischen Kanalwassers auftritt [2, 8]. Divergende Stromrichtungen in Ober- und Unterschicht sind die Voraussetzung für die Überschiebung der Wasserarten und damit für die Ausbildung einer Dichteschichtung. Hohe Stromgeschwindigkeiten gleicher Richtung tragen zum Abbau der Schichtung bei (Abb. 2 16 Uhr bis 18 Uhr). Der Übergang zwischen den für Ober- und Unterschicht typischen Verhältnissen liegt zwischen 10 und 20 m, im Mittel näher bei 10 m Tiefe.

2. Sinkstoffmessungen.

Die unmittelbare Sinkstoffmessung erfolgte in der Weise, daß Wasser von der Oberfläche, aus 15 m Tiefe und aus Bodennähe durch einen Schlauch je eine halbe Stunde lang an Bord gepumpt und aus der Pumpe in eine Zentrifuge geleitet wurde, in der der Sinkstoff ausfiel. Diese Messungen wurden auf beiden Ankerstationen einmal etwa zur Zeit maximalen und einmal zur Zeit minimalen Stromes durchgeführt, so daß insgesamt 12 Meßwerte vorliegen, denen als Mittelwerte aus je 660 l Wasser eine wesentlich höhere Genauigkeit zukommt als den Sinkstoffbestimmungen aus Wasserproben von 1 bis 2 l. Die Korngrößenanalysen[1] ergaben, daß der Sinkstoff vorwiegend aus feinem Sand von 10 bis 40 μ Durchmesser bestand. Die Korngrößenspektren der einzelnen Proben stimmten angenähert überein. Abb. 3 zeigt die gemittelte Häufigkeitsverteilung. Die Ordinate gibt den Anteil am Gesamtgewicht, die Abszisse statt des Durchmessers die nach der Stokesschen Formel berechnete Sinkgeschwindigkeit in logarithmischem Maßstabe an. In der Zeiteinheit fällt durch einen horizontalen Querschnitt die Sinkstoffmenge $\int c \cdot h\,(c) \cdot dc$, was einer „effektiven Sinkgeschwindigkeit“

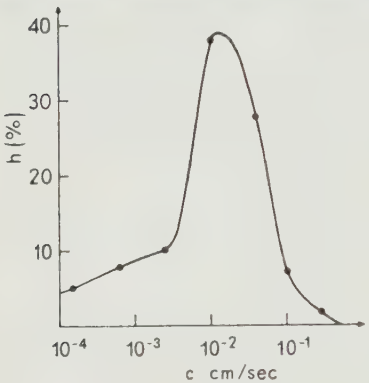


Abb. 3. Mittleres Geschwindigkeitsspektrum des Sinkstoffes auf Station 1 und 2 nach Korngrößenanalysen von Jarke.

$$\bar{c} = \frac{\int c \cdot h\,(c) \cdot dc}{\int h\,(c) \cdot dc} \qquad (1)$$

entspricht. Diesen konstanten Wert wollen wir als mittlere Sinkgeschwindigkeit benutzen und in den weiteren Rechnungen den Querstrich weglassen. Als Zahlenwert ergab sich aus der Häufigkeitsverteilung (Abb. 3) nach (1) der Wert: $c = 7{,}4 \cdot 10^{-2}$, was einem „effektiven Durchmesser“ von etwa 38 μ entspricht. Die größten Teilchen sind, wie zu erwarten, für die absinkende Menge ausschlaggebend.

3. Extinktionsmessungen und Sinkstoffverteilung.

Die vertikale Extinktionsverteilung wurde mit dem Durchsichtigkeitsmeßgerät [6] im roten Spektralbereich (Schottfilter RG 2) in halbstündigem Abstand durch Fieren des Gerätes von der Oberfläche bis zum Boden stetig registriert und dazwischen in 1, 10, 20 m Tiefe sowie unmittelbar über dem Boden je 6 Minuten lange Dauerregistrierungen durchgeführt. Abb. 4 zeigt als Beispiel der Trübungsverhältnisse auf Station 2 je eine Registrierkurve der vertikalen Trübungsverteilung bei schwachem (3 Uhr) und starkem (4.30 Uhr) Strom sowie die Dauerregistrierungen

[1] Diese Werte wurden dem Verfasser freundlicherweise von Dr. Jarke zur Verfügung gestellt.

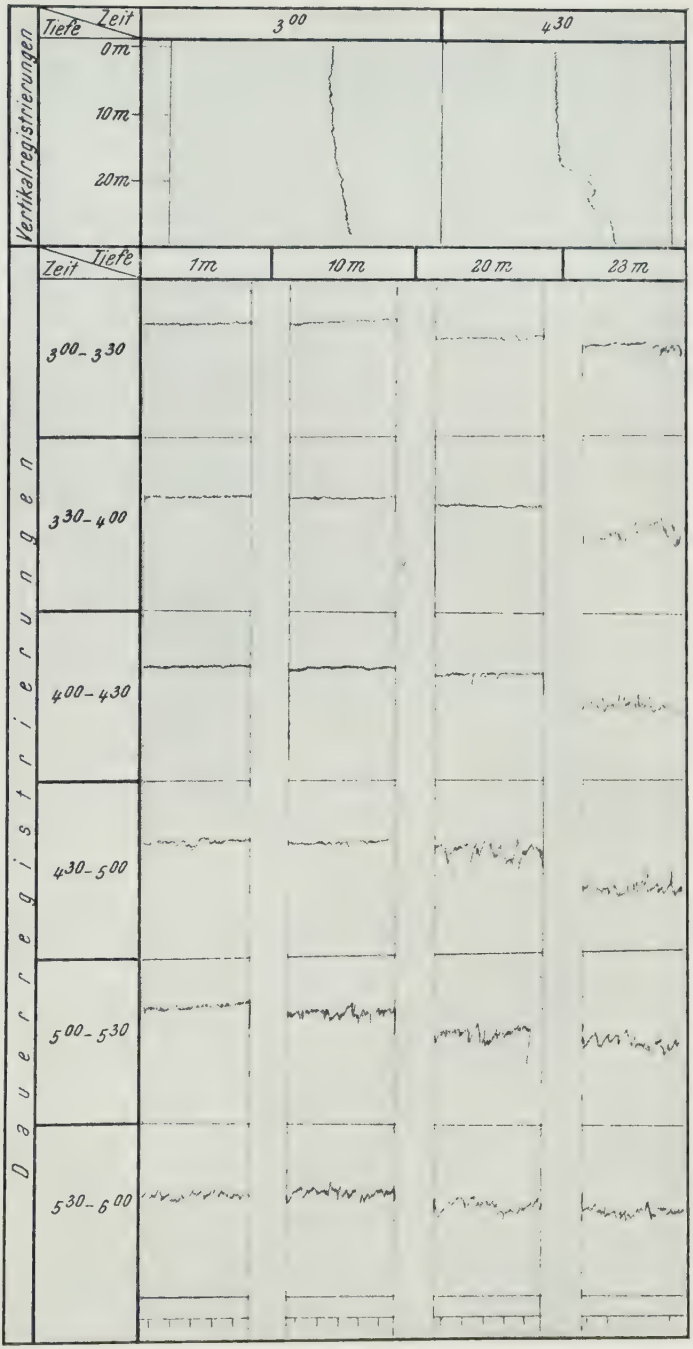


Abb. 4. Trübungsregistrierungen. Station 2. 16. März 1953. Zunehmender Flutstrom. 1 Skalenteil 1 Minute.

bei zunehmendem Flutstrom während eines Zeitraumes von 3 Stunden. Die Entfernung von der Basislinie ist ein Maß für die Intensität der Trübung. Großer Abstand entspricht kleinem Sinkstoffgehalt. Es ist deutlich zu erkennen, wie zunächst (3 Uhr bis 3.30 Uhr) am Boden (28 m) einzelne Trübungswolken auftreten, die sich allmählich verstärken (3.30 Uhr bis 4 Uhr). Sie erreichen immer größere Höhe über dem Meeresboden und durchstoßen (4 Uhr bis 4,30 Uhr) vereinzelt das 20 m-Niveau. Das ist sowohl an der vertikalen Trübungsverteilung (4.30 Uhr) als auch besonders gut an der Dauerregistrierung zu erkennen. Zur Zeit maximalen Flutstromes (5.30 Uhr bis 6 Uhr) haben sich die Trübungswolken bis zur Oberfläche durchgesetzt, dagegen ist die Trübung am Boden wieder schwächer geworden. Die Durchmesser der einzelnen Trübungsballen reichen, wie eine statistische Auswertung ergab, von wenigen Metern bis zu Längen von etwa 30 m, die der vorhandenen Wassertiefe entsprechen. An diesen Beobachtungen wird die Unsicherheit der Sinkstoffmessung an einzelnen Wasserproben besonders deutlich.

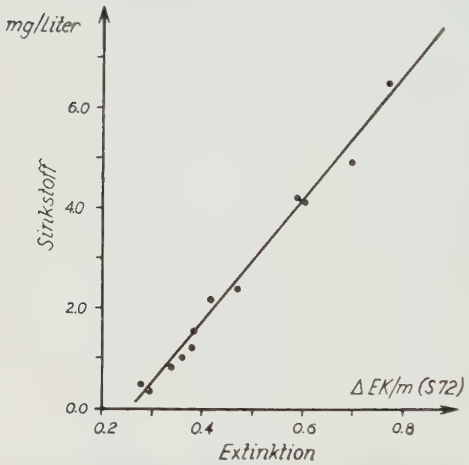


Abb. 5. Beziehungen zwischen dem mittleren Sinkstoffgehalt und den mittleren Extinktionsunterschieden nach Messungen auf Station 1 und 2.

Aus den *D*-Registrierungen wurden in der üblichen Weise [*6*] die Extinktionsunterschiede ($\Delta EK/m$) gegen reines Wasser berechnet. Für die Zeiträume und Tiefen der Sinkstoffmessung nach der Zentrifugenmethode wurden die mittleren ΔEK-Werte gebildet und mit den entsprechenden Sinkstoffmengen (mg/l) korreliert (Abb. 5). Die eindeutige Beziehung zwischen Sinkstoffmengen und Extinktionsunterschieden bestätigt das Ergebnis der Korngrößenanalysen, daß es sich bei allen Proben qualitativ um denselben Trübstoff, also sehr feinen Sand, handelt. Mittels der Ausgleichsgeraden in Abb. 5 wurden die Extinktionsunterschiede in Sinkstoffmengen umgerechnet und für beide Stationen in Isoplethendiagrammen dargestellt. Abb. 6 zeigt diese Darstellung für Station 2 zusammen mit der Richtung und Geschwindigkeit des Bodenstromes und dem Salzgehalt unmittelbar über dem Boden. Der Gezeitenrhythmus der zeitlichen Sinkstoffverteilung ist ohne weiteres ersichtlich. Die Darstellung für Station 1 zeigt ein ähnlich periodisches Bild mit geringeren Schwankungen des Sinkstoffs. Noch deutlicher erkennen wir die Gezeitenabhängigkeit der Sinkstoffverteilung in den Mittelwerten, die in Abb. 2 mit den hydrographischen Beobachtungen zusammengestellt sind. Nur in der hydrographisch selbständigen Oberschicht ist kein eindeutiger

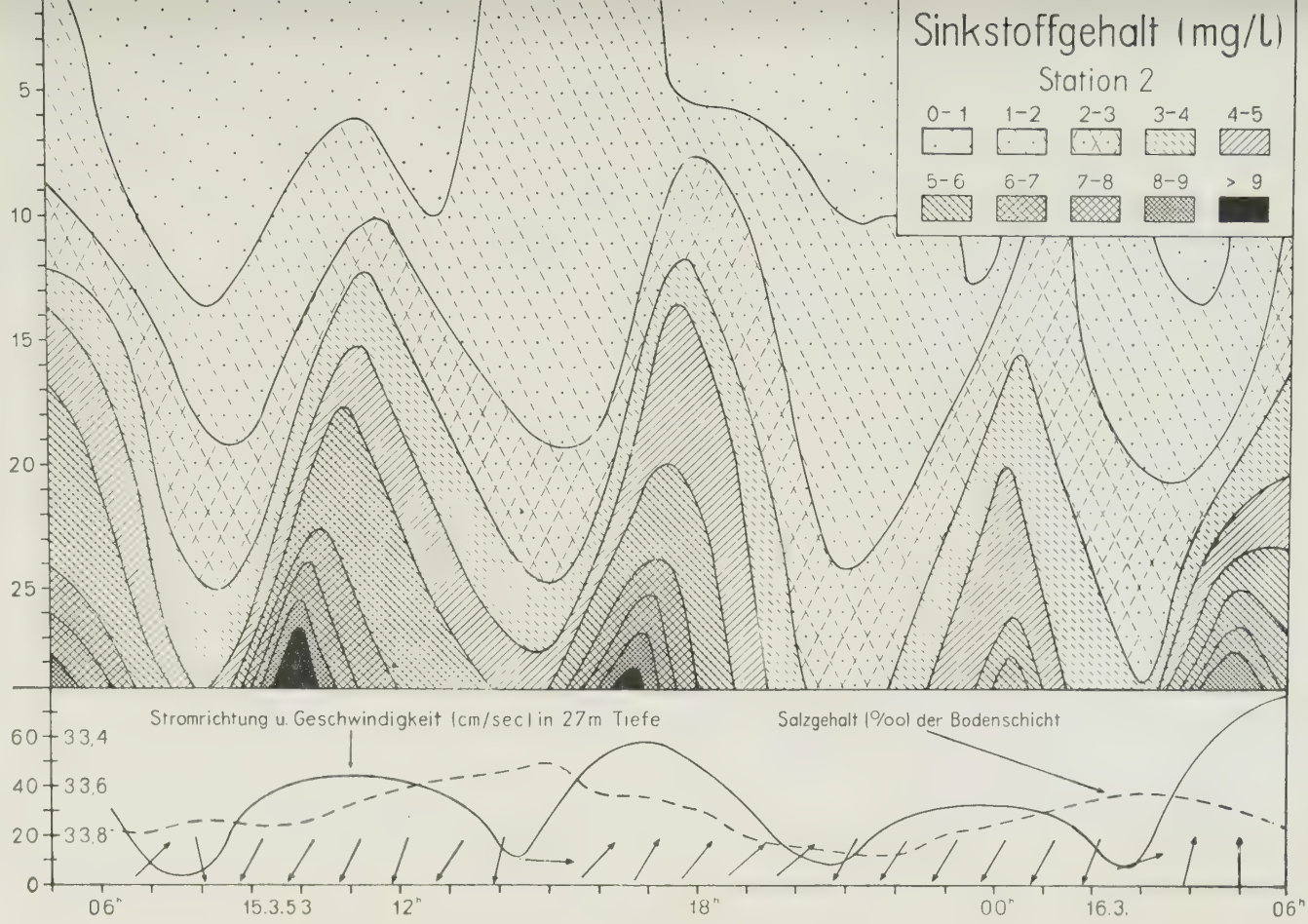

Sinkstoffgehalt (mg/l)
Station 2
0-1
1-2
2-3
3-4
4-5
5-6
6-7
7-8
8-9
> 9
5
10
15
20
25
Stromrichtung u. Geschwindigkeit (cm/sec) in 27m Tiefe
Salzgehalt (‰) der Bodenschicht
60
40
20
0
33,4
33,6
33,8
06h
15.3.53
12h
18h
00h
16.3.
06h

Abb. 6.

Gezeiteneinfluß festzustellen. Wir werden uns deshalb bei den folgenden Austauschuntersuchungen vorwiegend mit der Bodenschicht befassen, in der einheitliche Dichte- und Stromverhältnisse herrschen und in der sich die für die Sinkstoffverteilung wesentlichen Vorgänge abspielen.

III. Austausch und Sinkstoffverteilung.

1. Die mathematische Formulierung des „Austausch-Sinkstoff"-Problems.

Austausch und Sinkstoffgehalt sind im allgemeinen Falle Funktionen von Ort und Zeit. Eine übersichtliche mathematische Behandlung des Problems ist jedoch nicht ohne einschränkende Voraussetzungen möglich. Wir wollen annehmen, daß der Sinkstoff in horizontaler Richtung genügend gleichmäßig verteilt sei und advektive Vorgänge vernachlässigt werden können. Dann verschwinden alle Ableitungen nach x und y und wir können uns auf eine eindimensionale Betrachtung beschränken. Die mittlere Vertikalgeschwindigkeit des Wassers sei Null.

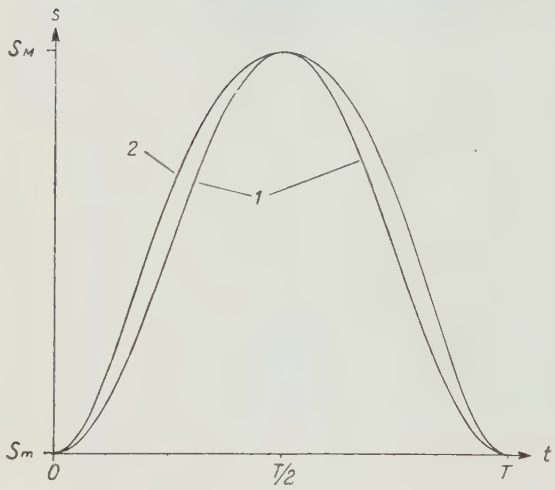


Abb. 7.

Die beobachtete Sinkstoffverteilung können wir auf zwei grundsätzlich verschiedene Arten zu erklären versuchen. Wir können einmal annehmen, daß der Austausch im wesentlichen von der Zeit unabhängig sei und nur die Sinkstoffaufwirbelung in der Bodengrenzschicht periodisch erfolge. Wir können uns andrerseits die Sinkstoffwellen durch periodische Schwankungen des Austausches erklären, der aus einem genügend großen Vorrat in der Bodengrenzschicht mehr oder weniger Sinkstoff nach oben transportiert. Beide Vorstellungen beruhen auf physikalisch verschiedenen Vorgängen und erfordern eine unterschiedliche mathematische Behandlung. Daß sie zu ähnlichen Ergebnissen führen, zeigt Abb. 7. Eine Sinkstoffwelle mit den Extremwerten S_M und S_m und der Periode T wurde einmal unter der Voraussetzung konstanten Austausches und periodischer Zufuhr (Kurve 1) und einmal für konstante Bodentrübung und einen Austausch, der entsprechend den Bodenstromgeschwindigkeiten im Verhältnis 1 : 3 schwankte, berechnet. Die Frage, welche der beiden Vorstellungen den natürlichen Vorgängen besser entspricht, dürfte die Natur selbst mit einem „sowohl — als auch" beantworten, während wir aus praktischen Gründen vor dem „entweder — oder" stehen. Wir wählen zunächst den einfacheren und gebräuchlicheren Weg und setzen den

Austausch als zeitlich konstant an, entscheiden uns also für die erste der beiden Erklärungsmöglichkeiten. Das bedeutet nur, daß wir den Austausch nicht als abhängig von der Stromgeschwindigkeit betrachten, es besagt aber nicht, daß der Austausch nicht unter verschiedenen Bedingungen verschiedene jeweils konstante Werte annehmen kann. Wir werden prüfen, inwieweit wir mit dieser Annahme die Beobachtungen deuten können.

Für die Ableitung der theoretischen Beziehungen zwischen Austausch und Sinkstoffgehalt wählen wir folgende Bezeichnungen:

z	[cm]	Höhe über dem Meeresboden
t	[sec]	Zeit
c	[cm · sec^{-1}]	Effektive Sinkgeschwindigkeit in unbewegtem Wasser
v	[cm · sec^{-1}]	Stromgeschwindigkeit
A	[cm^2 · sec^{-1}]	Austausch (virtuelle kinematische Zähigkeit)
ϱ	[g · cm^{-3}]	Dichte des Meerwassers
s	[0]	Sinkstoffgehalt / Masseneinheit
S	[g · cm^{-2} · sec^{-1}]	Sinkstofftransport
T	[sec]	Periode des Betrages der Gezeitenstromgeschwindigkeit.

Mit $\bar{s}$ und $\bar{S}$ bezeichnen wir die zeitlichen Mittelwerte von s und S. Wir haben als Dimension des Austausches [cm^2 · sec^{-1}] gewählt, um das Mitführen von ϱ in den Rechnungen zu vermeiden. Da wir die Dichte praktisch gleich 1 setzen können, unterscheiden sich die Zahlenwerte von den in [g · cm^{-1} · sec^{-1}] angegebenen Austauschwerten nicht. Aus demselben Grunde sind die Zahlenwerte für den Sinkstoffgehalt unabhängig davon, ob wir diesen auf die Masseneinheit oder die Volumeneinheit beziehen. Wir geben s in den graphischen Darstellungen in mg/Liter an, gebrauchen es in den Rechnungen jedoch als dimensionslose Zahl.

Unter den gemachten Voraussetzungen ist $s = s\,(z, t)$ und $A = A\,(z)$. Der vertikale Sinkstofftransport ist

$$S = \varrho \left(- A \cdot \frac{\partial s}{\partial z} - c \cdot s \right). \tag{2}$$

Das erste Minuszeichen besagt, daß der vom Austausch bewirkte Stromanteil nach oben gerichtet ist, wenn der Sinkstoffgehalt mit der Höhe abnimmt, das zweite, daß der durch die Schwerkraft bewirkte Teilchenstrom stets abwärts gerichtet ist. In einem Rechtkant in der Höhe z mit der Grundfläche 1 und der Höhe Δz fließt in der Zeit ∂t der Strom $S\,(z) \cdot \partial t$ durch die Grundfläche ein und der Strom $S\,(z + \Delta z) \cdot \partial t$ durch die Oberfläche aus. Die Differenz ∂s verbleibt im Rechtkant und verteilt sich auf die Masse $\varrho \cdot \Delta z$, so daß

$$\varrho \cdot \Delta z \cdot \partial s = [S\,(z) - S\,(z + \Delta z)]\,\partial t$$

und im Grenzfall

$$\frac{\partial s}{\partial t} = - \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial S}{\partial z}. \tag{3}$$

Aus (2) und (3) ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \left(c + \frac{dA}{dz}\right) \cdot \frac{\partial s}{\partial z} + A \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}, \tag{4}$$

die uns gestattet, bei gegebenen Anfangs- und Randbedingungen die Trübungsverteilung aus A und c und umgekehrt den Austausch aus s und c zu berechnen. Eine allgemeine Form dieser Gleichung zur Behandlung von Diffusionserscheinungen im Meere unter Berücksichtigung advektiver und biologischer Vorgänge aus der (4) als Spezialfall folgt, wurde von Sverdrup [*15*] angegeben. Wyrtki [*17*] verwendet sie zur Untersuchung von Trübschichten im Meere und weist bereits auf die formale Gleichwertigkeit der Sinkgeschwindigkeit und des vertikalen Austauschgradienten hin. Wir können das Glied $\left(c + \frac{dA}{dz}\right)$ als „scheinbare Sinkgeschwindigkeit" ansehen, die positive und negative Werte annehmen kann und im Falle eines linear mit der Höhe zu- oder abnehmenden Austauschs konstant ist. Wir wollen nun (4) unter verschiedenen Anfangs- und Randbedingungen untersuchen.

2. Stationäre Sinkstoffverteilung.

Im einfachsten Falle besteht zwischen aufgewirbelten und absinkenden Teilchen Gleichgewicht. Dann ist $S = 0$ und aus der Integration von (2) folgen die einfachen Beziehungen

$$s = s_0 \cdot e^{-\int_0^z \frac{dz}{A}}, \qquad A(z) = -\frac{c}{\left(\frac{d \ln s}{dz}\right)_z}, \tag{5}$$

die für ein höhenunabhängiges A in die Gleichungen

$$s = s_0 \cdot e^{-\frac{c}{A} \cdot z}, \qquad A = -\frac{c}{\frac{d \ln s}{dz}} \tag{6}$$

mit $s(0) = s_0$ übergehen. Im stationären Falle gilt für die Sinkstoffverteilung im Meere ein der barometrischen Höhenformel äquivalentes Exponentialgesetz. Die Größe A/c hat die Dimension [cm] und wir bezeichnen sie mit „charakteristischer Länge".

Nach Wyrtki [*17*] entspricht diese dem Mischungsweg. Tragen wir auf der Abszisse eines rechtwinkligen Koordinatensystems den Sinkstoffgehalt in logarithmischem Maßstabe, auf der Ordinate die Tiefe in linearem Maßstabe auf, so ergibt eine (6) entsprechende Sinkstoffverteilung eine Gerade und der Tangens ihres Neigungswinkels gegen die Abszisse den Mischungsweg l. Der Austausch kann also auf einfache Weise aus der Beziehung $A = c \cdot l$ bestimmt werden.

In unserem Falle ist jedoch $S \neq 0$ und aus der offensichtlichen Verschiebung der Extremwerte mit der Höhe (s. Abb. 6) ist zu erkennen, daß auch wenn S örtlich verschwindet, kein Gleichgewichtszustand in der

Vertikalen besteht. Dagegen ist zu erwarten, daß die Beziehung $\overline{S} = 0$ gilt, daß sich also die Sinkstoffschwankungen um stationär verteilte Mittelwerte vollziehen. Diese Vermutung wird durch Abb. 8 bestätigt, in der die 25stündigen Mittelwerte halbstündiger gemittelter Beobachtungen, die von Meter zu Meter berechnet wurden, für beide Ankerstationen aufgetragen sind. Beide Kurven können unterhalb von 15 m Tiefe mit genügender Genauigkeit durch Gerade approximiert werden. Sie zeigen praktisch dieselbe Neigung, obgleich der mittlere Sinkstoffgehalt auf Station 1 wesentlich geringer ist. Als charakteristische Länge ergibt sich 1550 cm. Das entspricht bei der oben berechneten effektiven Sinkgeschwindigkeit von 7,4 10^{-2} cm sec^{-1} einem mittleren Austausch von 115 cm^2 sec^{-1}. Für die einzelnen Gezeitenphasen ergeben sich auf Station 2 die Werte von $A = 110$ für Flutstrom und $A = 118$ für Ebbstrom. Die mittlere Turbulenz ist also in beiden Stromrichtungen praktisch gleich groß.

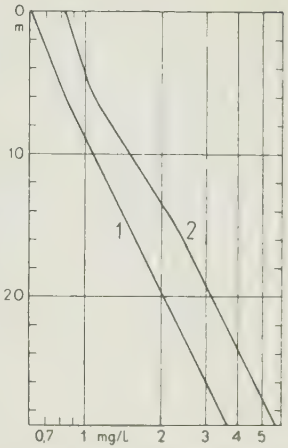


Abb. 8. Mittlere vertikale Sinkstoffverteilung auf Station 1 und 2.

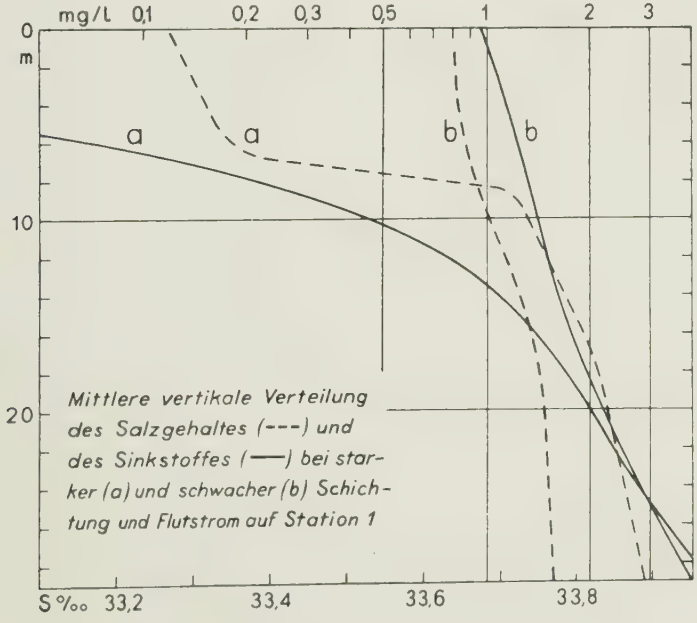


Abb. 9.

Dagegen macht sich bei Station 1 eine kräftige Schichtung während des ersten Flutstroms auch in den Mittelwerten bemerkbar. Abb. 9 zeigt

die für beide Flutzeiten getrennt berechneten 6stündigen Mittelwerte der Trübung und des Salzgehaltes auf Station 1. Während der ersten Flut (*a*) herrscht eine kräftige Schichtung, wie aus dem Salzgehaltsverlauf zu erkennen ist, die bei der zweiten Flut (*b*) beseitigt ist. Wir sehen, daß das aufgewirbelte Sediment die Sprungschicht nicht zu durchdringen vermag, daß also dort der Austauschvorgang praktisch zum Erliegen kommt. Dieses Problem ist von Sverdrup [*14*] ausführlich behandelt worden, der für starke Schichtung einen Austauschwert von 15 angibt. Sehen wir die 6stündigen Mittelwerte der Abb. 9 als quasistationär an, so ergeben sich aus dem Verlauf der Kurven die in Tabelle 1 zusammengestellten Austauschwerte mit einem Minimalwert von $A = 12$ in der Sprungschicht. Die Austauschwerte in ungeschichtetem Wasser liegen wesentlich höher und wachsen vom Boden bis zur Deckschicht auf das Doppelte an. Der maximale Mischungsweg von 3000 cm entspricht etwa der Wassertiefe. Die Werte in Bodennähe zwischen 70 und 110 stimmen mit den Werten von Thorade [*16*], Sverdrup [*13*] und Mosby [*11*] in der Größenordnung überein, die 74, 75 und 80 für die bodennahen Wasserschichten bei Tiefen von etwa 30 m erhielten. Der Vergleich der Austauschwerte der Tabelle 1 für geschichtetes und ungeschichtetes Wasser zeigt, daß eine kräftige Sprungschicht bei geringer Wassertiefe auf die gesamte Entwicklung des Austausches hemmend wirkt. Die Stromgeschwindigkeiten waren bei beiden Flutperioden etwa gleich groß.

Tabelle 1.

Tiefe m	Austausch	
	a	*b*
7	12	220
9	19	220
11	29	220
13	43	190
15	59	160
17	71	140
19	92	130
21	93	120
23	92	115
25	78	110
27	68	110

In Tabelle 2 ist die zur Kurve *a* (Abb. 9) gehörige Stabilität $E/m = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{d\varrho}{dz}$ mit den l- und A-Werten zusammengestellt. In Gebieten schwacher Ströme sind Sprungschichten im allgemeinen mit ausgeprägten Trübschichten verbunden, die sich durch D-Messungen mit großer Genauigkeit festlegen lassen und einen guten Einblick in die Austauschverhältnisse in Sprungschichtnähe vermitteln [*6*, *7*, *17*].

Tabelle 2.

$E \cdot 10^2$ ..	0,5	1,0	4,5	11
l	1100	590	260	160
$\overline{A}$	80	45	20	12

Zur Prüfung, inwieweit der Austausch von der Stromgeschwindigkeit abhängt, wurden die Sinkstoffwerte nach Stromgeschwindigkeitsintervallen von 10 zu 10 cm sec^{-1} geordnet und gemittelt. Das Ergebnis für Station 2 zeigt Abb. 10 für die Geschwindigkeiten von 10 bis 50 cm $\cdot$ sec^{-1}. Die Mittelwerte entsprechen naturgemäß verschiedenen Phasen der Sinkstoffwelle und haben deshalb nicht den gleichen Grad von Genauigkeit, wie die bisher benutzten Mittelwerte, die stets über mindestens eine ganze Periode gebildet wurden. Aus diesem Grund fehlen auch Angaben für höhere Geschwindigkeiten, da die wenigen gemittelten Werte fast aus der gleichen Phase der Gezeitenstromwelle stammen und ihre vertikale Ver-

teilung nicht mehr als quasistationär angesehen werden kann. Trotz dieser Unsicherheit ist deutlich zu erkennen, daß mit zunehmender Stromgeschwindigkeit zwar der Gesamtgehalt an Sinkstoffen wächst, die Neigung der Kurven aber praktisch konstant bleibt. Als mittlerer Austauschwert ergibt sich $A = 127$, ein Wert, der innerhalb der fünf Kurven um weniger als $\pm$ 10 streut. Es hat demnach nicht den Anschein, als ob sich der mittlere Austausch der Bodenschicht innerhalb des betrachteten Geschwindigkeitsintervalls stark ändert. Wir müssen die Möglichkeit in Betracht ziehen, daß bei stärkerem Strom gröberes Sediment aufgewirbelt wird und deshalb eine höhere mittlere Sinkgeschwindigkeit bei gleichem Mischungsweg höhere Austauschwerte ergibt.

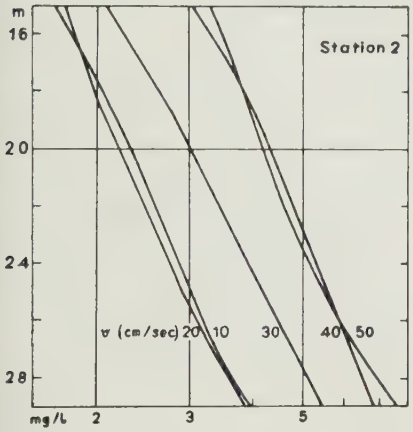


Abb. 10. Mittlere vertikale Sinkstoffverteilung bei verschiedenen Stromgeschwindigkeiten.

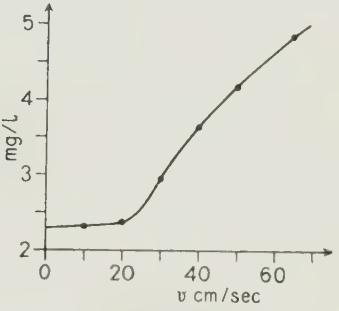


Abb. 11. Mittlerer Sinkstoffgehalt der Bodenschicht (15 bis 29 m) der Stationen 1 und 2 in Abhängigkeit vom Bodenstrom.

Doch ist es unwahrscheinlich, daß eine quadratische Abhängigkeit des Austausches von der Stromgeschwindigkeit, wie sie teilweise angenommen wurde [5], dadurch gerade aufgehoben wird. Zumindest aber widerspricht das Ergebnis unserer Annahme eines zeitlich konstanten Austausches nicht.

Den für beide Ankerstationen gemittelten Sinkstoffgehalt der gesamten Unterschicht zeigt Abb. 11 in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Demnach beginnen Aufwirbelungen und Transport des Sandes zwischen 20 und 30 cm $\cdot$ sec^{-1}. Das entspricht nach dem Diagramm von Hjulström [15] Korngrößen von etwa 40 μ in guter Übereinstimmung mit der oben berechneten effektiven Korngröße von 38 μ.

3. Periodisch veränderliche Sinkstoffverteilung.

Im nichtstationären Falle können wir bei bekannter zeitlicher und räumlicher Sinkstoffverteilung (4) als eine Bernoullische Differentialgleichung mit $A\,(z)$ als Unbekannter ansehen. Die Lösung lautet:

$$\left[A\,(z)\cdot\frac{\partial s}{\partial z}+c\cdot s\right]_0^z=\int_0^z\frac{\partial s}{\partial t}\cdot dz \qquad (7)$$

und erlaubt den Austausch aus c und s sowie den partiellen Ableitungen von s nach z und t zu berechnen. Praktisch stößt dieses Verfahren auf Schwierigkeiten, weil insbesondere die Gradienten von s als Einzelwerte nicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden können.

Zur Beschreibung einer periodischen Sinkstoffverteilung nehmen wir A als höhenkonstant an, so daß (4) die einfache Form

$$\frac{\partial s}{\partial t} = c \cdot \frac{\partial s}{\partial z} + A \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} \tag{8}$$

annimmt. Aus dem Ansatz $s = a \cdot e^{\lambda z} \cdot e^{i\omega t}$ ergibt sich die Lösung

$$\begin{aligned} s(z,t) &= s(z) + a(z) \cdot \cos\omega\left(t - \frac{z}{b}\right) \\ a(z) &= a_0 \cdot e^{-\frac{c+b}{2A} \cdot z}, \end{aligned} \tag{9}$$

wobei $a(z) = \text{Max}\,[s(z,t) - \bar{s}(z)]$ und $a_0 = a(0) = \text{Max}\,[s(0,t) - \bar{s}(0)]$ die Amplituden der um ihre Mittelwerte $\bar{s}$ mit der Periode $T = \frac{\omega}{2\pi}$ schwankenden Sinkstoffgehalte in der Höhe z und am Meeresboden sind. Der Maximalwert tritt am Boden zur Zeit $t = 0$ ein.

Die Gleichung (9) beschreibt eine Welle, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω in der Zeitrichtung und der Geschwindigkeit b in der z-Richtung fortpflanzt, wobei die Amplitude a exponentiell abnimmt. Sie entspricht den bekannten Formeln für das Eindringen von Temperaturwellen in die Erde, das Meer oder die Atmosphäre, wie sie z. B. von Defant [*1*] zur Berechnung des Austausches in den obersten 50 m des Atlantik verwendet wurden und ist nur durch Berücksichtigung der Sinkgeschwindigkeit modifiziert. Die „Sinkstoffwelle" zeigt eine der Höhe proportionale Phasenverschiebung. Bezeichnen wird die Zeit- und Höhenkoordinaten der Maximalwerte mit τ und h, wobei $\tau(0) = 0$ ist oder mit $\Delta\tau$ und Δh die entsprechenden Unterschiede in zwei verschiedenen Höhen, so ergeben sich die Beziehungen

$$\tau = \frac{1}{b} \cdot h \quad \text{und} \quad \Delta\tau = \frac{1}{b} \cdot \Delta h. \tag{10}$$

Die Phasengeschwindigkeit b ist durch die Gleichung

$$b = \left[\frac{c^2}{2} + \left(\frac{c^4}{4} + (2A\omega)^2\right)^{1/2}\right]^{1/2} \tag{11}$$

bestimmt und hat die Grenzwerte $\sqrt{2A\omega}$ für $c \to 0$ und c für $A \to 0$. Sie gibt insbesondere die Geschwindigkeit an, mit der ein Maximalwert nach oben wandert. τ ist um so größer, je kleiner A und c sind. Für die Austauschberechnung ergeben sich aus (10) und (11) die Formeln

$$A = \frac{1}{2\omega} \frac{\Delta h}{\Delta\tau} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\Delta\tau}\right)^2 - c^2} = \frac{b \cdot T}{4\pi} \cdot \sqrt{b^2 - c^2}, \tag{12}$$

nach denen wir A aus $\Delta\tau$, Δh, c und ω oder T bestimmen können. Die Amplitudenverringerung ist im Falle einer merklichen Sinkgeschwindigkeit schwieriger für die Austauschberechnung zu verwerten, weil sich

für A eine kubische Bestimmungsgleichung ergibt, die sich nur für den Fall sehr kleiner Sinkgeschwindigkeit auf die bekannte Form

$$A = \frac{\omega}{2}\left(\frac{\Delta h}{\Delta \ln a}\right)^2 \tag{13}$$

reduziert, wobei $\Delta \ln a = \ln a\,(h) - \ln a\,(h + \Delta h)$ die Differenz der natürlichen Logarithmen der Amplituden der Sinkstoffwelle an den Grenzen des Höhenintervalls Δh ist.

Aus (9) und (12) ergibt sich durch Elimination von A die Beziehung

$$c = \frac{\Delta h}{\Delta \tau} \cdot \frac{(\Delta \ln a)^2 - (\omega \cdot \Delta \tau)^2}{(\Delta \ln a)^2 + (\omega \cdot \Delta \tau)^2}, \tag{14}$$

die theoretisch die Berechnung der effektiven Sinkgeschwindigkeit aus der beobachteten Phasenverschiebung und Amplitudenabnahme einer Sinkstoffwelle gestattet. Praktisch scheitert der Versuch an der Genauigkeit, mit der die Werte $\Delta \tau$ und $\Delta \ln a$ bestimmt werden können. Eine Überschlagsrechnung ergibt, daß der relative Fehler von c sicher größer als 1 ist. Praktische Anwendung dürfte also (14) vorerst nicht finden. Aus dem gleichen Grunde ist die Berechnung des Austausches mittels der Formeln (12) und (13) unsicherer als die Bestimmung aus einer stationären Verteilung. Wir haben deshalb aus den Isoplethendarstellungen der Sinkstoffverteilung auf beiden Ankerstationen die Wellen ausgewählt, bei denen die Phasenverschiebung am ausgeprägtesten war und deren Extremwerte am sichersten bestimmt werden konnten. Das sind auf Station 1 der erste Flutstrom (14. März 0 Uhr bis 7.30 Uhr), dessen Mittelwerte in Abb. 9 dargestellt sind, und auf Station 2 der erste Ebbstrom (15. März 7.30 Uhr bis 14.30 Uhr s. Abb. 6). Für die Tiefen 28 m und 20 m wurden 13stündige Mittelwerte gebildet und aus den Abweichungen die Amplituden der Welle sowie die Phasendifferenz graphisch ermittelt. Die Werte sind in Tabelle 3 mit den daraus nach (12) und (13) oder (10) berechneten Werten des Austausches und der Phasengeschwindigkeit zusammengestellt. Als Perioden T wurden nicht die astronomischen, sondern die tatsächlich beobachteten Zeiten eingesetzt. Zusammen mit den aus der Phasenverschiebung und dem Amplitudenverhältnis berechneten Austauschwerten $A\,(\tau)$ und $A\,(a)$ sind die für den gleichen Zeitraum aus dem Mischungsweg bestimmten Austauschwerte $A\,(l)$ aufgeführt. Es zeigt sich, daß die verschiedenen Werte

Tabelle 3.

T beobachtete Periode (h), c eff. Sinkgeschwindigkeit (cm · sec^{-1}), a Amplituden der Sinkstoffwelle (mg/l), $\Delta\tau$ Phasenverschiebung (h), b Phasengeschwindigkeit (cm · sec^{-1}), l Mischungsweg (cm), A Austauschwerte (cm^2 sec^{-1}).

Stat.	T	$c \cdot 10^2$	$\Delta\tau$	a		b	l	$A\,(l)$	$A\,(a)$	$A\,(\tau)$	$\bar{A}$
				20 m	28 m						
1	6,7	7,4	1,1	1,70	4,55	0,20	1040	78	81	73	78
2	7,0	7,4	0,8	2,8	5,8	0,28	1475	110	150	155	138

der Station 1 in sich gut übereinstimmen, während die aus der Sinkstoffwelle berechneten Austauschwerte der Station 2 etwas höher liegen. Doch beträgt die Genauigkeit dieser Werte sowieso nur etwa 20%. Sie sind, wie bereits erwähnt, gegen geringe Phasenverschiebungen sehr empfindlich, während umgekehrt die Sinkstoffverteilung verhältnismäßig unempfindlich gegen Austauschänderungen ist, ein Umstand, auf den bereits Fjeldstad [3] bei Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Austausch und Geschwindigkeitsverteilung hingewiesen hat. Berechnet man aus allen erkennbaren Maximalwerten beider Isoplethendarstellungen mit Ausnahme der durch Schichtung gestörten ersten Flut auf Station 1 die mittlere Phasenverschiebung, so ergibt sich ein Wert von 200 $cm^2\,sec^{-1}$ für den Austausch, der den Werten der Oberschicht in Tabelle 1 nahekommt.

Wir können jedoch die Länge der Sinkstoffwelle auch unmittelbar bestimmen. Dazu bilden wir von einem beliebigen Zeitpunkt t_0 an die Mittelwerte über zwei aufeinanderfolgende Halbperioden:

$$\bar{s}_1(z) = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T/2} s(z,t)\,dt = \bar{s}(z) - \frac{2\,a(z)}{\pi}\sin\omega\left(t_0 - \frac{z}{b}\right)$$
$$\bar{s}_2(z) = \frac{2}{T}\int_{t_0+T/2}^{t_0+T} s(z,t)\,dt = \bar{s}(z) + \frac{2\,a(z)}{\pi}\sin\omega\left(t_0 - \frac{z}{b}\right) \qquad (15)$$

und erhalten zwei um 180° verschobene Phasen der räumlichen Welle, die sich in den Punkten $\omega\left(t_0 - \frac{z}{b}\right) = 0, \pi, 2\pi$ usw. schneiden. Die Entfernung zweier benachbarter Schnittpunkte beträgt $\frac{\lambda}{2}$, woraus wir $b = \frac{\lambda}{T}$ und damit den Austausch bestimmen können. Abb. 12 zeigt die für den zu- und abnehmenden Flutstrom der Station 2 berechneten beiden Phasen der Welle, die um eine quasistationäre Mittellage schwingt. In diesem Falle beträgt die Wellenlänge etwa 33 m. Das entspricht einer Geschwindigkeit von 0,15 cm/sec und einem Austauschwert von etwa 35 $cm^2\,sec^{-1}$, während sich aus der mittleren stationären Verteilung ein Austausch von 104 $cm^2\,sec^{-1}$ ergibt, der einer Wellenlänge von 55 m entspricht. Wir können diese Differenz wohl am ungezwungensten durch die Annahme erklären, daß eine ungestörte Fortpflanzung der Welle nach oben durch die Sprungschicht verhindert wird. Wird der Austausch sehr klein, so nähert sich die Phasengeschwindigkeit der Welle nach (11) der Sinkgeschwin-

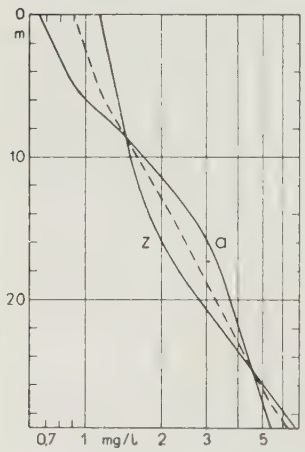


Abb. 12. Mittlere vertikale Sinkstoffverteilung bei zunehmendem (z) und abnehmendem (a) Flutstrom auf Station 1 und 2.

digkeit der Teilchen und die Wellenlänge damit einem Grenzbetrag von etwa 16 m. Bei den geschilderten hydrographischen Verhältnissen auf den Ankerstationen ist nicht zu erwarten, daß sich eine ungestörte Welle in der z-Richtung ausbilden kann, deren halbe Länge etwa der Wassertiefe entsprechen würde. Sehen wir von diesen örtlichen Schwierigkeiten ab, so ist die Darstellungsart als solche besser zur Austauschberechnung geeignet als die Bestimmung der Phasenverschiebung, da sich die Schnittpunkte der Wellenphasen sehr genau festlegen lassen. Die Mittelung, die zu jedem beliebigen Zeitpunkt t_0 begonnen werden kann, sorgt gleichzeitig für einen gewissen Ausgleich der Streuung.

Zur Zeit $t_0 = 0$ müßte sich nach (15) der Knotenpunkt am Meeresboden befinden, da zu diesem Zeitpunkt dort nach (9) das Trübungsmaximum auftritt. Wir haben in Abb. 12 die Integration jedoch zur Zeit des maximalen Flutstroms begonnen und sehen, daß zu dieser Zeit der Knotenpunkt bereits in 4 m Höhe gewandert ist. Zwischen Trübungs- und Strommaximum besteht also eine Phasenverschiebung in dem Sinne, daß das Trübungsmaximum um $t = 400/b$ sec vor dem Strommaximum auftritt. Dieser Unterschied von $^1/_2$ bis $^3/_4$ Stunde ist auch in der Isoplethendarstellung (Abb. 6) und dem Registrierbeispiel (Abb. 4) zu erkennen. Wir wollen uns an dieser Stelle mit der Feststellung der Tatsache, die auf verschiedene Weisen gedeutet werden kann, begnügen.

Wir kommen zum Schluß nochmals auf die Frage zurück, ob wir den Austausch konstant oder periodisch veränderlich ansetzen sollen. Um die Sinkstoffwellen auf die letzte Art zu erklären, müßte sich der Austausch um ein Mehrfaches seines Betrages ändern. Dann müßten aber die Maxima und Minima der Sinkstoffverteilung nahezu gleichzeitig in allen Tiefen zusammen mit den entsprechenden Extremwerten des Austausches auftreten. Wir könnten bei Annahme eines konstanten Sinkstoffvorrates am Boden diesen Vorgang in erster Näherung dadurch beschreiben, daß wir in Gleichung (6) A als Funktion der Zeit auffassen. Durch Differentiation ergibt sich die Beziehung

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{c}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial t} \cdot z, \tag{16}$$

d. h. die relative Trübungsänderung müßte mit der Höhe zunehmen. Bilden wir aus den Sinkstoffgezeitenkurven der Abb. 2 das Doppelverhältnis der maximalen (M) und minimalen (m) Trübungswerte der Mittel (1)- und Bodenschicht (2) $(s_M : s_m)_1 : (s_M : s_m)_2$, so ergibt sich als Mittelwert 1,04 + 0,12. Das Verhältnis ist innerhalb der Fehlergrenzen konstant. Es finden sich demnach im Rahmen unserer Beobachtungen keine Argumente, die für die Annahme eines mit dem Strom periodisch veränderlichen Austausches sprechen.

Wir machen uns von den Sinkstoffbewegungen an den Ankerstationen etwa folgendes Bild: Der Gezeitenstrom wirbelt am Boden, sobald er eine Geschwindigkeit von etwa 20 cm · sec^{-1} überschreitet, in zunehmendem Maße feinen Sand auf. Die Erosion erreicht ihren Höchstwert im Mittel eine halbe bis dreiviertel Stunde vor dem maximalen Strom. Die

so entstehende Sinkstoffwelle wandert zunächst mit einer Phasengeschwindigkeit von 0,2 bis 0,3 cm sec^{-1}, also etwa 7 bis 10 m in der Stunde nach oben. Dabei nimmt ihre Amplitude exponentiell ab und hat in 20 m Tiefe nur noch ein halb bis ein Drittel ihres Bodenwertes. Der weitere Verlauf der Welle hängt entscheidend von der hydrographischen Situation ab. In den Zeiten starker Schichtung wird die Welle mit der Annäherung an die Sprungschicht immer langsamer und noch stärker gedämpft, in der Sprungschicht praktisch vernichtet. Während der Zeiten vertikaler Vermischung wandert die Welle mit zunehmender Geschwindigkeit bis zur Oberfläche. Sie kann dabei eine vielfache Länge der Wassertiefe erreichen, so daß sie in den Beobachtungen nicht mehr als Welle zu erkennen ist. Die mittlere Sinkstoffverteilung, um die sich die Schwingungen vollziehen, befindet sich im Gleichgewichtszustand. Wechseln, wie Dietrich annimmt, Schichtung und Vermischung periodisch, so gilt das gleiche für die entsprechenden Trübungswellen.

Für die Turbulenz als Träger der Sinkstoffwelle ergeben sich analoge Verhältnisse. Der mittleren stationären Verteilung entspricht ein Austauschwert von etwa 115 $cm^2\,sec^{-1}$. Die Stärke der Turbulenz scheint entscheidend von den hydrographischen Gegebenheiten, weniger von der Stromgeschwindigkeit abzuhängen. Eine kräftige Sprungschicht hemmt die Austauschvorgänge in der gesamten Bodenschicht. Der Turbulenzzustand des Gezeitenstromes ähnelt unter diesen Umständen dem einer Strömung zwischen zwei Platten, wobei die obere „Platte" mitbewegt wird. Die Austauschwerte betragen in Bodennähe etwa 70 $cm^2\,sec^{-1}$, erreichen in etwa 20 m Tiefe ein schwaches Maximum und nehmen nach der Sprungschicht zu bis auf Werte von etwa 10 $cm^2\,sec^{-1}$ ab. Bei homogener Dichteverteilung herrscht kräftigere Turbulenz, die in Bodennähe mit Austauschwerten von etwa 100 $cm^2 \cdot sec^{-1}$ beginnt und in der Oberflächenschicht Werte von über 200 $cm^2 \cdot sec^{-1}$ erreicht. Der obere Grenzwert dürfte dabei wesentlich von dem windbedingten Oberflächenzustand abhängen.

Mit diesem Bild und den daraus abgeleiteten mathematischen Beziehungen können wir trotz der komplizierten hydrographischen Verhältnisse an den Ankerstationen und den sicher nur sehr bedingt gültigen einschränkenden Voraussetzungen der Differentialgleichung, die wesentlichen Erscheinungen der beobachteten Sinkstoffverteilung erklären.

Literatur.

1. Defant, A.: Die Gezeiten und inneren Gezeitenwellen des Atlantischen Ozeans. Wiss. Ergebnisse der DAE auf dem FVS „Meteor" 1925—1927. **VII,** 1 (1932).
2. Dietrich, G.: Verteilung, Ausbreitung und Vermischung der Wasserkörper in der südwestlichen Nordsee auf Grund der Ergebnisse der „Gauß"-Fahrt im Februar/März 1952. Ber. Dtsch. Wiss. Komm. Meeresforsch. **13,** 2, 104—129 (1953).
3. Fjeldstad, J. E.: Results of Tidal Observations. The Norwegian North Polar Expedition with the "Maud" 1918—1925. Scientific Results **4,** 4 (1936).

4. Grace, S. F.: Internal Friction in Certain Tidal Currents. Proc. Roy. Soc., London, Ser. A, **124,** 150—173 (1929).
5. Gry, H.: Quantitative Untersuchungen über den Sinkstofftransport durch Gezeitenströmungen. Folia Geogr. Danica. Tom. II, 1 (1942).
6. Joseph, J.: Durchsichtigkeitsmessungen im Meere im ultravioletten Spektralbereich. Deutsche Hydrogr. Z. **2,** 212—218 (1949).
7. — Durchsichtigkeitsregistrierungen als ozeanographische Untersuchungsmethode. Deutsche Hydrogr. Z. **3,** 69—77 (1950).
8. — Die Trübungsverhältnisse in der südwestlichen Nordsee während der „Gauß"-Fahrt im Februar/März 1952. Ber. Dtsch. Wiss. Komm. Meeresforsch. **13,** 93—103 (1953).
9. Lettau, H.: Atmosphärische Turbulenz, Leipzig, 1939.
10. Model, F.: Turbulenz — ein Beispiel aus der Meereskunde. Ann. d. Hydrogr. usw. **72,** 97—106 (1944).
11. — Berechnungsmethode für die Übertragung von Wärme durch Wassermassen (Strömungen) unter verschiedenen physikalischen Bedingungen. Hamburg 1949. (Als Manuskript vervielfältigt.)
12. Schmidt, W.: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probl. d. kosm. Physik VII, 1925.
13. Sverdrup, H.: The waters in the North-Sibirian Schelf. The Norwegian North Polar Exped. with the "Maud" 1918—1925. Scientific Resuluts, **4,** 2 (1929).
14. — Some aspects of Oceanography. The scientific monthly **31,** 19—34 (1930).
15. Sverdrup, H., M. W. Johnson und R. H. Fleming: The Oceans usw. New York, 1942.
16. Thorade, H.: Gezeitenuntersuchungen in der Deutschen Bucht der Nordsee. Archiv d. Deutschen Seewarte **46,** 3 (1928).
17. Wyrtki, K.: Über die Verteilung der Trübung in den Wassermassen der Beltsee und ihren Zusammenhang mit den hydrographischen Faktoren. Diss. Kiel, 1950.

551.46.018

(Scripps Institution of Oceanography, La Jolla, California.)

A Statistical Analysis of the Performance of the Folsom Plankton Sample Splitter, Based upon Test Observations[1].

By

G. F. McEwen, M. W. Johnson and **Th. R. Folsom.**

With 11 Figures.

Summary. The device for splitting a plankton sample into two approximately equal parts consists of a hollow cylindrical drum mounted to turn on a horizontal axis, and a vertical semi-circular septum cemented into place midway between the end walls of the drum. About a quart will fill the drum up to the axis. After rotating the drum until the septum is above, the sample is poured in. Then the drum is rotated until the septum splits the sample. Lifting the drum and rotating a little more, the two separated samples are drained into containers of convenient shape for emptying and filling. Smaller samples are obtained by emptying one container into the drum. Thus aliquot portions of approximately $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, etc. of the original are obtained, and the process is continued until the sample is small enough for counting. In general the sample consists of a number of different kinds of plankters each of which is counted separately. Multiplying each count in the mth fraction by 2^m gives an estimate of the number in the original sample. Each step in the splitting process is subject to random errors and possibly biased errors. Studies of these errors are based upon a series of test runs involving both volume measurements and plankton counts.

The samples split were specially chosen to represent different types of plankton communities. The several types tested proved not to influence the results materially.

Statistical tests involving distribution of χ^2 and departure from the mean, of left and right portions gave convincing evidence that the errors were random. Thus, averaging separate counts would be expected to reduce the error. Researches on the magnitude of the error were based upon the law of propagation of errors of a product. Furthermore a study of the difference between the left and right samples as well as other investigations on the different sources of error have been made.

[1] Contribution from Scripps Institution of Oceanography, new series No. 689.

The paper concludes with a detailed description of the device and a discussion of various aspects of the plankton problem, such as variability of distribution in the sea, tendency to occur in swarms, laboratory techniques, recognition of the different kinds of plankters and the practical value of instruments and statistical tests from the point of view of the biologist engaged in quantitative researches on marine plankton.

Zusammenfassung. Die Apparatur zur Teilung einer Planktonprobe in zwei ungefähr gleiche Hälften besteht aus einer hohlen Zylindertrommel, die auf einer horizontalen Achse drehbar montiert ist, und einer vertikalen halbkreisförmigen Scheidewand, die mitten zwischen den beiden Grundflächen der Trommel eingebaut ist. Die Trommel wird durch etwas mehr als einen Liter ungefähr bis zur Achse gefüllt. Man dreht die Trommel, bis die Scheidewand oben ist, und füllt dann die Probe ein; dann wird die Trommel gedreht, bis die Zwischenwand die Probe teilt. Durch Heben und leichtes Weiterdrehen der Trommel werden die beiden getrennten Proben in geeignete Behälter abgefüllt. Kleinere Proben erhält man durch Entleerung eines Behälters in die Trommel, so daß Teilmengen von $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ usw. der ursprünglichen Menge erhalten werden, bis die Probe klein genug für eine Auszählung geworden ist. Im allgemeinen besteht die Probe aus einer Anzahl verschiedener Planktonarten, die einzeln ausgezählt werden. Durch Multiplikation jeder Auszählung der m-ten Fraktion mit 2^m ergibt sich eine Schätzung der Zahl in der ursprünglichen Probe. Jeder Schritt bei diesem Unterteilungsverfahren kann mit zufälligen, möglicherweise auch mit systematischen Fehlern behaftet sein. Eine Untersuchung dieser Fehler basiert auf einer Serie von Testversuchen über Volumenmessungen und Planktonzählungen.

Die Teilproben wurden speziell ausgewählt, um verschiedene Typen von Planktongesellschaften zu erfassen; ein systematischer Fehler der Auswahl ließ sich dabei nicht erkennen. Eine statistische Prüfung unter Benützung von χ^2 und mittlerer Abweichung zwischen Rechts- und Linksteilen ergab den Beweis, daß nur zufällige Fehler auftreten, deren Einfluß sich durch Mittelbildung vermindern läßt. Untersuchungen über die Größe der Fehler werden mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes durchgeführt. Außerdem wurde eine Untersuchung über die Beziehungen zwischen Rechts- und Linksproben und über verschiedene Fehlerquellen durchgeführt.

Die Arbeit gibt zum Schluß eine genaue Beschreibung der Apparatur und eine Diskussion der verschiedenen Probleme der Planktonforschung, wie z. B. Veränderlichkeit der Verteilung im Meer, Tendenz zur Schwarmbildung, Laboratoriumstechnik, Erkennung verschiedener Arten von Plankton und praktische Bedeutung der Instrumente und der statistischen Methoden unter den Gesichtspunkten des Biologen, der quantitative Untersuchungen des Meeresplanktons durchzuführen hat.

Résumé. L'appareil destiné à diviser en deux parties à peu près égales un échantillon de plancton, consiste en un récipient ayant la forme d'un tambour cylindrique. Celui-ci est fixé de manière à tourner autour d'un axe horizontal; une paroi semi-circulaire verticale (septum) est fixée à l'intérieur du tambour et placée à mi-chemin entre les deux parois du fond de celui-ci. Un peu plus d'un litre suffira à remplir le tambour jusqu'à l'axe. Après avoir tourné le récipient jusqu'à ce que le septum se trouve en haut, on verse alors l'échantillon dans le tambour; on tourne ensuite celui-ci jusqu'à ce que le septum partage l'échantillon. En levant et en tournant encore

un peu, mais lentement, on verse les deux parties de l'échantillon dans des récipients appropriés. On peut continuer à partager l'échantillon, en versant le contenu d'un des récipients dans le tambour et ainsi de suite. On obtiendra de cette façon des portions égales à $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ de la quantité primitive, jusqu'à ce que l'échantillon soit assez petit pour que son contenu puisse être compté. En général l'échantillon contient différents constituants du plancton qui sont comptés chacun séparément. En multipliant par 2^m le résultat de chaque compte de la m^{ienne} fraction, on obtient une estimation du nombre contenu dans l'échantillon original. Chacune de ces opérations de partage est sujette à des erreurs de hasard, parfois aussi à des erreurs systématiques. L'étude de ces erreurs est basée sur une série d'épreuves comprenant des mesures de volume et des calculs de plancton. Les différents échantillons partiels ont été choisis particulièrement pour représenter différents types d'associations de plancton. Plusieurs types, spécialement étudiés, ont prouvé que les résultats n'avaient pas été faussés. Des tests statistiques comprenant la distribution de χ^2 et l'éloignement des parts de gauche et de droite de la moyenne, prouvent que les erreurs sont dues au hasard. De cette façon on réduira le mieux l'erreur en prenant la moyenne des différents comptes. L'étude de la grandeur de l'erreur a été faite à partir de la loi de propagation des erreurs d'un produit. En outre, on a étudié la différence entre les échantillons de droite et de gauche ainsi que d'autres problèmes des sources d'erreur.

L'article se termine par une description détaillée de l'appareil et discute les différents problèmes relatifs au plancton, tels que la variété de sa distribution dans la mer, sa tendance de se grouper en essaims, en outre les techniques de laboratoire, la façon de reconnaître les différents constituants du plancton et la valeur pratique des instruments et des méthodes statistiques du point de vue du biologue s'occupant des recherches quantitatives sur le plancton marin.

Introduction.

The animal population of the oceans is divided into three major categories depending upon the habitat and, in the pelagic forms, on the degree of locomotory powers. Thus, we recognize 1. the *benthos*, or bottom-dwellers; 2. the *nekton*, or fast-swimming pelagic forms; and 3. the *plankton*, or drifting or weakly-swimming pelagic life. Of these three, the plankton is by far the most abundant, and consists of countless numbers of different species distributed in various concentrations from the surface to great depths.

In ecological investigations involving a consideration of the relative abundance of the various species of the plankton community, the biologist is confronted at the outset with two great difficulties, other than taxonomic: 1. the collection of representative, quantitative samples, and 2. the numerical evaluation of the very large number of small organisms within the samples.

The first difficulty is minimized by collecting numerous samples from different levels and by using large nets with mesh-size most suitable for capture of the organisms wanted. In recent years, flowmeters are commonly placed within the net to provide a measure of the amount of water filtered.

The second difficulty necessitates splitting of the sample into small aliquot parts in order to make it practicable to examine and count directly the various species dealt with. The results of these counts are multiplied by the proper factor to give the numbers present in the complete sample. It is an evaluation of this operation that we are mostly concerned with here.

The senior author is responsible for the statistical procedures, Dr. Folsom for the instrumentation and Dr. Johnson for the biological analyses.

It is a pleasure to acknowledge the assistance of Delpha McGowan and Margaret Riedel in the enumeration of the organisms and Robert Bieri and Edward Brinton in the statistical calculations.

Apparatus.

The devices which have been perfected for fractioning of dry materials, such as sand or grain (Otto, 1937) cannot be used with assurance when dealing with wet material or organisms such as plankton in fluid. The individual plankters are characterized by different degrees of buoyancy and shapes. Hence, unless they are continuously agitated by stirring, they finally settle out and come to rest more or less into strata. Special effort must be made to choose a splitting technique which is not influenced by this non-random vertical distribution. In 1948 a new device was developed by T. R. Folsom at Scripps Institution of Oceanography for routine splitting of plankton samples. This device, which will be described in greater detail elsewhere by Folsom has been in continuous use here for the past five years and has earned complete acceptance in its intended use. There is reason to believe that it may be equally useful for sampling other kinds of materials in fluid. Dr. Folsom prepared the following brief description of the device.

Fig. 1 is a working drawing of the model which has seen the longest routine service. The dimensions are given by means of a scale. It was constructed entirely of plastic materials and stainless steel and is not corroded by sea water.

The splitting device consists of a hollow cylindrical drum which is provided with an axle which terminates in two plastic handles. The handles act also as trunnions, and during the splitting operation are rested on a pair of saddle-bearings supported by legs. The drum can be rotated around this axis through at least 180 degrees.

An essential feature is the semi-circular septum which is carefully spaced and cemented into place midway between the end walls of the drum. One free edge of this septum is polished and more or less sharpened and acts as the splitting knife. The other free edge merges into and constitutes one part of the bifurcating spout as can be seen in the figure. A notch is cut out of the drum to permit filling and emptying.

Insert (*a*) of Fig. 1 and Fig. 2*a* illustrate the filling procedure.

Insert (*b*) of Fig. 1 and also Fig. 2*b* illustrate how rotation of the drum causes the splitting blade to pass through the sample.

Insert (*c*) of Fig. 1 and also Fig. 2*c* show how the two halves of the sample are poured out when rotation is continued while the trunnion handles are lifted slightly. Plastic boats of convenient shape for emptying and filling the drum are provided.

General Operational Procedure.

The aggregation of organisms caught in the field by the net are preserved in a weak solution of formalin, usually in one-quart jars. The

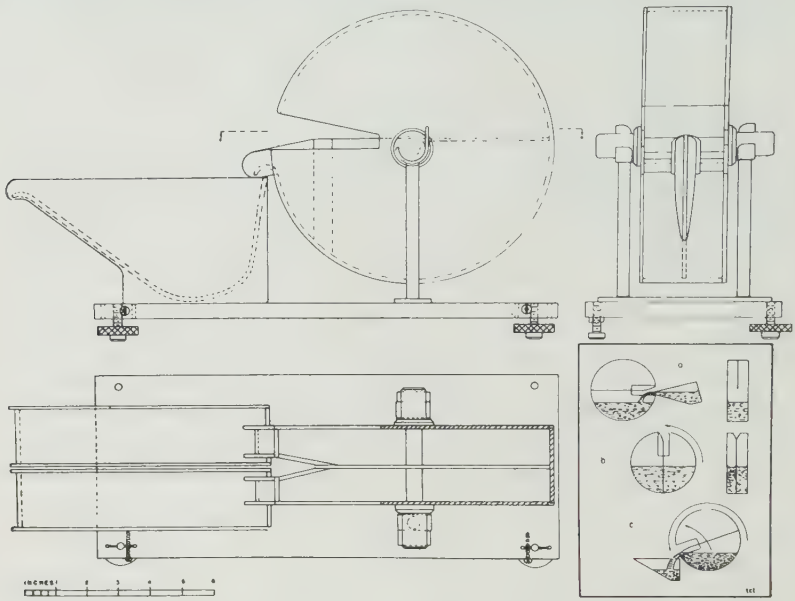


Fig. 1. Diagram of the zoo-plankton sample-splitter.

splitting is done directly on these fluid samples after large jellyfish, etc have been removed and the sample thoroughly mixed before pouring into the drum.

Leveling screws and a mechanics level are attached to the base plate of the device since the axle must be maintained level until the blade has passed completely through the sample. This is the only adjustment which must be made when the instrument is set up.

Smaller samples are made by returning the contents of one boat to the drum and splitting this once more. Each step takes only a few minutes, so the specimen can be quickly split into thirty-two or more parts.

The enumeration of organisms is accomplished by placing the smallest aliquot in a suitable counting chamber and identifying and counting directly with the aid of a low power microscope.

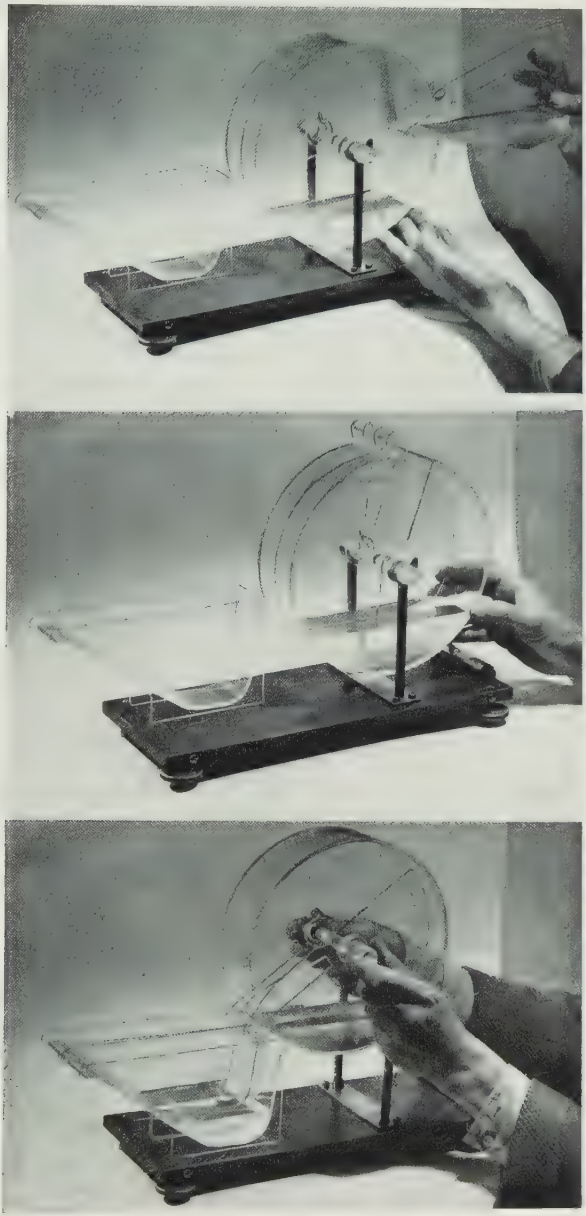


Fig. 2. *a* Pouring a zoo-plankton sample into the splitter. *b* View of the splitting blade sweeping through the sample. *c* View of the two halves of the sample just poured out of the drum.

In measuring the total volumes of organisms in the complete sample, or in each fraction of it, the sample including organisms and fluid is measured, then the fluid alone is measured after the organisms have been removed with an appropriate strainer. The difference gives the "displacement" or "wet" volume of the organisms.

Statistical Analysis of the Performance of the Plankton Splitter.

About three years ago, E. H. Ahlstrom reported preliminary studies of the Folsom plastic fractioner based upon plankton volumes and counts of twenty paired samples of fish eggs and larvae split into two portions. He added the total χ^2 values for each, computed from the special formula $\frac{(L-R)^2}{L+R}$, and concluded that these totals were no larger than could reasonably arise from random errors. Plankton volumes were fractioned to obtain 50%, 25%, and $12^1/_2$%, portions and sums of these portions were found to agree well with previous amounts. He found that the small errors tended to average out. These encouraging results suggested the present undertaking to conduct a detailed analysis of the performance of the device.

In quantitative plankton work, the size of the net hauls is often so large as to preclude counting of the individuals. Accordingly, various expedients are used to get some idea of relative numbers. For example, the haul may be poured into a graduate, and, after settling for a definite time interval, a measure of the volume of the settled material may be used. But, in the absence of exact counts of the net haul, a representative small sample containing correct proportions of each kind of plankton would meet the requirements. Then the number of each, in such a sample, can be directly counted, and the result multiplied by the denominator of the fraction $\frac{1}{2^m}$, where $m = 1$, for the first sample; 2, for the second, etc., is a quantitative estimate of the number in the original sample.

However, no matter how well the sampling device may be designed and built, even when used with the greatest care, errors in the results are unavoidable. Thus, quantitative researches on plankton require an answer to two questions: Are the errors random? How large are the errors?

For this purpose special test series of observations were made, including volumes of the fractioned samples and counts of the plankton. Fig. 3 shows the general plan of this operation. From the original sample designated by 0, two values 1 and 2 were obtained, then 1 was split into two halves, 3 and 4; and 2 was split into the halves 5 and 6, and so on. The samples indicated by circle 0 were kept but not split. Proceeding in this way to the mth fraction, there would be m pairs of samples, and the odd numbers in the diagram would be left-hand samples and the even numbers would be right-hand samples, denoted by L and R in this paper. In the test series both the L and R samples were counted, and each was designated by a number indicating its place in the plan of operation.

The first test for randomness was based upon $2\,S_i^2 = \frac{(L_i - R_i)^2}{2}$ equals the unbiased value of the variance of L_i or R_i. From one, two,

or three groups of hauls grouped according to size unbiased averages of the variance $\sigma^2 = \frac{\sum_1^k 2S_i^2}{k}$ were computed. Then the ratio $\frac{2S_i^2}{\sigma^2}$ is a nondimensional quantity that has a known χ^2 distribution of one degree of freedom if the errors are random. The theoretical χ^2 curve

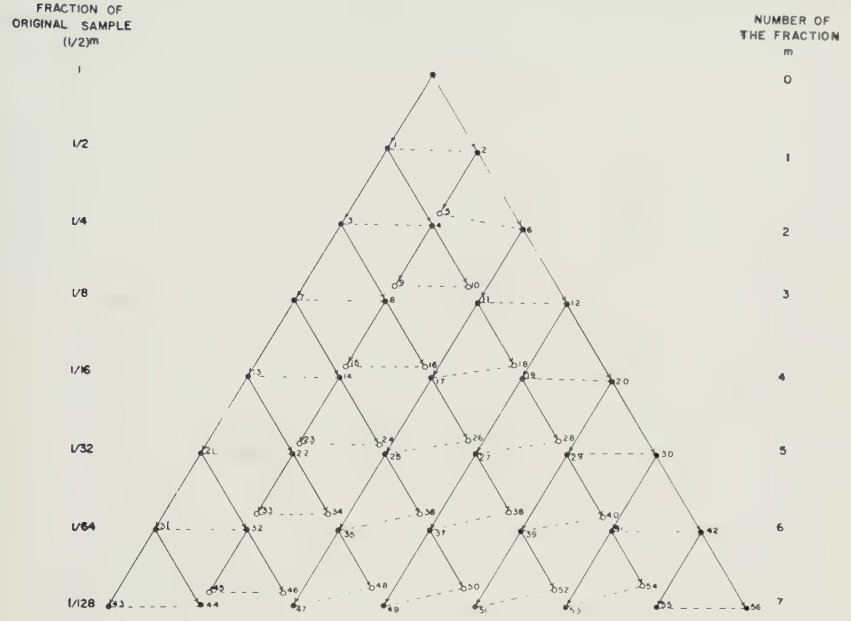


Fig. 3. Diagram for making test observations with the Folsom sample-splitter.

is the same in Figs. 4*a–c* and 10. After arranging the values $\frac{2S_i^2}{\sigma^2}$ for each kind of plankton in their order of magnitude, the proportion of entries equal to or exceeding each observed value is found, thus determining the position of the points ⊙ on the diagrams.

The general agreement of these points with the theoretical curve, Figs. 4*a* and *b*, is convincing evidence of randomness. The same observations for amphipods and euphausiids and for a composite of six kinds of plankton, Fig. 4*c*, have been subjected to an additional test of randomness by plotting the observed distribution of (departure of the mean) $= x$, expressed in units of σ, equals $\frac{x}{\sigma}$, against the theoretical normal or Gaussian cumulative distribution curve, Figs. 5*a–c* and 11

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x/\sigma}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt.$$

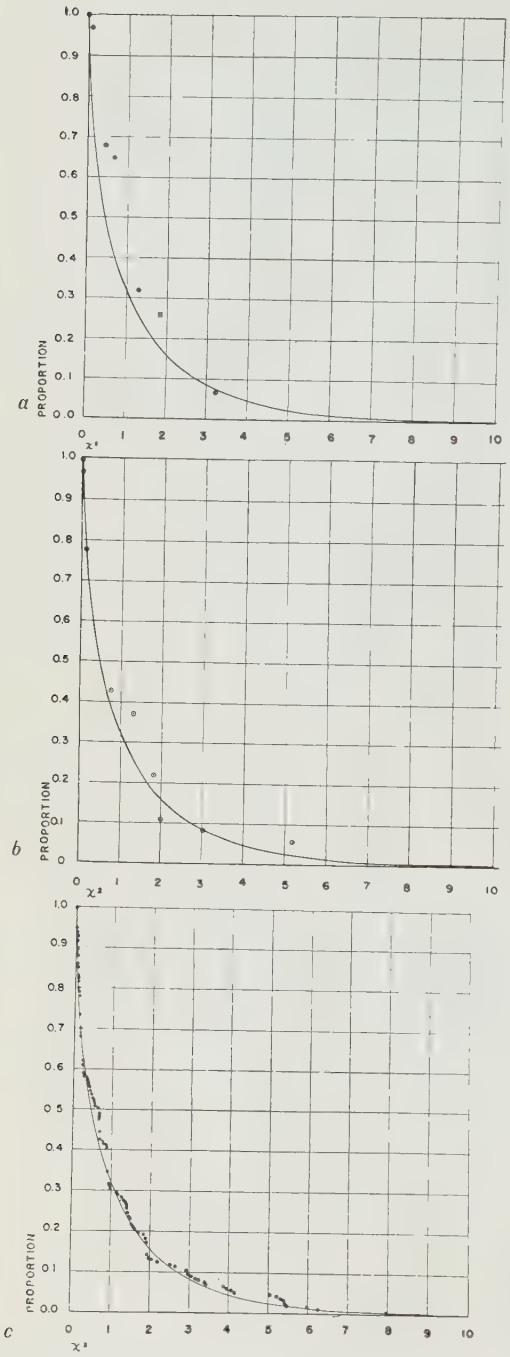


Fig. 4. χ^2 distribution of Amphipods (*a*), of Euphausiids (*b*) and of composite plankton (*c*) in fractioned samples ⊙ compared with the theoretical curve.

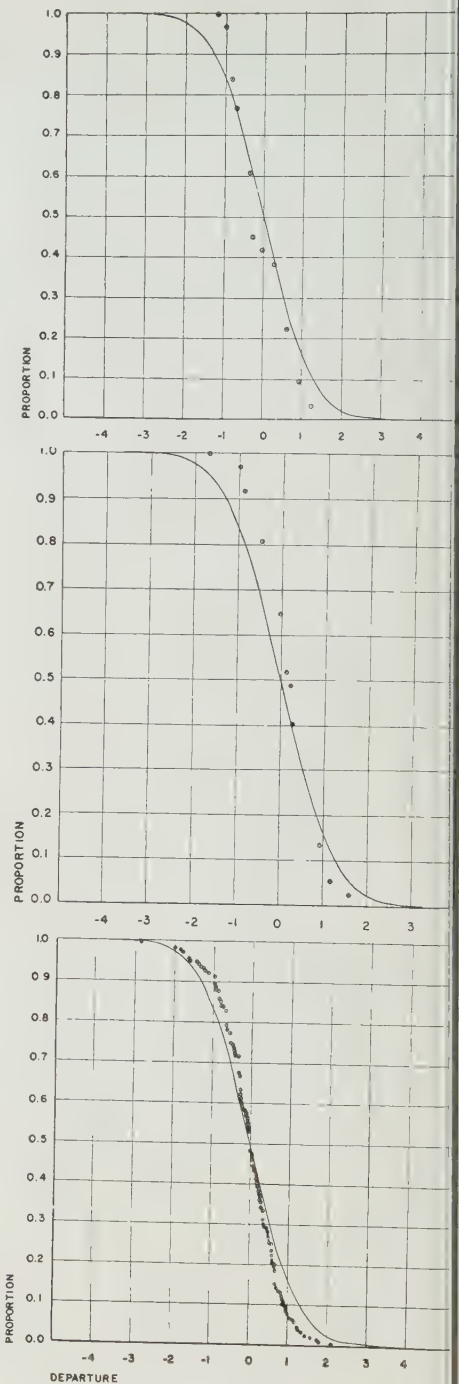


Fig. 5. Departure, $\frac{x}{\sigma}$ distribution of Amphipods (*a*) of Euphausiids (*b*) and of composite plankton (*c*) in fractional samples ⊙ compared with the normal or Gaussian theoretical curve.

The satisfactory agreement of these observed and theoretical frequencies confirms the previous conclusion that the errors are random. Finally, for each kind of plankton, $\sum_{i=1}^{n} \frac{2 S_i^2}{\sigma^2} = \chi^2$, was computed where n, the number of entries is also the number of degrees of freedom. This is an index of the range of the differences $(L-R)$. The larger this value of χ^2, obtained from a given number of entries n, the smaller is the probability that it could result from chance. This probability can be found directly from χ^2 tables. The results for each kind of plankton are as follows:

Kind of Plankton	χ^2	n	Probability
Amphipods	25.1	31	0.77
Chaetognaths	37.1	37	0.47
Copepods	35.4	37	0.58
Decapod larvae	28.9	32	0.31
Euphausiids	32.9	37	0.66
Larvaceans	19	26	0.84

Accordingly, in all cases the probability is so large that the observed range in values $(L-R)$ can be regarded as a result of random errors.

Since the foregoing tests of randomness are well satisfied, the errors will be assumed to arise from chance combinations of random errors, without appreciable bias.

First a theoretical relation will be derived between the differences $(L-R)$ in volume measurements, and the differences between the initial volume V_0 and its estimated value $V_m = 2^m L_m$. Denote by r_1, the left-hand portion of V_0 in first fraction, and by r_2 the portion of $V_0 r_1$ in the second fraction, etc. Then $V_m = 2^m r_1 r_2 r_3 \ldots r_m V_0$, where r_i is intended to be $\frac{1}{2}$, but is subject to accidental errors.

Expressing r_i in terms of L_i,

$$V_m = 2^m \frac{L_1}{V_0} \cdot \frac{L_2}{V_{0/2}} \cdot \frac{L_3}{V_{0/4}} \cdots \frac{L_m}{V_{0/2\,m-1}} \cdot V_0 = L_1 X L_2 X L_3 \ldots X L_m X (B)$$

where $\frac{L_i}{V_{0/2\,i-1}}$ is approximately $\frac{1}{2}$, and B is a constant.

The general law of the propagation of errors of a product, $u = a\,x\,y\,z$, is $\left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2$, where a is a constant factor. Applying this law to the expression for V_m, gives

$$\frac{\sigma_{V_m}^2}{V_m^2} = \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} + \frac{\sigma_{L_2}^2}{L_2^2} + \frac{\sigma_{L_3}^2}{L_3^2} + \ldots \frac{\sigma_{L_m}^2}{L_m^2}.$$

If each value $\frac{\sigma_{L_i}^2}{L_i^2}$ is a constant, $\frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2}$, $\frac{\sigma_{V_m}^2}{V_m^2}$ would equal $m \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2}$, which increases in proportion to the number of fractions taken. However,

when values of $\frac{\sigma_{V_i}^2}{V_i^2} = \frac{2\,S_i^2}{a^2}$, where $a = \frac{L_i + R_i}{2}$, were plotted on a vertical scale against a, on Log-log paper, the points determined a sloping straight line, indicating a decreasing function of a. The fit of a straight line to the points was much improved by averaging values of $\frac{2\,S_i^2}{a^2}$ in groups according to successive size intervals of a. From this diagram it was found that the empirical equation $\frac{\sigma_V^2}{V^2} = \frac{.028}{\sqrt{V}}$ expressed the relation quite accurately.

Accordingly, assume the general law $L_i^t \frac{\sigma_{L_i}^2}{L_i^2} = \lambda$, where t and λ are constants, then $\frac{\sigma_{L_i}^2}{L_i^2} = \frac{\lambda}{L_i^t}$, and the general equation

$$\frac{\sigma_{V_m}^2}{V_m^2} = \left\{\frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} + \frac{\sigma_{L_2}^2}{L_2^2} + \frac{\sigma_{L_3}^2}{L_3^2} + \ldots + \frac{\sigma_{L_m}^2}{L_m^2}\right\} =$$

$$\left\{\frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} + \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^t \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} + \left(\frac{L_1}{L_3}\right)^t \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} + \ldots + \left(\frac{L_1}{L_m}\right)^t \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2}\right\}$$

reduces to

$$\left\{1 + \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^t + \left(\frac{L_1}{L_3}\right)^t + \ldots + \left(\frac{L_1}{L_m}\right)^t\right\} \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2}$$

$$\{1 + (2^t) + (2^t)^2 + (2^t)^3 + \ldots + (2^t)^{m-1}\} \frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2}.$$

But for volumes, $\frac{\sigma_{L_1}^2}{L_1^2} = \frac{.028}{\sqrt{V_0/2}} = \frac{.028}{\sqrt{V_0}}\sqrt{2}$ and $t = \frac{1}{2}$.

Therefore

$$\frac{\sigma_{V_m}^2}{V_m^2} = \frac{.028}{\sqrt{V_0}}\left\{\sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^3 + \ldots + \left(\sqrt{2}\right)^m\right\} = \frac{.028}{\sqrt{V_0}} F_V(m).$$

Values of the factor $F_V(m)$ are as follows:

$m =$	1	2	3	4	5
$F_V(m) =$	$\sqrt{2}$	$2 + \sqrt{2}$	$2 + 3\sqrt{2}$	$6 + 3\sqrt{2}$	$6 + 7\sqrt{2}$
$=$	1.414	3.414	6.243	10.243	15.900

$m =$	6	7	8	9
$F_V(m) =$	$14 + 7\sqrt{2}$	$14 + 15\sqrt{2}$	$30 + 15\sqrt{2}$	$30 + 31\sqrt{2}$
$=$	23.900	35.213	51.213	73.840

This table can be verified and extended by means of the general formula

$$F_V(m+1) = F_V(m) + 2^{\frac{m+1}{2}}.$$

The test series of volume measurements are presented in Table I, and the computations of $\frac{\sigma_{V_m}{}^2}{V_m{}^2}$ are presented in Table II. The values computed by the direct method using V_m and the observed values of V_0 are listed in next to the last line. The theoretical values $\frac{.028}{\sqrt{V_0}} F_V(m)$ are listed in the last line for comparison. The theoretical results are shown by the curve of Fig. 6, and the values obtained by the direct computation are shown by the points ⊙. The general agreement between the points and the curve confirms the theory.

Table I. *Initial Volume and successive Left and Right Fractions (each left portion was fractioned).*

Initial	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*
Volume Fractions	281	75	78	84	127	84	97
$^1/_2$	*L* 145	28	50	40	57	41	51
	(*R* 136)	(47)	(28)	(44)	(70)	(43)	(46)
$^1/_4$	*L* 75	16	22	21	30	20	23
	R 69	16	24	21	27	21	24
$^1/_8$	*L* 31	8	12	11	16	12	12
	R 36	8	12	11	15	11	12
$^1/_{16}$	*L* 19	4	5	7	[7.5]	6	5
	R 18	5	6	7	counted	7	7
$^1/_{32}$	*L* 9	[2.25]	4	3		[3.25]	[3.25]
	R 10	counted	4	4		counted	counted
$^1/_{64}$	*L* 6		[2]	[1.75]			
	R 6		counted	counted			
$^1/_{128}$	[3] counted						

Volumes in square bracket [ ] are estimated portions at which counts of organisms were made and are not used until later, in the analysis of counts.

In the direct computation of the variance, $\sigma_{V_m}{}^2$, sums of the squares of the departures from V_0 were divided by k, the number of values, because V_0 is given, independently of values of V_m. The mean of the values of V_m can be used instead of V_0, but the sum of the squares of the departures from the mean must be divided by $k - 1$.

The error in the estimated number of plankton in the initial sample depends upon the variability of the density, or number of particles per cubic cm of the sample as well as the volume. Let $C_m{}^*$ = the count in the mth fraction and let $D_m{}^*$ = the density of the plankton in this

fraction. Then $C_m^* = D_m^* L_m$, where L_m equals the volume of the left hand mth fraction. Then, using the law for the (c. v.)^2 of a product.

$$\frac{\sigma_{C_m^*}^2}{(C_m^*)^2} = \frac{\sigma_{D_m^*}^2}{(D_m^*)^2} + \frac{\sigma_{L_m}^2}{L_m^2},$$

where the last term pertains to the volume, and has already been considered. The measured values of L_m differ from their intended amount, $V_0\left(\frac{1}{2}\right)^m$, by random errors. Denote the number of plankton in this constant volume by

$$C_m = D_m^* V_0\left(\frac{1}{2}\right)^m.$$

Then

$$\frac{\sigma_{D_m^*}^2}{(D_m^*)^2} = \frac{\sigma_{C_m}^2}{C_m^2}$$

and

$$\frac{\sigma_{C_m^*}^2}{(C_m^*)^2} = \frac{\sigma_{C_m}^2}{C_m^2} + \frac{\sigma_{L_m}^2}{L_m^2}.$$

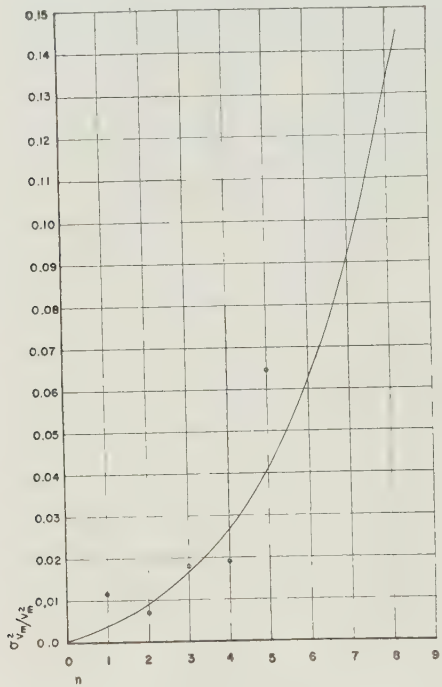


Fig. 6. $\sigma_{V_m}^2/V_m^2$ computed directly ⊙ compared with theoretical curve.

Regarding the term $\frac{\sigma_{C_m}^2}{C_m^2}$, the volume $2V_0\left(\frac{1}{2}\right)^m$ can be considered to contain $D^* 2V_0\left(\frac{1}{2}\right)^m = n$ individuals, distributed between the two halves of the volume according to the binomial distribution, $(q+p)^n = q^n + n q^{n-1} p + \frac{n(n-1)}{q} q^{n-2} p^2 + \ldots + p^n$, where $(q+p) = 1$. On the basis of chance q^n is the probability that all of them will be in the left-hand half, and none in the right-hand half, and p^n is the probability that all would be in the right-hand half. Thus, any term of the series is the probability that the exponent of q would be the number of particles in the left-hand half of the volume. Although, such particular consequences of the assumed distribution are helpful in understanding the frequency law, it is necessary to consider certain general properties of the distribution in order to determine the $(C\ V)^2$, and obtain results that apply readily to any number of individuals. The binomial series contains $(n+1)$ terms, the mean value of the number is $n\,p$, and its variance is $n\,p\,q$. Therefore, the $(C\ V)^2 = \frac{n\,p\,q}{(n\,p)^2} = \frac{q/p}{n} = \frac{q/p}{D^* 2V_0(1/2)^m} = \frac{\sigma_{C_m}^2}{C_m^2} = \frac{q/p}{C_m}$,

Table II. *Initial Volumes, V_m of each series, estimated from the Indicated Fraction.*

Fraction Series	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	Given Initial Volume V_0	Square of Initial Volume V_0^2
C	2 × 145 = 290	4 × 75 = 300	8 × 31 = 248	16 × 19 = 304	32 × 9 = 288	281	78961
D	2 × 28 = 56	4 × 16 = 64	8 × 8 = 64	16 × 4 = 64		75	5625
E	2 × 50 = 100	4 × 22 = 88	8 × 12 = 96	16 × 5 = 80	32 × 4 = 128	78	6084
F	2 × 40 = 80	4 × 21 = 84	8 × 11 = 88	16 × 7 = 112	32 × 3 = 96	84	7056
G	2 × 57 = 114	4 × 30 = 120	8 × 15 = 120			127	16199
H	2 × 41 = 82	4 × 20 = 80	8 × 12 = 96	16 × 6 = 96		84	7056
I	2 × 51 = 102	4 × 23 = 92	8 × 12 = 96	16 × 6 = 96		97	9409
					Totals ...	826	130383
					Means ...	118	18620
					V_m^2 ...	(118)²	13920

(Comp.) (− Initial)	$(V_m - V_0)$	$(V_m - V_0)^2$	$(V_m - V_0)$	$(V_m - V_0)^2$	$(V_m - V_0)$	$(V_m - V_0)^2$	$(V_m - V_0)$	$(V_m - V_0)^2$	$(V_m - V_0)$	$(V_m - V_0)^2$
	9	81	19	361	— 33	1089	23	529	7	49
	— 19	361	— 11	121	— 11	121	— 11	121	0	0
	22	484	10	100	18	324	2	4	50	2500
	— 4	16	0	0	4	16	28	784	12	144
	— 13	169	— 7	49	— 7	49	0	0	0	0
	— 2	4	— 4	16	12	144	12	144	0	0
	5	25	— 5	25	— 1	1	— 1	1	0	0
Totals	— 2	1140	2	672	— 18	1744	53	1583	69	2693

Number of Entries = k	7	7	7	6	3		
$\Sigma (V_m - V_0)^2/k = \sigma_{V_m}^2$	163	96	249	264	898		
m	1	2	3	4	5	6	7
Direct Computation of $\sigma_{V_m}^2/V_m^2$ ...	.0117	.0069	.0179	.01897	.0645		
Theoretical Computation of $\sigma_{V_m}^2/V_m^2$	.0036	.0088	.0161	.0264	.0410	.0618	.0908

where C_m equals the number in the portion fractioned last. It is therefore twice the number counted in the last fraction $= (C_2 + C_2)_m$. The value of the count $(C_2)_m$, found by splitting C_m, differs from the mean, $n\,p$ by random errors, and there may be a tendency to obtain greater than half of the number in either the left or the right sample. This would be a biased result, represented by $q \neq p$. The skewness of this distribution is $\alpha_3 = \frac{q-p}{\sqrt{n\,p\,q}}$ and accordingly decreases as n increases. The various coefficients for selected values of q and p, are given in the following table.

q	p	q/p	$\frac{q-p}{\sqrt{p\,q}} = \sqrt{n}\,\alpha_3$
.3	.7	.428	— .873
$^1/_3$	$^2/_3$	.500	— .707
.4	.6	$^2/_3$	— .408
.5	.5	1.000	0
.6	.4	1.500	.408
$^2/_3$	$^1/_3$	2.000	.707
.7	.3	2.333	.873
$^3/_4$	$^1/_4$	3.000	1.154
.8	.2	4.000	1.500
.9	.1	9.000	2.667

The skewness α_3 is found by dividing the last column by $\sqrt{n}$. Assuming perfect symmetry, $q = p = {}^1/_2$, and $\frac{\sigma_{C_m}{}^2}{C_m{}^2} = \frac{q/p}{C_m}$ reduces to $\frac{1}{C_m}$.

Accordingly, by reference to the general formula, page 512, the value of t would be 1 and the $(C\,V)^2$ of N_m would be

$$\frac{\sigma_{N_m}{}^2}{N_m{}^2} = (1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{m-1})\,\frac{\sigma_{L_1}{}^2}{L_1{}^2}.$$

Therefore,

$$\frac{\sigma_{N_m}{}^2}{N_m{}^2} = \frac{1}{N_0}\,F_n\,(m),$$

where

$m =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_N\,(m) =$	1	3	7	15	31	63	127	255	511
$\Delta F_N\,(m) =$		2	4	8	16	32	64	128	256

$\Delta F_N\,(m) = F_N\,(m+1) - F_N\,(m) = 2^m.$

Also $F_N\,(m+1) = 2\left[F_N\,(m) + \frac{1}{2}\right].$

These relations serve to check the numerical results listed and to extend the table, if desired.

The foregoing results can be combined into the following theoretical formula for computing the $(C\ V)^2$ of N_m.

$$\frac{\sigma_{N_m}{}^2}{N_m{}^2} = \frac{.028}{\sqrt{V_0}} F_V(m) + \frac{1}{N_0} F_N(m).$$

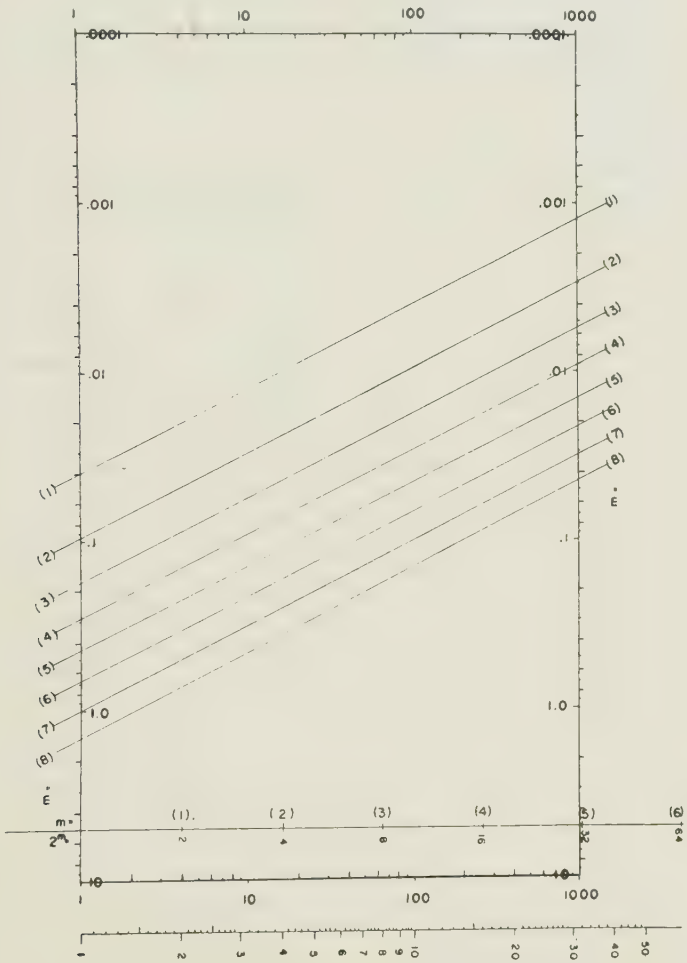


Fig. 7. Log-log diagram for computing $\frac{.028}{\sqrt{V_0}} F_V(m)$ and log diagram for computing $N_m = 2^m C_m$.

In practice neither V_0 nor N_0 are known, but their estimated values V_m and N_m serve as satisfactory approximations.

This basic formula, adapted to practical use, with the aid of the tables of $F_V(m)$, and $F_N(m)$ is illustrated in Figs. 7 and 8 which can be used directly for graphical determinations of $\frac{\sigma_{N_m}{}^2}{N_m{}^2}$, as follows:

Enter the volume, L_m of the mth fraction, on the lowest horizontal scale of Fig. 7. The straight line determined by the volume of the mth fraction on the bottom scale and the point m on the horizontal scale of

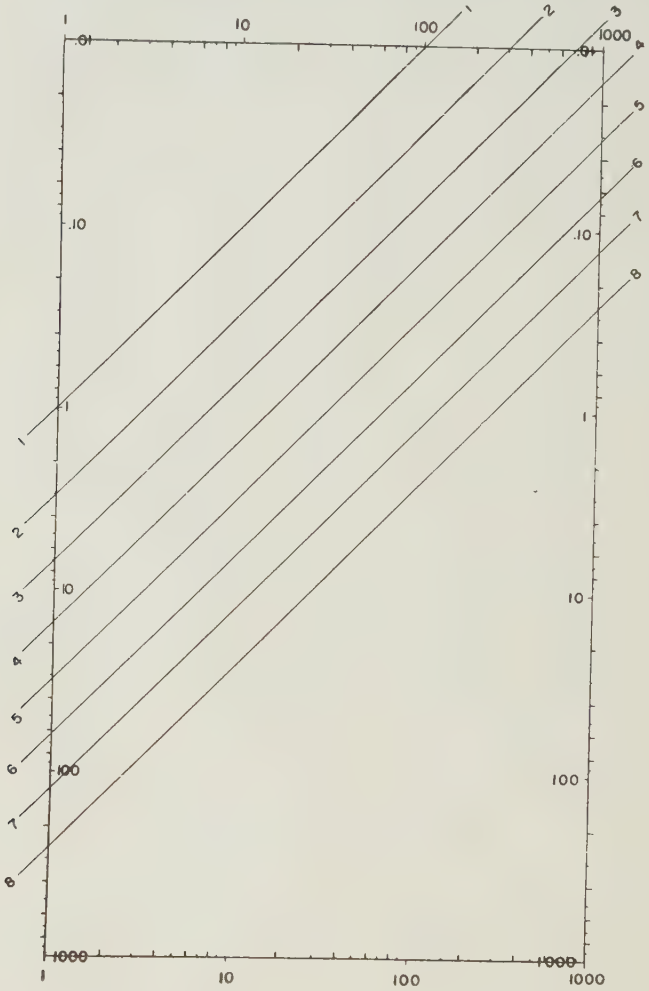


Fig. 8. Log-log diagram for computing $\frac{1}{N_0}[F_N(m)]$.

2^m intersects the middle horizontal scale at the value V_m, the estimated value of V_0. A vertical line through this point intersects the sloping line labeled m at a point on a horizontal line which intersects either vertical scale at the value of $\frac{\sigma_{V_m}^2}{V_m^2} F_V(m)$.

The straight line determined by the count of the mth fraction on the bottom scale of Fig. 7 and the point m on the horizontal scale of 2^m intersects the middle horizontal scale at the value of N_m, the estimated value of N_0. A vertical line through this point on the horizontal scale of Fig. 8 intersects the sloping line corresponding to m at a point whose height on either vertical scale is the value of $\frac{\sigma_{C_m}^2}{C_m^2} F_N(m)$.

Adding these two results gives the required theoretical value of $\frac{\sigma_{N_m}^2}{N_m^2}$.

Two contrasting plankton types, Amphipods and Euphausiids, were selected in order to test the foregoing formula. This involved the laborious task of direct counts of the six initial samples of each. Final fractions of $^1/_{16}$, $^1/_{32}$ and $^1/_{64}$ of the original had already been counted. In order to show the variability of the observations on these types, detailed tabulations have been prepared, Table III for the Amphipods and Table IV for Euphausiids. Actual counts are listed first for both the left-hand and right-hand proportions under the values of m. Values of $(C\ V)^2\ N_m$ next to the last line of Table III are averaged for each value of m. Theoretical values computed for each of the groups D to I were likewise averaged for the same values of m and entered in the last line. The upper theoretical curve of Fig. 9 was plotted from theoretical values averaged for each value of m. The points obtained by direct computation agree well with the curve.

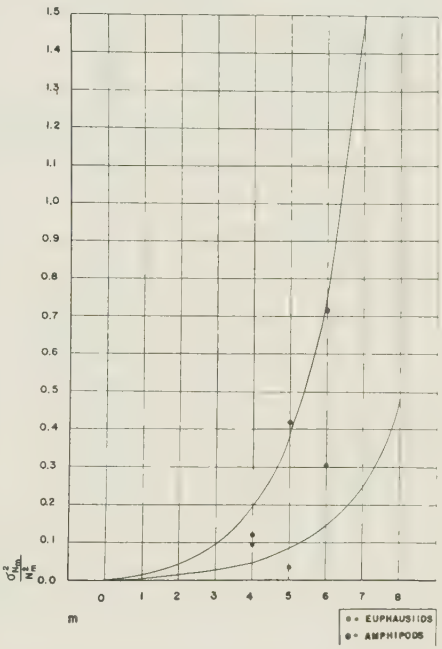


Fig. 9. $\sigma_{N_m}^2/N_m^2$ computed directly ◯ compared with theoretical curve.

Following the same procedure for the Euphausiids, Table IV and the lower curve of Fig. 9 were obtained. Although the agreement of the points with the curve is not good, in detail, there is a general verification of the theory.

This statistical analysis of the performance of the plankton sample splitter shows it to be well adapted to the purpose of obtaining unbiased representative random samples of the initial net haul. The convenient methods developed for estimating the error of the sample should be of practical value to biologists engaged in quantitative plankton studies.

Table III. *Table of Counts and Computations of Amphipods.*

$m =$	G 4		H 5		I 5		D 5		E 6		F 6	
	L	R	L	R	L	R	L	R	L	R	L	R
	23	30	1	1	5	2	14	18	0	1	2	3
	38	32	1	4	4	1	13	9	0	1	1	0
	17	28	4	0	3	6	8	10	1	0	2	4
	16	23	3	1	3	6	12	9	0	1	2	0
			2	3	5	8	8	3	0	2	2	4
									2	0	1	3
					N_m = *Products of Counts L by* 2^m.							
		368		32		160		448		0		128
		608		32		128		416		0		64
		272		128		96		256		64		128
		256		96		96		384		0		128
				64		160		256		0		128
										128		64
	4	1504	5	352	5	640	5	1760	6	192	6	640
Means ...		376		70		128		352		32		107
N_0	=	414	44		137		300		43		128	
K	=	4	5		5		5		6		6	
V_0	=	120	104		104		72		128		115	
$\sigma^2{}_{N_m}$	=	21220	2090		900		9270		2512		1365	
$(CV)^2{}_{N_m}$	=	.124	1.080		.048		.103		1.358		.083	By direct computation
		.124			.410				.720			Values of $(CV)_{N_m}{}^2$ averaged with respect to m
		.195			.392				.757			Theoretical values of $(CV)_{N_m}{}^2$

Table IV. *Table of Counts and Computations of Euphausiids.*

$m =$	G 4		H 5		I 5		D 5		E 6		F 6	
	L	R	L	R	L	R	L	R	L	R	L	R
	32	41	120	134	38	38	23	20	6	3	78	73
	34	43	138	144	46	55	38	25	3	5	80	63
	17	27	162	141	43	39	34	33	5	4	78	112
	17	16	129	124	64	54	34	28	1	4	84	71
			120	117	47	50	34	25	9	3	94	87
									11	1	81	60
				N_m = *Products of Counts L by* 2^m.								
		512		3840		1216		736		384		4992
		544		4420		1472		1216		192		5122
		272		5184		1376		1089		320		4992
		272		4138		2048		1089		64		5366
				3740		1504		1089		576		6006
										704		5186
	4	1600	5	21322	5	7616	5	5219	6	2240	6	31664
Means ...		400		4264		1523		1044		373		5277
N_0	=	454		3928		1515		940		294		5240
K	=	4		5		5		5		6		6
V_0	=	120		104		104		72		128		115
$\sigma^2_{N_m}$	=	19420		381358		78956		36879		53290		123700
$(CV)^2_{N_m}$	=	.0944		.0247		.0344		.0417		.617		.0045 } By direct computation
		.094				.034						.310 Values of $(CV)_{N_m}{}^2$ averaged with respect to m
		.047				.083						.147 Theoretical values of $(CV)_{N_m}{}^2$

The foregoing investigation of errors in laboratory apparatus suggests the desirability of at least a brief comment on errors and variability of net hauls. Towing a net at a selected level for a short time, say twenty minutes, provides a sample of floating material in a limited volume at that level and is usually accompanied by information about the chemistry and physics of the environment. Repeated collections of this kind can be so tabulated as to indicate the relation of the abundance of plankton to the environmental factors. An outstanding characteristic of such data is high variability, making it necessary to work with average values. Some indication of the minimum variability in abundance results from towing a pair of nets close together and comparing the catches in the right and left nets. In this case the volume of sea water containing the plankton would be nearly equal and could be assumed to be identical as regards environmental factors. However, according to experience a pair of such hauls is highly variable. The following typical results illustrate this variability.

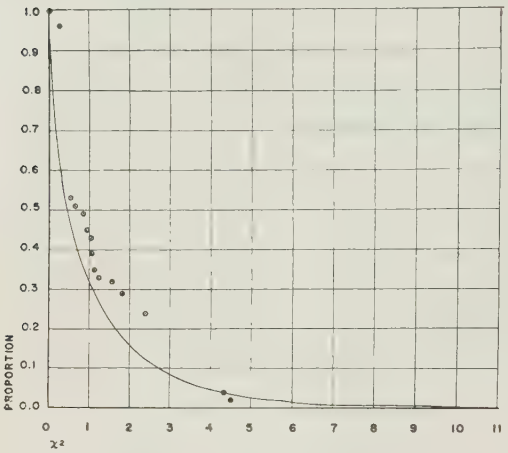


Fig. 10. χ^2 distribution of paired net hauls of *Sagitta bipunctata* compared with theoretical curve.

L	9	0	52	37	0	3	1	7
R	0	1	33	36	3	3	0	24

For a detailed description of a pair of closing nets used by the Scripps Institution for Biological Research, see Michael and McEwen (1916), p. 209–12. An analysis of a series of 51 pairs of such net hauls operated for fifteen-minute intervals from an anchored ship yield the following summarized results for Sagitta bipunctata. χ^2 values of the pairs followed the theoretical curve quite closely and the ratio of departures from the mean to the standard deviations agreed well with the normal law, Figs. 10 and 11. Randomness of the differences in catch of the paired nets is thus indicated.

About half of the values of the $(CV)^2$ exceeded 1, the most frequent values being 2, about 20 were $\gtrless$ than 0.5. Arranging the counts $L + R = 2N$ into 10 groups according to increasing values of $2N$, averages of corresponding values of $\frac{\sigma_N{}^2}{N^2} = \frac{\frac{(L-R)^2}{2}}{\left[\frac{(L+R)}{2}\right]^2}$ were entered in the second line of the following table:

$2N$	1	2	3	4	5	6–7	9	10	17–18	32
$\frac{\sigma_N^2}{N^2}$	2	1.33	1.11	0.5	0.5	.18	.07	.32	.16	.6
$\frac{3}{2N}$	3	1.5	1.0	0.75	0.6	.46	.33	.30	.17	.09

If, as in the plankton splitter $2N$ organisms of any kind are considered to be distributed in the paired nets according to the expansion of the binomial $(q + P)^{2N}$, and perfect symmetry, $q = p$, is assumed, the value of $\frac{\sigma_N^2}{N^2}$ would equal $\frac{1}{2N}$. However, it was found that the directly computed values agreed better with $\frac{3}{2N}$, entered in the last line. This apparent discrepancy may be due to the observed tendency of organisms to occur in groups, which have a roughly uniform distribution. Thus the theoretical result $\frac{1}{2N}$ would pertain to groups rather than to individual organisms, and, there should be a factor equal to the average number per group. The following theoretical formulae relating the number of net hauls capturing n or more organisms to the average number of organisms per haul A, agree with artificial experiments in which an approach to uniformity is obtained by mixing.

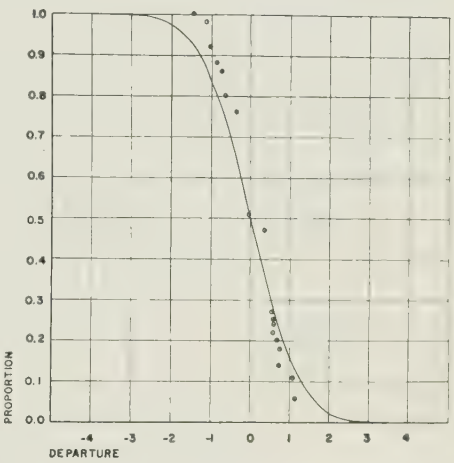


Fig. 11. Departure, $\frac{x}{\hat{\sigma}}$ distribution of *Sagitta bipunctata* compared with the normal or Gaussian theoretical curve.

n, Frequency,
1, $1 - C^{-A}$,
2, $1 - C^{-A}(1 + A)$,
3, $1 - C^{-A}\left(1 + A + \frac{A^2}{2}\right)$.

However, according to McEwen (1929), for Zooplankton in the ocean, the value A computed from these formulae was of the order $^1/_5$ of the number actually counted. This indicated a roughly uniform distribution of groups containing several individuals. Thus the foregoing modification of the expression $\frac{1}{2N}$ by the factor of 3 would be reasonable.

Regarding the number of organisms in the net haul as a sample from the ocean, the value of $\left[\frac{\sigma_N^2}{N^2}\right]_0 = \frac{3}{2N}$ would have to be added

Table V. *Results of Combining Field and Laboratory Errors of Plankton Abundance.*

(1) Assumed Values of $2N_0$	(2) N_0	(3) $\frac{3}{(1)}$	(4) m	(5) Number in Counted Samples L_N	(6) $\frac{1}{2N_0}$	(7) $F_N(m)$ p. 516	(8) (7) × (6)	(9) $F_V(m)$ p. 512	(10) (9) $\frac{.028}{\sqrt{V_0}}$	(11) (8) + (10)	(12) (11) + (3) Combined Field & Laboratory Error
1					1.0						
2	1	1.5			.5						1.5
4	2	.75			.25						.75
8	4	.375			.125						.375
16	8	.188	0	8	.0625	0	0	0	0	0	.188
32	16	.094	1	8	.0312	1	.0312	1.41	.0039	.0351	.129
64	32	.047	2	8	.0156	3	.0470	3.41	.0095	.0565	.103
128	64	.023	3	8	.0078	7	.0546	6.24	.0175	.0721	.096
256	128	.012	4	8	.0039	15	.0585	10.24	.0286	.0871	.099
512	256	.0058	5	8	.0019	31	.0590	15.90	.0445	.1035	.109
1024	512	.0029	6	8	.0010	63	.0610	23.90	.0670	.128	.131
2048	1024	.00098	7	8	.0005	127	.0620	35.21	.0985	.160	.161
4096	2048	.00049	8	8	.00024	255	.0620	51.21	.1435	.204	.204
8192	4096	.00024	9	8	.00012	511	.0620	73.84	.207	.269	.269

to the value applying to the plankton splitter in order to obtain the proper composite error applying to quantitative researches.

The following hypothetical example shows the range of estimates of the composite error due to splitting the haul until the count was constant. The resulting $(CV)^2$ varied only from .188 to a minimum of .1 and a maximum of .269 for m ranging from 0 to 9 and N_0 ranging from 8 to 4096, according to Table V.

Discussion.

In choosing the seven plankton samples here used for statistical analyses, an attempt was made to select a series representing different community compositions as found in nature. This was done in order to test whether or not the kinds of organisms, and the relative abundance or sizes, might influence the results.

The ease with which it is possible to quickly identify the organisms present in a sample and to count their numbers is influenced by the composition of the sample at hand. Thus, large numbers of trans-

lucent doliolids or salps, for example, interfere especially with the analysis and counting of other translucent or transparent forms, such as larvaceans, small chaetognaths, certain copepods such as *Eucalanus*, and others. In routine counting, these difficulties may introduce some errors so that minumum counts may be recorded for such hyaline forms.

The presence of slime or stringy fragments from broken jellyfish, ctenophores, salps, heteropods, etc., which cause agglutinations or tangling, especially of spinaceous forms, including some decapod larvae, the copepods such as *Euchaeta, Candacia* and others may be a source of discrepancies in splitting as well as counting. There was some agglutination in samples, C-5-901, B-18-40.100, and S-21-77.65, but these seem not to have interfered seriously.

Sample C-5-901 contained a large number of pteropods which because of their calcareous shells, precipitate quickly after the sample has been shaken. However, the splitting and counting of the sample appears not to have been much influenced by this factor.

While the tables and graphs give the relative numerical abundance of the different animals counted, it is useful to supplement these data with the following partial analysis relative to the kinds and size-ranges of the most significant of these animals, together with the approximate wet volume composition of the samples.

C-5-901

Copepods: length 2–8 mm.
Eucalanus bungii 58%; *Calanus finmarchicus* 13%; *Metridia lucens* 10%; Others 19%.
Euphausiids: length 4–10 mm.
Euphausia pacifica 82%; *Thysanoëssa gregaria* 18%.
Chaetognaths: length 5–10 mm 90%; 11–15 mm 10%.
Amphipods: length 2–7 mm.
Decapod larvae (Macruran): length 10–15 mm.
Pteropods *(Limacina)*: length 1–2.5 mm.
Volume composition: pteropods 33%; euphausiids 5%; copepods, and others 62%.

B-18-40.100

Copepods: length 1.5–7 mm.
Eucalanus bungii 62%; *Calanus finmarchicus* 19%; *Clausocalanus arcuicornis* 9%; Others 10%.
Euphausiids: length 3–5 mm.
Chaetognaths: length 4–10 mm 93%; 11–15 mm 7%.
Amphipods: length 1–10 mm.
Annelids: length 3–10 mm.
Tomopteris 39%; syllid 61%.
Doliolids: length 5–12 mm.
Volume composition: salps and doliolids 93%; others 7%.

P. 18-120.35

Copepods: length 1.5–4 mm.
Calanus finmarchicus 88%; *Clausocalanus arcuicornis* 5%; *Acartia spp.* 4%; others 3%.
Euphausiids *(Euphausia pacifica)*: size 5–11 mm.
Chaetognaths: length 6–10 mm 62%; 11–15 mm 38%.
Amphipods: length 2–6 mm.

Decapod larvae: length 5–15 mm.
Volume composition: copepods 90%; euphausiids, and others 10%.

C-18-70.55

Copepods: length 1.5–6 mm.
Calanus finmarchicus 71%; *Metridia lucens* 10%; *Sappharina* 8%; Others 11%.
Euphausiids: length 10–20 mm.
Euphausia pacifica 5–10 mm 59%; 11–15 mm 38%; 16–21 mm 3%.
Chaetognaths: length 10–15 mm 60%; 16–22 mm 40%.
Amphipods: length 2–5 mm 75%; 10–15 mm 25%.
Doliolids: length 6–13 mm.
Decapod larvae: length 4–10 mm.
Volume composition: doliolids 93% of the sample, copepods and others 7%.

S-21-77.65

Copepods: size, 1.5–8 mm.
Calanus finmarchicus 34%; *Euchirella pulchra* 30%; *Pleuromamma spp.* 19%; Others 17%.
Euphausiids: size, 7–10 mm 85%; 11–15 mm 11%; 16–22 mm 4%.
Thysanoëssa gregaria 71%; *Euphausia spp.* 22%; *Stylocheiron longicorne* 7%.
Chaetognaths: size, 10–30 mm.
Amphipods: size, 4–8 mm.
Salps, length 15–30 mm.
Doliolids, length 10–15 mm.
Volume composition: very mixed.

H-21-117.35

Copepods: length 1.5–7 mm.
Calanus finmarchicus 30%; *Pleuromamma spp.* 29%; *Eucalanus bungii* 17%; Others 24%.
Euphausiids: length, 5–10 mm 13%; 11–15 mm 21%; 16–20 mm 66%.
Euphausia pacifica 82%; *Thysanoëssa spinifera* 18%.
Chaetognaths: length 2–10 mm.
Amphipods: length, 2–8 mm.
Decapod larvae (Mostly zoea): length 4–10 mm.
Volume composition: euphausiids (10–20 mm) 60%; smaller euphausiids, copepods, etc. 40%.

Cape Arago sample

Copepods: length 2–4 mm (make up about 98% of volume).
Calanus finmarchicus 87%; others 13%.
Euphausiids *(Euphausia pacifica)*: length, 5–8 mm.
Chaetognaths: length 5–10 mm 80%; 11–15 mm 20%.
Decapod larvae (Macruran): length, 5–7 mm.
Volume composition: copepods 98%.

In the study of marine plankton as in many other branches of marine science, it is not possible to make direct visual observations on the populations as can frequently be done when studying the intertidal benthic communities. We are, therefore, dependent upon mechanical devices for the purpose of collecting representative samples. One necessary step in the designing and application of adequate collecting gear is an appreciation of the degree of variability of distribution.

The towing of two identical nets side by side simultaneously provides information on the randomness of distribution within relatively narrow confines or swarms. Over wider areas, greater differences often occur from station to station. These may indicate swarming or the abrupt passing from one environmental biotope into another.

It is precisely these differences that we must be able to detect in order to evaluate the factors, biological, chemical or physical that influence organic production, concentration and utilization. Thus the biologist is greatly aided by the engineering ingenuity that provides not only the most efficient types of collecting gear but also laboratory aids in facilitating the study of the samples.

The concentration of plankton within certain areas or into swarms may in part result from organic factors but it is appropriate to stress here the need of the biologist for physical data on current systems, water masses, etc. in order that he may better understand the variability of distribution as found in nature. In this connection the works of Dr. DEFANT in furthering the studies of physical oceanography have assumed a great biological significance that is widely appreciated in all fields of biological oceanography.

References.

1. Biometrika, Vol. 32, Part 2. October, 1941. χ^2 tables, pages 187–191.
2. Biometrika, Vol. 37, Parts 3 and 4. December 18, 1950. χ^2 tables, pages 313–325.
3. DEMING, W. EDWARDS: Statistical Adjustment of Data. John Wiley and Sons. New York 1943.
4. GILBERT, J. Y.: The Errors of the Sedgwick-Rafter Counting Chamber in the Enumeration of Phytoplankton. Transactions of the American Microscopical Society, Vol. LXI, No. 3, July 1942.
5. HOEL, PAUL G.: Introduction to Mathematical Statistics. John Wiley and Sons. New York 1947.
6. MCEWEN, GEORGE F.: Statistical Evidence of the Tendency of Marine Plankton to Occur in "Swarms". Proceedings of the Fourth Pacific Science Congress. Java 1929.
7. MICHAEL, ELLIS L. and GEORGE F. MCEWEN: Continuation of Hydrographic Plankton, and Dredging Records of the Scripps Institution for Biological Research of the University of California (1913–15). University of California Publications in Zoology. Vol. 15, No. 2, pp. 207–254 (1916).
8. OTTO, GEORGE H.: The Use of Statistical Methods in Effecting Improvements on a Jones Sample Splitter. Jour. of Sed. Petrology, Vol. 7, No. 3, pages 110–132, December 1937.
9. TIPPETT, L. H. C.: The Methods of Statistics. Williams and Norgate, Ltd. London 1941.
10. TRELOAR, ALAN E.: Elements of Statistical Reasoning. John Wiley and Sons. New York 1939.
11. — Random Sampling Distributions. Burgess Publishing Company. 1946.
12. WIBORG, KRESTIAN FREDRIK: The Whirling Vessel, An Apparatus for Fractioning Plankton Samples. Report on Norwegian Fisheries and Marine Investigations, Vol. IX, No. 13 (1951), Director of Fisheries, Bergen.

551.465

(Institut Océanographique, Monaco.)

Les îles flottantes.

Par

J. Rouch.

Résumé. Les navigateurs ont l'habitude de jeter à la mer des bouteilles qui, lorsqu'elles sont retrouvées, donnent des indications sur les courants du large: on a ainsi obtenu des preuves directes que les ramifications du Gulf Stream atteignent les côtes de France. D'autres indications sur les courants sont fournies par le chemin parcouru par des épaves, des bouées en dérive, ou bien par des flottages naturels, tels que la dérive des glaces.

Parmi ces flottages naturels, il en est qui présentent un intérêt particulier pour la dissémination des espèces végétales et animales, ce sont les « iles flottantes», constituées par des amas de végétaux et d'arbres qui peuvent rester longtemps agglomérés entre eux. Divers exemples de ces îles flottantes sont donnés. L'auteur pense que par le moyen de ces îles flottantes, plus importantes dans les âges anciens qu'aujourd'hui, des échanges d'animaux et de végétaux ont dû se produire entre les divers continents.

Zusammenfassung. Durch den Brauch der Seefahrer, Flaschen ins Meer zu werfen, können bei deren Auffindung Aufschlüsse über die Meeresströmungen erhalten werden; so war es möglich, direkte Beweise dafür zu erhalten, daß Abzweigungen des Golfstroms die Küste Frankreichs erreichen. Weitere Aufschlüsse über die Meeresströmungen können aus dem von Wracks oder abdriftenden Bojen zurückgelegten Weg, aber auch aus natürlichen Abdriften erhalten werden, wie z. B. aus der Eisdrift.

Von besonderem Interesse sind solche natürlichen Driften, die zur Ausbreitung von Pflanzen und Tierarten beitragen; es sind dies die sogenannten „schwimmenden Inseln", die aus Ansammlungen von Pflanzen und Bäumen bestehen und lange Zeit zusammenhalten können. Mehrere Beispiele solcher schwimmender Inseln werden aufgeführt. Man kann annehmen, daß durch solche schwimmenden Inseln, die namentlich in früheren Zeiten stärker verbreitet waren, mancher Artenaustausch sowohl im Pflanzen- wie im Tierreich zwischen den verschiedenen Kontinenten stattgefunden haben kann.

Summary. Seafarers have the custom to throw bottles in the sea which, when discovered, give indications about the oceanic currents. Thereby it was possible to furnish proof that the Gulf Stream has ramifications which reach the coast of France. Other disclosures about the currents are furnished by the way a wreckage was floating or a buoy drifting, or by natural drifts, as for instance floating ice.

Of particular interest can be natural drifts, such as the floating isles consisting of an accumulation of plants and trees which keep together for a long time, because they contribute to the dissemination of some species of plants and animals. Different examples of such floating isles are referred to. It is believed that by these floating isles, which were of greater importance in former times, an exchange of species of animals or plants can have taken place between the different continents.

La mesure des courants superficiels de la mer se fait souvent en observant le chemin parcouru par un flotteur pendant un temps donné. Ce procédé a été perfectionné récemment en employant des flotteurs particuliers pouvant être suivis à l'aide d'un appareil Radar placé sur le rivage: il est possible ainsi de suivre le déplacement simultané de plusieurs flotteurs et de découvrir la structure compliquée et tourbillonnaire des courants. Ces mesures de la dérive de flotteurs ne peuvent être exécutées avec précision qu'au voisinage de la côte, et ne permettent donc d'étudier que des courants côtiers locaux.

Pour étudier, ou plutôt pour avoir une idée des courants généraux des océans, un moyen classique consiste à abandonner en un point connu des corps flottants, bouteilles, barils, sphères lestées; ces flotteurs contiennent un billet invitant le découvreur de l'un d'eux à faire connaître le lieu et la date de sa trouvaille.

Ce procédé, dont l'initiateur fut peut-être au XVIIIe siècle *Bernardin de Saint-Pierre*, a été employé par de nombreux océanographes, en particulier par le *Prince de Monaco*, qui a lancé pendant les années 1885 et suivantes des séries de flotteurs dans l'océan Atlantique Nord, et qui a présenté le 8 février 1892 à l'Académie des Sciences de Paris la carte générale donnant les résultats de ces expériences portant sur 226 flotteurs retrouvés sur 1675 lancés.

A notre époque, des navigateurs lancent toujours des bouteilles à la mer, et l'*Hydrographic Bulletin*, publié par l'Hydrographic Office de Washington, donne sous la rubrique «*Bottle Papers*» les parcours probables effectués par les bouteilles qui ont été retrouvées. La détermination de ces parcours probables entre les points de départ et les points d'arrivée distants souvent de plusieurs milliers de milles marins n'est d'ailleurs pas toujours un problème facile pour les océanographes.

Ce procédé ne peut évidemment pas donner une mesure exacte des courants marins, mais il fournit des preuves indiscutables du transport réel de corps flottants d'un point à l'autre des océans sous l'effet des agents naturels, vents et courants. Ainsi, par exemple, pendant quatre ans, de 1949 à 1952, 56 bouteilles qui avaient été lancées dans l'Atlantique nord entre les latitudes de 30° N et 55° N et les longitudes de 20° W et 75° W, ont été recueillies sur les côtes de France, soit en moyenne plus d'une par mois. Sur ces 56 bouteilles, les trois-quarts ont été retrouvées sur les rivages du Golfe de Gascogne, et la moitié au sud de la Gironde. Toute étude des courants de l'Atlantique nord devra cadrer avec ces observations, et n'est-ce pas là un argument péremptoire pour démontrer que le Gulf Stream et ses ramifications atteignent réellement les côtes de France?

Ces expériences de flottage peuvent être accidentelles. Les flotteurs peuvent être des épaves de navires, des bouées en dérive, etc. Depuis 1887, le Bureau Hydrographique de Washington note sur les *Pilot Charts* les trajets suivis par ces épaves. Les trajets compliqués de plusieurs d'entre elles ont été sans doute la première indication que les courants, même réputés les plus réguliers, sont en réalité formés d'une suite de tourbillons de grand diamètre.

Un curieux exemple de flottage accidentel a été donné par une ceinture de sauvetage du paquebot *Lusitania*, torpillé au large de la côte d'Irlande le 7 mai 1915. Cette ceinture a été retrouvée en 1920 dans la rivière Delaware, auprès du port de Philadelphie. Les océanographes discutent encore sur le trajet qu'elle a suivi, mais il y a dans ce fait la preuve qu'un corps flottant livré à lui-même peut aller des côtes ouest d'Irlande sur les côtes orientales des Etats-Unis.

Il se produit aussi, sans l'intervention directe ou indirecte des hommes, des flottages naturels. Sans doute faut-il avoir beaucoup navigué pour se rendre un compte exact de l'importance de ces flottages naturels. Il en est un qui est bien connu: c'est la dérive des icebergs et autres glaces flottantes, observée chaque année dans les parages de Terre-Neuve et du sud du Groenland par les navires de l'*Ice Patrol*, dont les savantes études ont contribué à éclaircir le problème des courants et des masses d'eau dans une région particulièrement complexe de l'Atlantique nord. Cette dérive des glaces atteint souvent des parties de l'océan fort éloignées des mers polaires, et la limite extrême de la dérive des icebergs passe au sud des Açores. Depuis le début du siècle, des glaces ont été signalées une dizaine de fois dans ces parages. L'observation la plus récente à ma connaissance est du mois d'octobre 1934, où, à deux reprises, par 36° 53′ N et 26° 13′ W, par 36° 16′ N et 29° 26′ W, on a signalé un fragment d'iceberg ayant comme dimensions au dessus de l'eau 6 mètres sur 1 mètre. On a aussi rencontré des glaces dans le voisinage des Bermudes. Ces glaces dérivées aussi loin de leur région d'origine qui est le Groenland ont donc traversé le Gulf Stream sans être complètement fondues.

Une autre dérive bien connue des géographes polaires, et même des simples touristes qui ont fait une croisière d'été au Spitzberg, est celle des bois flottés qui, originaires des grandes forêts du nord du Canada ou de la Sibérie, ont recouvert de nombreuses plages sur tout le pourtour de la mer Arctique. En certains points, comme à Jan Mayen ou à l'île de l'Ours, ces bois flottés sont échoués sur le rivage en un amas considérable, mélangés d'objets hétéroclites, ustensiles des populations boréales, épaves de navires, etc.

Tous ces faits sont bien connus, et les biogéographes leur attribuent la part qui leur revient dans la dissémination des espèces végétales et animales sur le pourtour des mers polaires. Par exemple, c'est à la dérive des glaces qu'est due la présence assez fréquente d'ours sur la côte nord de l'Islande.

Mais les navigateurs ont signalé dans beaucoup de mers du globe de véritables *îles flottantes*, constituées par des agglomérations d'arbres ou de végétaux divers, partant à la dérive en restant liés les uns aux autres pendant un temps assez long.

Les îles flottantes de l'embouchure du Danube sont des morceaux détachés des énormes couches de roseaux flottants qu'on appelle le *plaur*, et qu'on retrouve parfois, entraînés par le courant côtier de la mer Noire, jusqu'au voisinage du Bosphore sans être trop dissociés et en conservant une dimension horizontale d'une cinquantaine de mètres. Sur ces couches de roseaux flottants pousse une riche végétation associée à une faune spéciale.

Un phénomène analogue au plaur se rencontre dans les marais du Nil: j'ai signalé que la crue de 1938 avait entraîné vers le large, jusqu'à la latitude de la Syrie, quantité de débris de toutes sortes mêlées à de très nombreuses vaches noyées.

Dans le delta du Mississipi, les *floating prairies* sont analogues au plaur, et on rencontre assez souvent dans le golfe du Mexique des fragments importants de «ces vaisseaux de fleurs sur lesquels s'embarquent comme passagers des animaux de toutes sortes», pour employer le langage poétique de Chateaubriand.

Des îles flottantes ont été assez fréquamment signalées sur la côte ouest de l'Afrique australe, au large et au nord de l'embouchure du Congo. Pendant la saison des pluies, le courant du fleuve est très fort et entraîne des îles flottantes composées d'herbes et de petits palmiers arrachées aux îles basses et aux pointes des rives. Quelques-unes ont une centaine de mètres de long et sont entraînées par le courant du Benguela fort loin du Congo jusqu'au nord d'Annobon dans le golfe de Guinée. Le danger qu'elles présentent pour la navigation est assez sérieux pour que les Instructions Nautiques le mentionnent.

Sur la route de Singapour à Saigon, j'ai rencontré une île flottante composée d'herbes, de petits arbres et d'autres débris, dont les dimensions étaient de 15 m de longueur et de 3 m à 6 m de hauteur.

Les archives de l'Hydrographic Office de Washington contiennent quelques observations d'îles flottantes, dont la plus importante paraît être la suivante, qui figurait sur le Pilot Chart pour l'Atlantique nord de novembre 1892 (cette observation m'a été communiquée par M. William G. Watt, chef de la Section des Pilot Charts):

"The following reports are of interest as indicating the drift from some portion of the coast of the American continent to mid-ocean of a mass of forest growth that resemble a floating island. The first two reports (July 28 and August 8) plot quite near each other, but from August 8 to September 19 the little island drifted ENE about 1075 miles, giving an average rate of a trifle over a mile an hour. Unless broken up and scattered by a storm it may soon be sighted along the steamship routes, between the 20th and 30th meridians, and eventually drift ashore on the coast of Europe."

"The reports already received are as follows:

July 28, lat 39° 42′, lon 64° 20′, passed a piece of forest (floating island) covering $^1/_4$ acre, topmost branches reaching at least 30 feet above sea level; visible about 7 miles.

August 8, lat 39° 26′, lon 65°, passed a mass of reeds standing straight up, nearly 30 feet high.

August 26, lat 41° 49′, lon 57° 39′, passed a small floating island of bamboo, about 20 feet in diameter and 20 to 30 feet high.

September 19, lat 45° 29′, lon 42° 39′, passed a clump of bamboos about 30 feet in diameter and 20 feet high."

Parmi les observations publiées pendant les dernières années par l'*Hydrographic Bulletin* sous le titre «*Obstructions*», on trouve de très nombreuses indications d'arbres ayant des troncs de plus d'un mètre de diamètre, projetant leurs branches ou leurs racines à plusieurs mètres au dessus de la mer. Voici quelques observations plus caractéristiques:

October 31, 1949, lat 9° 34′, lon 80° 00′ to lat 9° 30′, lon 79° 58′, large area of floating debris sighted packed into masses resembling small keys and containing logs up to 70 feet long by 2 feet in diameter.

September 25, 1950, lat 12° 54′, lon 80° 30′, cluster of small trees extending 10 feet out of water.

February 1951, Gulf of Mexico, many logs and trees reported over extensive area extending as far as 100 miles south of Texas coast.

June 8, 1953, lat 26° 19′, lon 79° 48′, large cluster of trees adrift, 10 feet by 30 feet and 25 feet high.

July 19, 1953, lat 36° 12′, lon 73° 09′, drifting clumb of bushes and bamboo, 15 feet high, 30 feet in diameter. Water discoloured in radius of one-half mile.

June 21, 1953, lat 33° 15′, lon 77° 21′, mass of tree trunks adrift 50 feet long, extending 20 feet above water.

June 27, 1953, lat 36° 26′, lon 73° 48′, large clumb of trees adrift.

Que ces îles flottantes puissent transporter au large et assez loin de leur région d'origine divers animaux, cela ne fait aucun doute, et le fait a été signalé par plusieurs voyageurs. Un enfant noir, entraîné par une de ces îles flottantes à plusieurs milles au large de l'embouchure du Congo, a été sauvé en 1912 par un navire de guerre français. En 1939, j'ai rencontré à bord de l'*Oregon* au nord des Antilles une petite masse de verdure qui provenait sans doute de l'Amazone et qui avait été entraînée par le courant équatorial; j'observais en même temps une diminution sensible de la salinité de la mer. Sur cette masse de verdure dont nous passâmes à une distance d'un mille environ, gambadait un petit animal que les passagers identifièrent les uns à un écureuil, les autres à un petit singe. Je crois me rappeler que Darwin a observé des chevaux et des boeufs sur une île flottante.

Sans vouloir exagérer le rôle actuel de ces îles flottantes dans la dissémination des espèces, je ne le crois pas négligeable; mais, dans le passé, il a sans doute été beaucoup plus considérable au moment où des fleuves d'un débit extraordinaire creusaient les vallées dont les dimensions nous étonnent, et où plusieurs régions de la terre étaient couvertes d'arbres géants. Donner à ces îles flottantes du passé un rôle sinon prépondérant, mais très important dans la dissémination des êtres vivants d'un continent à l'autre, serait une hypothèse plus simple que d'admettre la dérive des continents eux-mêmes, ou l'existence de «*ponts continentaux*» dont le tracé ne paraît pas toujours tenir compte de la topographie sous-marine des océans.

Herausgeber, Eigentümer und Verleger: Springer-Verlag, Wien I, Mölkerbastei 5.
Für den Inhalt verantwortlich: Prof. Dr. F. Steinhauser, Wien XIX, Hohe Warte 38.
Druck: Manzsche Buchdruckerei, Wien IX.

Fortsetzung von der II. Umschlagseite

Seite

Aliverti, G. Untersuchungen über die Flüssigkeitskomponente des atmosphärischen Aerosols. (Mit 1 Textabbildung) 252

Hess, V. F. On the Electrical Conductivity and the Nucleus Content of Air Inside Buildings 262

Israël, H. Ergebnisse der luftelektrischen Arbeiten in Buchau a. F. Studien über das atmosphärische Potentialgefälle. VII. (Mit 6 Textabbildungen) 266

Burkard, O. Studie zur Schichtaufspaltung in der Ionosphäre. (Mit 4 Textabbildungen) 283

Stommel, H. Exploratory Measurements of Electrical Potential Differences between Widely Spaced Points in the North Atlantic Ocean. (With 2 Figures) 292

Wüst, G. Gesetzmäßige Wechselbeziehungen zwischen Ozean und Atmosphäre in der zonalen Verteilung von Oberflächensalzgehalt, Verdunstung und Niederschlag. (Mit 5 Textabbildungen) 305

Hesselberg, Th. The Ekman Spirals. (With 5 Figures) 329

Proudman, J. Note on the Dynamical Theory of Storm-Surges 344

Neumann, G. Zur Charakteristik des Seeganges. (Mit 6 Textabbildungen) 352

Mosby, H. Oberflächenströmungen in der Meerenge bei Tromsö. (Mit 4 Textabbildungen) 378

Sverdrup, H. U. Tidal Currents off the Antarctic Ice Barrier, Queen Maud Land. (With 1 Figure) 385

Dietrich, G. Einfluß der Gezeitenstromturbulenz auf die hydrographische Schichtung der Nordsee. (Mit 6 Textabbildungen) 391

Haurwitz, B. The Occurrence of Internal Tides in the Ocean. (With 3 Figures) 406

Hansen, W. Einige Bemerkungen zur Ermittlung der Gezeiten auf großen Tiefen und in Flachwassergebieten. (Mit 4 Textabbildungen) 425

Caloi, P. Oscillazioni libere del Lago di Garda. (Con 14 Figure) 434

Picotti, M. Physikalisch-chemische Verhältnisse in der Nord-Adria längs des 45. Breitenkreises. (Mit 4 Textabbildungen) 466

Pettersson, H. Zur Bildung des Roten Tones 477

Joseph, J. Die Sinkstoffführung von Gezeitenströmen als Austauschproblem. (Mit 12 Textabbildungen) 482

McEwen, G. F., M. W. Johnson and **Th. R. Folsom.** A Statistical Analysis of the Performance of the Folsom Plankton Sample Splitter, Based upon Test Observations. (With 11 Figures) 502

Rouch, J. Les îles flottantes 528

Das

„Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie“

erscheint in zwangloser Folge in zwei parallelen Serien:

Serie A Meteorologie und Geophysik: Allgemeine, theoretische und synoptische Meteorologie, Geophysik der Atmosphäre, des Meeres und des festen Erdbodens.

Serie B Allgemeine und biologische Klimatologie: Allgemeine und medizinische Klimatologie, Agrar- und Mikroklimatologie, Meteorobiologie, Strahlungsforschung.

Die beiden Serien können unabhängig voneinander bezogen werden. Die Hefte werden einzeln berechnet und zu Bänden von 400—500 Seiten vereinigt.

Das Archiv soll wissenschaftlich einwandfreie Arbeiten von allgemein fachlichem Interesse veröffentlichen. Es werden deshalb nur Originalarbeiten aufgenommen, die neue Erkenntnisse bringen, und zwar Aufsätze größeren Umfanges wie auch kleine Mitteilungen. Gelegentlich wird auch durch Sammelreferate über die neuesten Ergebnisse einzelner Spezialgebiete ein Überblick über den jeweiligen Stand eines bestimmten Problems gegeben werden, wobei besonders durch Hervorheben der noch ungelösten Fragen der weiteren Forschung Anreiz geboten werden soll. Schließlich werden auch kritische Buchbesprechungen auf bedeutende Neuerscheinungen aus unserem Wissensgebiet hinweisen.

Die Verfasser werden gebeten, den Text möglichst knapp zu fassen und historische Einleitungen tunlichst zu vermeiden. In den beigegebenen Tabellen ist die Wiedergabe unverarbeiteten, umfangreichen Beobachtungsmaterials zu vermeiden; auch sollen die Resultate im allgemeinen nicht durch Tabellen und Kurven gleichzeitig wiedergegeben werden. Die Tabellen sollen eine Überschrift tragen.

Die Arbeiten können in deutscher, englischer oder französischer Sprache erscheinen. Es soll ihnen eine Zusammenfassung in mindestens zwei Sprachen vorangestellt werden. Eine Zusammenfassung ist auf jeden Fall vom Verfasser mitzuliefern, ihre Übersetzungen werden nötigenfalls vom Verlag besorgt. Die Literaturhinweise erfolgen durch im laufenden Text in Klammern eingefügte Nummern, die genaue Zitate bezeichnen, die in einem Literaturverzeichnis am Ende der Arbeit zusammenzustellen sind.

Die Manuskripte sind möglichst in Maschinenschrift auf einseitig beschriebenen, fortlaufend paginierten Blättern abzufassen. Abbildungsvorlagen sind in so sauberer Wiedergabe einzusenden, daß sie entweder unverändert verwendet oder durch Zeichner des Verlages einwandfrei neu gezeichnet werden können. Die Beschriftung, die innerhalb der Zeichnung angebracht wird, ist nur mit weichem Bleistift einzutragen.

Grundsätzlich werden nur Arbeiten aufgenommen, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind; der Autor verpflichtet sich, diese auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen. Mit der Annahme und Veröffentlichung des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder auf den Verlag über. Es ist ferner ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, photographische Vervielfältigungen, Mikrofilme u. ä. von Heften der Zeitschrift, einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen. Die Autoren erhalten 75 Separata ihrer Arbeit kostenlos und können maximal weitere 125 Separata zum angemessenen Preis beziehen. Die Bestellung muß mit dem dem Fahnenabzug beigelegten Bestellzettel bei der Rücksendung der korrigierten Fahnen erfolgen.

Die Autoren erhalten eine erste Fahnenkorrektur, die sie nach erfolgter Durchsicht an den Verlag zu senden haben; eine Umbruchkorrektur wird den Autoren nicht zugestellt. Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10 % der Satzkosten überschreiten, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Manuskripte und Anfragen sind an einen der beiden unterzeichneten Herausgeber

Dozent Dr. **W. Mörikofer**
Physikalisch-Meteorologisches Observatorium
Davos-Platz, Schweiz

Prof. Dr. **F. Steinhauser**
Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik
Wien XIX, Hohe Warte 38, Österreich

zu richten; alle geschäftlichen Mitteilungen an:

Springer-Verlag, Wien I, Mölkerbastei 5.
Telephon U 26 5 60 Serie. Telegrammadresse: Springerbuch Wien.

Der Verlag

Printed in Austria